خامسًا: العلاقة بين صفوف الانتظار والتكاليف: تُعد التكاليف عنصرًا محوريًا في دراسة وتحليل نماذج صفوف الانتظار، نظرًا لما لها من انعكاسات مباشرة على كفاءة الأداء وفعالية استغلال الموارد داخل المؤسسات، سواء كانت إنتاجية أو خدمية. وقد نال هذا الموضوع اهتمامًا واسعًا من قبل صانعي القرار، لما له من دور كبير في دعم اتخاذ قرارات تتعلق بتوسيع الطاقة الاستيعابية، أو تحسين أساليب تقديم الخدمة، أو تقليل الفاقد في الوقت والموارد.

تمثل التكاليف الناتجة عن صفوف الانتظار أحد الجوانب الأساسية التي يجب مراعاتها عند تصميم أو تحسين نظم الخدمة. إذ لا تقتصر تأثيراتها على الجوانب التشغيلية فحسب، بل تمتد لتشمل قرارات إدارية واستراتيجية تؤثر في كفاءة الأداء ورضا العملاء. ومن منظور إداري واقتصادي، يُعدّ فهم طبيعة هذه التكاليف وتوزيعها أمرًا أساسيًا لتحقيق التوازن بين تقليل فترات الانتظار وضبط النفقات التشغيلية، يمكن تصنيف هذه التكاليف إلى نوعين رئيسيين: تكاليف الانتظار وتكاليف تقديم الخدمة، حيث يتطلب الوصول إلى الأداء الأمثل تحقيق توازن دقيق بينهما، كما تتفرع هذه التكاليف من حيث طبيعتها الاقتصادية إلى تصنيفات أكثر تفصيلًا، تشمل التكاليف المباشرة وغير المباشرة، وكذلك التكاليف الثابتة والمتغيرة، وفيما يلي توضيح لكل نوع من هذه التكاليف بهدف إبراز تأثيراتها على كفاءة النظام ودعم اتخاذ القرارات الاستراتيجية، وتقسم الى:

1. **تكاليف الانتظار:(Waiting Costs)** : وتشمل التكاليف المرتبطة بالوحدات أو الأفراد المنتظرين في الصف، مثل تكلفة الوقت الضائع للعملاء، أو خسارة الإنتاجية في حالة العمال أو الآلات المتوقفة عن العمل بانتظار الخدمة.

2. **تكاليف تقديم الخدمة:(Service Costs)** : وهي التكاليف التي تُنفق على توفير الموارد البشرية أو الفنية اللازمة لتقديم الخدمة، مثل رواتب الموظفين، أو تكاليف تشغيل الأجهزة، أو صيانة البنية التحتية.

3. **تصنيف التكاليف حسب سلوكها الاقتصادي:** يُعتبر تصنيف التكاليف حسب سلوكها الاقتصادي أمرًا محوريًا لفهم تأثيراتها على الأداء المالي. حيث تُقسم التكاليف إلى ثابتة ومتغيرة؛ فالتكاليف الثابتة لا تتأثر بتغيرات حجم الإنتاج أو الخدمة، بينما تتغير التكاليف المتغيرة وفقًا لحجم النشاط، كما تُصنف التكاليف أيضًا إلى مباشرة التي يمكن ربطها بشكل واضح بنشاط أو منتج معين، وغير مباشرة والتي تتعلق بالنفقات العامة التي لا يمكن تخصيصها بسهولة لأي منتج أو خدمة ويمكن تفصيلها فيما يلي:

3-1- **التكاليف المباشرة:(Direct Costs)** : هذه التكاليف هي تلك التي يمكن تتبعها مباشرة إلى نشاط أو منتج معين. في سياق صفوف الانتظار، تشمل التكاليف المباشرة الأجور المدفوعة للموظفين الذين يقدمون الخدمة، أو التكاليف المتعلقة بالوقت الذي يقضيه العملاء في انتظار الخدمة (مثل تكلفة الساعة لكل عميل ينتظر)، و يتم تحديد هذه التكاليف بسهولة لأنها ترتبط مباشرة بأنشطة محددة في النظام.

3-2- **التكاليف غير المباشرة:(Indirect Costs):** هذه التكاليف لا يمكن تتبعها مباشرة إلى منتج أو خدمة معينة، بل هي التكاليف العامة المرتبطة بدعم النظام ككل، ففي حالة صفوف الانتظار يمكن أن تشمل التكاليف غير المباشرة مثل استهلاك الطاقة في الأجهزة، تكاليف صيانة البنية التحتية للمرافق، أو حتى التأثير السلبي على صورة الشركة بسبب طول وقت الانتظار، مما قد يؤدي إلى فقدان العملاء أو تدني سمعة الخدمة.

3-3- **التكاليف الثابتة:(Fixed Costs)** : هي التكاليف التي تظل ثابتة بغض النظر عن حجم الإنتاج أو عدد العملاء الذين يتم خدمتهم، ففي سياق نظرية صفوف الانتظار يشمل ذلك تكاليف تشغيل النظام مثل الرواتب الشهرية للموظفين الدائمين أو تكاليف صيانة البنية التحتية التي لا تتأثر مباشرة بزيادة أو نقصان عدد العملاء في النظام. حتى لو لم يكن هناك أي عملاء في النظام، تظل هذه التكاليف كما هي.

3-4 **التكاليف المتغيرة:(Variable Costs)** : هي التكاليف التي تتغير بشكل مباشر مع حجم الخدمة المقدمة أو عدد العملاء في النظام، ففي حالة نظرية صفوف الانتظار تشمل التكاليف المتغيرة مثل الأجور المدفوعة للموظفين في حال كان لديهم ساعات عمل إضافية استجابة لزيادة أعداد العملاء أو تكاليف المواد التي تزداد مع زيادة النشاط في النظام، هذه التكاليف تزداد كلما زاد حجم العمل أو طول طابور الانتظار.

وكخلاصة، نجد أن التكاليف المرتبطة بصفوف الانتظار تؤثر بشكل مباشر على كفاءة النظام ورضا العملاء. من خلال تصنيفها إلى تكاليف انتظار وتقديم خدمة، مع تقسيمها إلى ثابتة ومتغيرة، ومباشرة وغير مباشرة، **ونظرًا لضيق الوقت وتشعب موضوع التكاليف**، سنقتصر على دراسة التكاليف الكلية التي تنقسم إلى تكاليف العاملين في مراكز الخدمة وتكاليف الوقت الضائع للوحدات في صف الانتظار.

النموذج الرياضي للتكاليف

يُعطي النموذج الرياضي للتكاليف بالصيغة الآتية : $TC + C_S + C_q$

و أن كل من (C_q) ،(C_S) تأخذ الصيغ الآتية:

$$C_S = C_2 \times t$$

(في حالة وجود أكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S) إجمالي مراكز الخدمة)

$$C_{S_T} = S \times C_S$$

$$C_q = C_1 \times t \times L_q$$

إذ أن:

(TC) : تمثل التكاليف الكلية (Total Costs)

(C_S) : تمثل التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة. "Costs allocated to service center employees"

(C_q) : تمثل تكاليف الوقت الضائع للوحدات في صف الإنتظار. "Costs of idle time for units in the queue"

(C_1): تمثل أجرة الوحدة الواحدة في صف الإنتظار في وحدة الزمن (t) "Unit cost per time unit in the queue"

(C_2): تمثل أجرة العاملين في مراكز الخدمة في وحدة الزمن (t) "Wage rate of service center employees per time unit".

(t): تمثل وحدة الزمن، وتكون (ساعة، يوم، أسبوع .....) "Time unit"

(L_q) : تمثل متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الإنتظار. "Average number of units expected in the queue".

مثال الاول: في مصنع إنتاجي، يوجد مخزن وحيد ورئيسي لتجهيز العمال بالعدد والآلات المطلوبة لإنجاز عملهم، وأن معدل وصول العمال للمخزن هو (16) عامل بالساعة في المتوسط، ومعدل تقديم الخدمة لهؤلاء العمال هو 20 عمل بالساعة في المتوسط، وبطريقة عشوائية، علما بأن الخدمة تقدم لهم من (2) دينار عن كل ساعة عمل، كما يتقاضى أمين المخزن أجراً قدره (1.5) دينار عن الساعة الواحدة، وأن عدد ساعات العمل في المصنع هي (8) ساعات.

المطلوب: حساب

1- تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

2- التكاليف النهائية الكلية المطلوبة لإنجاز العمل؟

ا لحل

1. إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 16 عمل في الساعة
2. إن معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ يساوي 20 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$\boldsymbol{L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - \mu.\lambda}\right) = \left(\frac{(16)^2}{(20)^2 - 16 \times 20}\right) = 3.2}$$

1- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

2- تحسب حسب القانون $\boldsymbol{C_q = C_1 \times t \times L_q}$ $= \boldsymbol{2 \times 8 \times 3.2 = 51.2\ D}$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $\boldsymbol{C_S = C_2 \times t = 1.5 \times 8 = 12\ D}$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{C_C = C_S + C_q = 12 + 51.2 = 63.2\ D}$

المثال الثاني: في أحد أندية تدريب هواة سباق السيارات، تولى مسؤول التدريب القيام بعمله بمعدل (8) ساعات يومياً. وبهدف تشجيع الهواة للاشتراك في المسابقات اللاحقة، قرر المسؤول منح مكافئة لكل متدرب (20) دينار في الساعة، وقد كلف إثنين من المستخدمين يقومون بإيواء سيارات المتدربين لقاء أجر قدره (2) دينار في الساعة لكل منهما. علماً بأن كل مستخدم يستطيع على تقديم الخدمة ل (25) من الهواة بالساعة في المتوسط، وأن معدل وصول الهواة كان

(15) هاوي بالساعة في المتوسط.

المطلوب: حساب

1- تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار الهواة

2- التكاليف النهائية الكلية.

الحل

1. إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 15 عمل في الساعة
2. إن معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ يساوي 25 عمل في الساعة

$$\boldsymbol{P} = \left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\mu}}\right) = \left(\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{25}}\right) = \mathbf{0.6}$$

حساب احتمال عدم وجود زبائن في النظام$(\boldsymbol{P_0})$

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 02 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة $\boldsymbol{p_0}$ من الجداول الخاصة به.

ومن الجدل وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $\boldsymbol{p_0 = 0.5383}$ المقابلة لـ $\boldsymbol{P = 0.6}$

أولا: حساب متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$\boldsymbol{L_q} = \frac{(\boldsymbol{p})^{\boldsymbol{s}} \times \lambda \times \mu \times \boldsymbol{P_0}}{(\boldsymbol{s-1})! \times (\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{\mu} - \lambda)^{\mathbf{2}}} = \frac{(\mathbf{0.6})^{\mathbf{2}} \times 15 \times 25 \times \mathbf{0.5383}}{(\mathbf{2-1})! \times ((\mathbf{2} \times \mathbf{25}) - 15)^{\mathbf{2}}} \approx 0.05935 \approx 0.06$$

ومنه تكاليف الوقت الضائع على انتظار الهواة

3- تحسب حسب القانون $\boldsymbol{C_q = C_1 \times t \times L_q} = \mathbf{20 \times 8 \times 0.06 = 9.6\ D}$

4- تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد: $\boldsymbol{C_S = C_2 \times t = 2 \times 8 = 16\ D}$

تكاليف المستخدمين الاثنين: $\boldsymbol{C_{S_T} = \mathrm{S} \times C_S = C_{S_T} = 2 \times C_S = 2 \times 16 = 32\ \mathrm{D}}$

(بما انه يوجد أكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S) إجمالي مراكز الخدمة)

$$\boldsymbol{C_{S_T} = \mathrm{S} \times C_S = \mathrm{S} \times C_2 \times t}$$

1- حساب التكاليف الكلية:

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{C_C = C_{S_T} + C_q = 32 + 9.6 = 41.6\ \mathrm{D}}$