خامسا: العلاقة بين صفوف الانتظار والتكاليف: يُعد موضوع التكاليف من المسائل المهمة وذو أهمية كبيرة بالنسبة إلى نماذج صفوف الانتظار. وقد أخذت صدى واسعاً لدى صانعي القرار، وعلى وجه التحديد في المؤسسات الإنتاجية والخدمية التي تستخدم عدد كبير من الأيدي العاملة، حيث تتجمع هذه الأعداد الكبيرة في صفوف بانتظار استلام ما يحتاجونه من العدد أو الأدوات الاحتياطية لدى أمين المخزن أثناء العمل، مما يترتب على ذلك من إضاعة للوقت وأعباء مالية باهضه.

النموذج الرياضي للتكاليف

يُعطي النموذج الرياضي للتكاليف بالصيغة الآتية : $TC + C_S + C_q$

و أن كل من (C_q) ،(C_S) تأخذ الصيغ الآتية:

$$\boldsymbol{C_S = C_2 \times t}$$

(في حالة وجود اكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S) إجمالي مراكز الخدمة) $\boldsymbol{C_{S_T} = S \times C_S}$

$$\boldsymbol{C_q = C_1 \times t \times L_q}$$

إذ أن:

(TC) : تمثل التكاليف الكلية (Total Costs)

$(\boldsymbol{C_S})$: تمثل التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة. "Costs allocated to service center employees"

(C_q) : تمثل تكاليف الوقت الضائع للوحدات في صف الإنتظار. "Costs of idle time for units in the queue"

$(\boldsymbol{C_1})$: تمثل أجرة الوحدة الواحدة في صف الإنتظار في وحدة الزمن $(\boldsymbol{t})$ "Unit cost per time unit in the queue"

$(\boldsymbol{C_2})$: تمثل أجرة العاملين في مراكز الخدمة في وحدة الزمن $(\boldsymbol{t})$ "Wage rate of service center employees per time unit".

$(\boldsymbol{t})$: تمثل وحدة الزمن، وتكون (ساعة، يوم، أسبوع .....) "Time unit"

$(\boldsymbol{L_q})$: تمثل متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الإنتظار. "Average number of units expected in the queue".

مثال : في مصنع إنتاجي، يوجد مخزن وحيد و رئيسي لتجهيز العمال بالعدد والآلات المطلوبة لإنجاز عملهم، وأن معدل وصول العمال للمخزن هو (16) عامل بالساعة في المتوسط ، ومعدل تقديم الخمة لهؤلاء العمال هو 20 عمل بالساعة في المتوسط، وبطريقة عشوائية، علما بأن الخدمة تقدم لهم من (2) دينار عن كل ساعة عمل، كما يتقاضى أمين المخزن أجراً قدره (1.5) دينار عن الساعة الواحدة، و أن عدد ساعات العمل في المصنع هي (8) ساعات.

المطلوب: حساب

1- تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟
2- التكاليف النهائية الكلية المطلوبة لإنجاز العمل؟

ا لحل

1. إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 16 عمل في الساعة
2. إن معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ يساوي 20 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$\boldsymbol{L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - \mu.\lambda}\right)}$$

$$= \left(\frac{(16)^2}{(20)^2 - 16 \times 20}\right) = \mathbf{3.2}$$

1- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

2- تحسب حسب القانون $\boldsymbol{C_q = C_1 \times t \times L_q}$ = $\boldsymbol{2 \times 8 \times 3.2 = 51.2\ D}$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $\boldsymbol{C_S = C_2 \times t = 1.5 \times 8 = 12\ D}$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{C_C = C_S + C_q = 12 + 51.2 = 63.2\ D}$

مثال: في أحد أندية تدريب هواة سباق السيارات، تولى مسؤول التدريب القيام بعمله بمعدل (8) ساعات يومياً. وبهدف تشجيع الهواة للاشتراك في المسابقات اللاحقة، قرر المسؤول منح مكافئة لكل متدرب (20) دينار في الساعة، وقد كلف إثنين من المستخدمين يقومون بإيواء سيارات المتدربين لقاء أجر قدره (2) دينار في الساعة لكل منهما. علماً بأن كل مستخدم يستطيع على تقديم الخدمة ل (25) من الهواة بالساعة في المتوسط، وأن معدل وصول الهواة كان (15) هاوي بالساعة في المتوسط.

المطلوب: حساب

1- تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار الهواة

2- التكاليف النهائية الكلية.

الحل

1. إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 15 عمل في الساعة
2. إن معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ يساوي 25 عمل في الساعة

$$\boldsymbol{P} = \left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\mu}}\right) = \left(\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{25}}\right) = \mathbf{0.6}$$

حساب احتمال عدم وجود زبائن في النظام $\boldsymbol{P_0}$

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 02 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة $\boldsymbol{p_0}$ من الجداول الخاصة به.

ومن الجدل وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $\boldsymbol{p_0 = 0.5383}$ المقابلة لـ $\boldsymbol{P = 0.6}$

حساب متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$\boldsymbol{L_q} = \frac{(\boldsymbol{p})^{\boldsymbol{s}} \times \lambda \times \mu \times \boldsymbol{P_0}}{(\boldsymbol{s-1})! \times (\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{\mu} - \lambda)^{\mathbf{2}}} = \frac{(\mathbf{0.6})^{\mathbf{2}} \times 15 \times 25 \times \mathbf{0.5383}}{(\mathbf{2-1})! \times ((\mathbf{2} \times \mathbf{25}) - 15)^{\mathbf{2}}} \approx 0.05935 \approx 0.06$$

ومنه تكاليف الوقت الضائع على انتظار الهواة

3- تحسب حسب القانون $\boldsymbol{C_q = C_1 \times t \times L_q} = \mathbf{20 \times 8 \times 0.06 = 9.6\ D}$

4- تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد: $\boldsymbol{C_S = C_2 \times t = 2 \times 8 = 16\ D}$

تكاليف المستخدمين الاثنين: $\boldsymbol{C_{S_T} = \mathbf{S} \times C_S = \ C_{S_T} = 2 \times C_S = 2 \times 16 = 32\ \mathbf{D}}$

(بما انه يوجد اكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S إجمالي مراكز الخدمة)

$$\boldsymbol{C_{S_T} = \mathbf{S} \times C_S = \mathbf{S} \times C_2 \times t}$$

1- حساب التكاليف الكلية:

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{C_C = C_{S_T} + C_q = 32 + 9.6 = 41.6\ \mathbf{D}}$