



## امتحان الدورة العادية في الأساليب الكمية في الإدارة

### التمرين الأول: 05 نقاط

لتكن المصفوفة المبينة في الجدول التالي لإحدى المباريات أوجد نتيجة المباراة باستخدام احد الطريقتين (الجبرية أو الحسابية) ؟  
وحدد الاستراتيجيات المثلى لكل لاعب؟ والوقت المخصص لكل استراتيجية؟ ومن هو الفائز في هذه المباراة؟

		اللاعب B	
		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>
اللاعب A	P <sub>1</sub>	-5	-2
	P <sub>2</sub>	-1	-3

### التمرين الثاني: 08 نقاط

يوجد لدى متخذ قرار مصفوفة التكاليف لثلاث بدائل  $S_1, S_2, S_3$  وثلاث حالات طبيعة  $N_1, N_2, N_3$  مبينة في الجدول.

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$
	$S_1$	20000	12000
$S_2$	22000	18000	13000
$S_3$	40000	11000	22000
$P_t$	$P_1$	$P_2$	$P_3$

- علما أن احتمال حالات الطبيعة متساوية في الحالات الثلاثة، ومعامل التفاؤل = 2 من احتمال حالة الطبيعة الأولى.

- 1- احسب احتمالات حالات الطبيعة الثلاثة ومعامل التفاؤل والتشاؤم؟
- 2- ما هو أفضل بديل وفق معيار لابلاس ( $La\ place$ ) ؟ -3 ما هو أفضل بديل وفق معيار التفاؤل ( $Max_i, \max_j$ ): ؟
- 3- ما هو أفضل بديل وفق معيار التشاؤم ( $Wald$ ) ؟ -4 ما هو أفضل بديل وفق معيار سفاج (الندم) ( $Savage$ )؟
- 5- ما هو أفضل بديل وفق معيار هيرويتز (الواقعية) ( $Horweiz$ )؟
- 6- في حالة انتقال متخذ القرار من حالة المخاطرة إلى حالة التأكد التام مقابل مبلغ من المال (كقيمة للمعلومة الكاملة)، احسب في هذه الحالة قيمة المبلغ الذي يتم دفعه للحصول على المعلومة الكاملة؟

### التمرين الأول: 7 نقاط

في احد المصانع يوجد 04 مخازن لتموين العمال بالأجهزة الضرورية لإنجاز عملهم، ويقدر معدل وصول العمال بـ 06 عامل في الساعة في المتوسط ومعدل تقديم الخدمة 12 عامل في الساعة في المتوسط، علما أن الخدمة تقدم لهم بـ 8 دينار عن كل ساعة عمل، كما يتقاضى أمناء المخازن أجرا قدره 4 دينار عن الساعة الواحدة، وان عدد ساعات العمل في المصنع هي 8 ساعات، والمطلوب: حدد ما يلي:

- 1- احتمال أن تكون المخازن مشغولة؟
  - 2- نسبة الوقت الضائع الغير مستغل في المخزن؟
  - 3- متوسط عدد العمال في صف الانتظار؟
  - 4- متوسط عدد العمال المتوقع في النظام؟
  - 5- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في صف الانتظار؟
  - 6- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في النظام؟
- ❖ إذا كانت المخازن الأربعة لا تلبي حاجيات العمال، فقد تم التعاقد مع مخزن اخر، في ظل المعطيات السابقة المطلوب حساب:

7- تكاليف الوقت الضائع المترتب عن انتظار العمال؟ 8- التكاليف النهائية المطلوبة لإنجاز العمل؟

قيم $P$ ↓	ملحق الجدول الخاص بصفوف الانتظار لقيم $P_0$ لنموذج صف الانتظار بأكثر من مركز خدمة S			
	5	4	3	2
0.4	0.6703	0.6703	0.6701	0.6667
0.5	0.6070	0.6065	0.6061	0.6000



## حل امتحان الدورة العادية في الأساليب الكمية في الإدارة

### حل التمرين الأول: 05 نقاط

1- الطريقة الجبرية: بما ان الوقت يقسم الى قسمين كل جزء منه يخصص لإحدى الاستراتيجيتين فإن مجموع النسبتين =

الواحد 1

$$-5\alpha - (1 - \alpha) = -2\alpha - 3(1 - \alpha) \rightarrow \alpha = \frac{2}{5} \rightarrow (1 - \alpha) = \frac{3}{5} \quad 0.5$$

$$-5\beta - 2(1 - \beta) = -\beta - 3(1 - \beta) \rightarrow \beta = \frac{1}{5} \rightarrow (1 - \beta) = \frac{4}{5} \quad 0.5$$

		اللاعب B	
		$\frac{1}{5}=Q_1$	$Q_2=\frac{4}{5}$
اللاعب A	$\frac{2}{5}=P_1$	-5	-2
	$\frac{3}{5}=P_2$	-1	-3

حساب قيمة المباراة:

$$\left[ \left( \frac{2}{5} \right) \times (-5) \times \left( \frac{1}{5} \right) \right] = -\frac{10}{25} \quad 0.25$$

$$\left[ \left( \frac{2}{5} \right) \times (-2) \times \left( \frac{4}{5} \right) \right] = -\frac{16}{25} \quad 0.25$$

$$\left[ \left( \frac{3}{5} \right) \times (-1) \times \left( \frac{1}{5} \right) \right] = -\frac{3}{25} \quad 0.25$$

$$\left[ \left( \frac{3}{5} \right) \times (-3) \times \left( \frac{4}{5} \right) \right] = -\frac{36}{25} \quad 0.25$$

$$\cdot \left[ \frac{(-10-16-3-36)}{25} \right] = \frac{-65}{25} = -2.6 \quad 0.5$$

0.5 - يخصص اللاعب A  $\left(\frac{2}{5}\right)$  و  $\left(\frac{3}{5}\right)$  من الوقت على التوالي للعب استراتيجياته

0.5 - يخصص اللاعب B  $\left(\frac{1}{5}\right)$  و  $\left(\frac{4}{5}\right)$  من الوقت على التوالي للعب استراتيجياته

0.5 - وبما ان نتيجة المباراة سالبة -2.6 فإن اللاعب B هو الفائز في هذه المباراة.

## 2- الطريقة الحسابية.

نطرح اقل قيمة في الاسطر وأقل قيمة في الاعمدة من أكبر قيمة في الاسطر والاعمدة وناخذها بالقيمة المطلقة أي (موجبة) ثم نستبدل مواضع النتيجة ونقسم على المجموع.

		اللاعب B		
		Q1	Q2	
اللاعب A	P1	-5	-2	$\cdot(-5 - (-2) = ( -3  = 3)) = 3$ *2 $\cdot\left(\frac{2}{5}\right)$
	P2	-1	-3	$\cdot(-3 - (-1) = ( -2  = 2)) = 2$ *3 $\cdot\left(\frac{3}{5}\right)$
		4	1	المجموع 5 للطرفين
		1*	4*	
		$\cdot\left(\frac{1}{5}\right)$	$\cdot\left(\frac{4}{5}\right)$	

حساب قيمة المباراة:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right) \times (-5) \times \left(\frac{1}{5}\right) =\right] = -\frac{10}{25}$$

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right) \times (-2) \times \left(\frac{4}{5}\right) =\right] = \frac{-16}{25}$$

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right) \times (-1) \times \left(\frac{1}{5}\right) =\right] = \frac{-3}{25}$$

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right) \times (-3) \times \left(\frac{4}{5}\right) =\right] = \frac{-36}{25}$$

$$\cdot \left[\frac{(-10-16-3-36)}{25}\right] = \frac{-65}{25} = -2.6$$

- يخصص اللاعب A  $\left(\frac{2}{5}\right)$  و  $\left(\frac{3}{5}\right)$  من الوقت على التوالي للعب استراتيجياته

- يخصص اللاعب B  $\left(\frac{1}{5}\right)$  و  $\left(\frac{4}{5}\right)$  من الوقت على التوالي للعب استراتيجياته

- وبما ان نتيجة المباراة سالبة -2.6 فإن اللاعب B هو الفائز في هذه المباراة.

حل التمارين الثاني:

1- حساب الاحتمالات ومعاملات التفاؤل والتشاؤم وقيم  $Z, Y, X$ .

- نعلم أن مجموع الاحتمالات لكل حالات الطبيعة  $(\sum p_i = 1)$

ومن المعطيات لدينا

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$p_1 = p_3 = p_2 \dots\dots\dots (2)$$

$$3(p_1) = 1 \dots\dots\dots \text{من 1 و 2 نجد}$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{3} = p_2 = p_3$$

$$\text{معامل التفاؤل } (p_{oc}) : \text{ من المعطيات } \left(p_{oc} = 2p_1 = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\right)$$

$$\text{معامل التشاؤم } (p_{pc}) : \left(p_{pc} = (1 - p_{oc}) = \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)\right)$$

- بعد الحصول على الاحتمالات المطلوبة نعوض في الجدول

ندون النتائج في الجدول

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$S_1$	20000	12000	18000
$S_2$	22000	18000	13000
$S_3$	40000	11000	22000
$P_i$	$\left(\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}\right)$

2- أفضل بديل وفق معيار لابلاس (Laplace)؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	معياري لابلاس نحسب المتوسط الحسابي
$S_1$	20000	12000	18000	$\frac{20000 + 12000 + 18000}{3} = 16666.67$
$S_2$	22000	18000	13000	$\frac{22000 + 18000 + 13000}{3} = 17666.67$
$S_3$	40000	11000	22000	$\frac{40000 + 11000 + 22000}{3} = 24333.34$

0.5

- أفضل بديل وفق معيار لابلاس هو البديل الأول  $S_1$  لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

3- أفضل بديل وفق معيار التفاؤل؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار اقل القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	20000	12000	18000	12000
$S_2$	22000	18000	13000	13000
$S_3$	40000	11000	22000	11000

0.5

افضل بديل وفق معيار التفاؤل هو البديل الثالث  $S_3$ .

4- افضل بديل وفق معيار التشاؤم (Wald)؟

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار أسوأ القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	20000	12000	18000	20000
$S_2$	22000	18000	13000	22000
$S_3$	40000	11000	22000	40000

0.5

- أفضل بديل وفق معيار التشاؤم هو البديل الأول  $S_1$ .

5- أفضل بديل وفق معيار سفاج (Savage):

نختار أدنى قيمة من كل عمود ثم نطرحها من القيم الأخرى في العمود ونشكل المصفوفة الجديدة، ونعامل مع القيم الجديدة فقط، ثم نختار أكبر القيم من كل عمود وندونها في العمود الأخير، ثم نختار أصغرها:

حالات الطبيعة البدائل	$N_1$	$N_2$	$N_3$	نختار أكبر القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
$S_1$	0	1000	5000	5000
$S_2$	2000	7000	0	7000
$S_3$	20000	0	9000	20000

0.75

- أفضل بديل وفق معيار سفاج هو البديل الأول  $S_1$ .

6- افضل بديل وفق معيار هيرويتز (الواقعية) (Horweiz) ، حيث معامل التفاؤل  $(p_{oc} = (\frac{2}{3}))$  والتشاؤم  $(p_{pc} = (\frac{1}{3}))$

الاختيارات البدايل	اقصى	ادنى	أسوأ النتائج x $(p_{pc} = (\frac{1}{3}))$	أفضل النتائج قيمة x $(p_{oc} = (\frac{2}{3}))$	مجموع النتائج
$S_1$	20000	12000	6666.67	8000	14666.67
$S_2$	22000	13000	7333.34	8666.67	16000.01
$S_3$	40000	11000	13333.34	7333.34	20666.68

افضل بديل وفق معيار هيرويتز (Horweiz) هو البديل الأول  $S_1$ .

7- قيمة المبلغ الذي يتم دفعه للحصول على المعلومة الكاملة.

حالات الطبيعة البدايل	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$S_1$	20000	12000	18000
$S_2$	22000	18000	13000
$S_3$	40000	11000	22000
$P_i$	$(\frac{1}{3})$	$(\frac{1}{3})$	$(\frac{1}{3})$

نقوم بحساب القيمة المتوقعة لكل من الاستراتيجيات الثلاث من خلال القانون التالي:

$$EVs_n = \sum_{i=1}^n (P_i \times P(X_i)) = (P_1 \times P(X_1)) + (P_2 \times P(X_2)) \dots \dots \dots + (P_n \times P(X_n))$$

$$EVs_1 = \left(20000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(12000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(18000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) = 16666.67$$

$$EVs_2 = \left(22000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(18000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(13000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) = 17666.67$$

$$EVs_3 = \left(40000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(11000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(22000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) = 24333.33$$

من خلال النتائج نلاحظ ان الاستراتيجية الاولى ( $S_1$ ) هي التي قدمت لنا اقل عائد (حالة التكاليف)، وبالتالي هي الاستراتيجية التي ستختارها المؤسسة، لأن العائد المتوقع المكافئ سيكون هو الأعلى ( $S_1 = 16666.67$ ).

القيمة المتوقعة في ظل المعلومة الكاملة ( $EV_{WPI}$ )

$$EV_{WPI} = \left(12000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(13000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) + \left(11000 \times \left(\frac{1}{3}\right)\right) = \left(\frac{36000}{3}\right) = 12000$$

قيمة المعلومة الكاملة (IV)

$$IV = EV_{WPI} - EVs_2 = \sum_{i=1}^n (R_i \times B_i) - \sum_{i=1}^n (P_i \times P(X_i))$$

$$IV = 12000 - 16666.67 = -46666.67$$

يمكن التعليق على النتيجة بأنه يظهر كيف أن الاستفادة من الحصول على المعلومة الكاملة ليست دائماً مجدية، حيث أن في هذه الحالة القيمة المكتسبة من المعلومة الكاملة كانت سالبة، مما يشير إلى أنها قد تكون إهداراً للوقت والجهد والموارد، ومنه هنا ليس من مصلحة منخذ القرار الانتقال من حالة المخاطرة الى حالة التأكد التام.

حل التمرين الثالث:

1- احتمال أن تكون المخازن مشغولة؟

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{6}{12} = 0.5$$

2- حساب نسبة الوقت الضائع في المخازن  $P_0$

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 أي 04 مراكز خدمة، فإنه يمكن استنتاج قيمة  $p_0$  من الجداول الخاصة به.

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فإن قيمة  $p_0 = 0.6065$  المقابلة لـ  $P = 0.5$

3- متوسط عدد العمال المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times ((s \times \mu) - \lambda)^2} = \frac{(0.5)^4 \times 6 \times 12 \times 0.6065}{(4-1)! \times ((4 \times 12) - 6)^2} = \frac{0.0625 \times 12 \times 6 \times 0.6065}{6 \times 1764} = \frac{2.72925213}{10584} = 0.000258 \approx 0$$

لا يوجد عمال في صف الانتظار.

4- متوسط عدد العمال المتوقع في النظام حسب القانون التالي:

$$L_s = L_q + P = 0.000258 + 0.5 = 0.500258 \approx 1$$

متوسط العمال بالزيادة يوجد تقريبا عامل واحد فقط.

5- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في صف الانتظار.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.000258}{6} = 0.000043 \text{ h} = 000258 \text{ min} = 0.1548$$

6- متوسط وقت الانتظار للعمال المتوقع في النظام.

0.25

0.5

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.000043 + \frac{1}{12} = 0.083764 \text{ h} = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

الجزء الثاني : اذا اضفنا مخزن اخر سيصبح عدد مراكز الخدمة  $S = 5$  ومنه نعيد حساب  $L_q$  على اعتبار ان

$$p_0 = 0.6070$$

0.25

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times ((s \times \mu) - \lambda)^2} = \frac{(0.5)^5 \times 6 \times 12 \times 0.6070}{(5-1)! \times ((5 \times 12) - 6)^2} = \frac{0.03125 \times 12 \times 6 \times 0.6070}{24 \times 2916} = \frac{1.36575}{69984} \approx 0.00002$$

0.25

7- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب عن انتظار العمال  $C_q$

0.25

0.25

$$C_q = C_1 \times t \times L_q = 8 \times 8 \times 0.00002 = 0.00128 \text{ D}$$

0.25

$$C_s = C_2 \times t = 8 \times 4 = 32 \text{ D}$$

0.25

$$C_{S_T} = S \times C_s = 5 \times 32 = 160 \text{ D}$$

0.25

0.25

8- حساب التكاليف الكلية:

$$C_C = C_{S_T} + C_q = 0.00128 + 160 = 160,00128 \text{ D}$$

0.25

0.5