الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العربي بن مهيدي- أم البواقي- كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

المقياس: الأساليب الكمية في الادارة القسم: علوم التسيير

المستوى: أولى ماستر أدارة مالية + أولى ماستر إدارة اعمال

السنة الدراسية: 2023-2024 (السداسي الاول)

الحل النموذجي للسلسلة الثالثة

الحل النموذجي للتمرين الاول

معدل الوصول (λ) = 120 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 150 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون المطعم مشغول.

✓ $$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{120}{150} = 0.8$$

أي 80٪ من الوقت المطعم ليس مشغولاً بالكامل، مما يعني أن هناك بعض الوقت الضائع (غير المستغل).

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل) في المطعم.

✓ $$P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.8 = 0.2$$

أي هناك فرصة 20٪ أن يكون المطعم مشغولاً بالكامل.

3. متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام؟

✓ $$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{120}{150-120} = \frac{120}{30} = 4$$

في المتوسط، هناك 4 زبائن في النظام (يشمل الزبائن الذين يتلقون الخدمة والزبائن الذين ينتظرون في الطابور)

4. متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار.

✓ $$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = 0.8 \times 4 = 3.2 \approx 3$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 3.2، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 3 زبائن.

5. متوسط وقت الانتظار المتوقع في النظام.

✓ $$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{150-120} = \frac{1}{30} \text{ ساعة} = 1.9998 \approx 2 \text{ دقيقة}$$

في المتوسط ينتظر كل زبون 2 دقيقة في النظام (يشمل وقت الانتظار في الطابور ووقت تلقي الخدمة).

6. متوسط وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار.

✓ $.W_q = \mathbf{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = \mathbf{0.8} \times \left(\frac{1}{30}\right) = \frac{0.8}{30}$ ساعة $= \mathbf{1.6}$ دقيقة

الحل النموذجي للتمرين الثاني

معدل الوصول (λ) = 450 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 600 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن تكون عيادات المستشفى مشغولة.

✓ $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{450}{600} = \mathbf{0.75}$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل).

✓ $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.75 = 0.25$

3. متوسط عدد المرضى المتوقع في النظام.

✓ $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{450}{600-450} = \frac{120}{150} = 3$

4. متوسط عدد المرضى المتوقع في صف الانتظار؟

✓ $L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = 0.75 \times 3 = 2.25 \approx 2$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد المرضى في صف الانتظار بواقع 2.25، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد المرضى في صف الانتظار سيكون 2 مريضا.

5. متوسط وقت الانتظار للمرض المتوقع في النظام؟

✓ $.W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{600-450} = \frac{1}{150}$ ساعة

6. متوسط وقت الانتظار للمرضى المتوقع في صف الانتظار؟

✓ $.W_q = \mathbf{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = \mathbf{0.75} \times \left(\frac{1}{150}\right) = \frac{0.75}{150}$ ساعة $= \mathbf{0.3}$ دقيقة

الحل النموذجي للتمرين الثالث

معدل الوصول (λ) = 10 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 20 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون رصيف الميناء مشغولا.

✓ $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{10}{20} = \mathbf{0.5}$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل).

✓ $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.5 = 0.5$

3. متوسط عدد البواخر المتوقع في النظام؟

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{10}{20-10} = \frac{10}{10} = 1$$

4. متوسط عدد البواخر المتوقع في صف الانتظار؟

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = 0.5 \times 1 = 0.5 \cong 1$$

إن النتيجة 0.5، فإن التقريب يعتمد على السـياق والاحتياجات المحددة، في العديد من الحالات يتم تقريب 0.5 إلى 1 لأن النصف الأعلى يتجه نحو العدد التالي، لذا يكون منطقيًا تقريب النتيجة إلى 1.

5. متوسط وقت الانتظار المتوقع في النظام؟

$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{20-10} = \frac{1}{10}$ ساعة.

6. متوسط وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار؟

$W_q = P \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = 0.5 \times \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{0.5}{10}$ ساعة $= 3$ دقيقة.

الحل النموذجي للتمرين الرابع

معدل الوصول (λ) = 45 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 90 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون القبول والتسجيل مشغولا.

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{45}{90} = 0.5$$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل).

$$P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.5 = 0.5$$

3. متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام؟

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{45}{90-45} = \frac{45}{45} = 1$$

4. متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = 0.5 \times 1 = 0.5 \approx 1$$

إن النتيجة 0.5، فإن التقريب يعتمد على السـياق والاحتياجات المحددة، في العديد من الحالات يتم تقريب 0.5 إلى 1 لأن النصف الأعلى يتجه نحو العدد التالي، لذا يكون منطقيًا تقريب النتيجة إلى 1.

5. متوسط وقت الانتظار المتوقع في النظام.

$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{90-45} = \frac{1}{45}$ ساعة.

6. متوسط وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار.

✓ $.W_q = \mathbf{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = \mathbf{0.5} \times \left(\frac{1}{45}\right) = \frac{0.5}{45}$ ساعة $= \mathbf{0.67}$ دقيقة

الحل النموذجي للتمرين الخامس

معدل الوصول (λ) = 25 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 35 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون قسم الغسيل للسيارات مشغولا.

✓ $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{25}{35} = \mathbf{0.71}$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل).

✓ $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.71 = \mathbf{0.29}$

3. متوسط عدد السيارات المتوقع في النظام.

✓ $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{25}{35-25} = \frac{25}{10} = \mathbf{2.5 \approx 3}$

✓ إن النتيجة 2.5، فإن التقريب يعتمد على السـياق والاحتياجات المحددة، في العديد من الحالات يتم تقريب 2.5 إلى 3 لأن النصف الأعلى يتجه نحو العدد التالي، لذا يكون منطقيًا تقريب النتيجة إلى 3.

4. متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار.

✓ $L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = \mathbf{0.71 \times 2.5 = 1.775}$

✓ إن النتيجة تعطي متوسـط عدد السـيارات في صـف الانتظار بواقع 1.775 والفاصـلة هنا 0.775 وهي اكبر من 0.5، فإن التقريب سيكون بالزيادة، مما يعني أن متوسط عدد السيارات في صف الانتظار سيكون 2 سيارة.

5. متوسط وقت انتظار السيارات المتوقع في النظام.

✓ $.W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{35-25} = \frac{1}{10}$ ساعة

6. متوسط وقت انتظار السيارات المتوقع في صف الانتظار.

✓ $.W_q = \mathbf{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = \mathbf{0.71} \times \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{0.71}{10} = \mathbf{0.0017}$ ساعة

الحل النموذجي للتمرين السادس

معدل الوصول (λ) = 28 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 40 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون الموظف مشغول.

✓ $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{28}{40} = \mathbf{0.7}$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل).

- ✓ $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.7 = 0.3$

3. متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام.

- ✓ $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{28}{40-28} = \frac{28}{12} = 2.34$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 2.34 ، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 2 زبونا.

4. متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار.

- ✓ $L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = 0.7 \times 2.34 = 1.64$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 1.64، فإن التقريب سيكون إلى الزيادة، مما يعني أن متوسط عدد المرضى في صف الانتظار سيكون 2 مريضًا.

5. متوسط وقت الانتظار المتوقع في النظام.

- ✓ $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{40-28} = \frac{1}{12}$ ساعة.

6. متوسط وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار.

- ✓ $W_q = \mathbf{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = 0.7 \times \left(\frac{1}{12}\right) = \frac{0.71}{10} = 0.058$ ساعة.

الحل النموذجي للتمرين السابع

معدل الوصول (λ) = 50 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 450 زبون بالساعة

1. حساب احتمال أن يكون المعبر مشغولا.

- ✓ $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{50}{450} = 0.12$

2. حساب نسبة الوقت الضائع (غير المستغل) في العبر.

- ✓ $P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.12 = 0.88$

3. متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام؟

- ✓ $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \frac{50}{450-50} = \frac{50}{400} = 0.125$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد المسافرين في صف الانتظار بواقع 0.125 ، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد زبائن.

4. متوسط عدد المسافرين المتوقع في صف الانتظار؟

- ✓ $L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\right) = 0.12 \times 0.125 = 0.015$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد المسافرين في صف الانتظار بواقع 0.015 ، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد المسافرين في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد زبائن.

5. متوسط وقت الانتظار المتوقع في النظام.

$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{450-50} = \frac{1}{400}$ ساعة.

6. متوسط وقت الانتظار المتوقع في صف الانتظار.

$W_q = P \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu-\lambda}\right) = 0.12 \times \left(\frac{1}{400}\right) = \frac{1}{400} = 0.0025$ ساعة.

الحل النموذجي للتمرين الثامن

معدل الوصول (λ) = 50 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 120 زبون بالساعة

عدد مراكز الخدمة S=2

1- احتمال وجود زبائن في النظام.

تحسب حسب القانون التالي: $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{50}{120} = 0.4167$

2- حساب احتمال عدم وجود زبائن في النظام(P_0).

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 2 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة p_0 من الجداول الخاصة به، ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $p_0 = 0.6667$ المقابلة لـ $P = 0.4$

3- حساب متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times ((s \times \mu) - \lambda)^2} = \frac{(0.4)^2 \times 50 \times 120 \times 0.6667}{(2-1)! \times ((2 \times 120) - 50)^2} = 0.01773$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.01773، فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد زبائن.

4- متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام حسب القانون التالي:

$$L_s = L_q + P = 0.01773 + 0.4 = 0.41773.$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.41773 فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد زبائن.

5- متوسط وقت الانتظار للزبائن المتوقع في صف الانتظار.

تحسب حسب القانون التالي: $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.01773}{50} = 0.00035$ ساعة

تفسير النتيجة هو كمية المتوسط من الوقت الذي يتوقع أن يقضيه الزبون في النظام، والذي يشمل وقت الانتظار ووقت الخدمة. في هذه الحالة، يتوقع أن يقضي الزبون متوسط زمن انتظار يبلغ 0.00035 ساعة (أو حوالي 1.26 ثانية (قبل أن يبدأ في تلقي الخدمة.

6- متوسط وقت الانتظار للزبائن المتوقع في النظام.

حسب القانون: ساعة $W_s = W_q + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{\mu}} = 0.00035 + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{120}} = \mathbf{0.000868}$

تفسير هذه النتيجة هو أن المتوسط المتوقع لوقت الانتظار الكلي للعملاء في النظام هو حوالي 0.000868 ساعة، أو بشكل أكثر تحديدًا، حوالي 3.1248 ثانية.

الحل النموذجي للتمرين التاسع

<u>الحل</u>

معدل الوصول $(\boldsymbol{\lambda})$ = 80 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ = 150 زبون بالساعة

ومراكز الخدمة S=4

1- احتمال وجود مسافرين في النظام.

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{P} = \frac{\lambda}{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\mathbf{80}}{\mathbf{150}} = \mathbf{0.53333} \approx 055$

2- حساب احتمال عدم وجود مسافرين في النظام $\boldsymbol{P_0}$

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 4 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة $\boldsymbol{p_0}$ من الجداول الخاصة به.

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $\boldsymbol{p_0} = \mathbf{0.5769}$ المقابلة لـ $\boldsymbol{P} = \mathbf{0.55}$

3- حساب متوسط عدد المسافرين المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$\boldsymbol{L_q} = \frac{(\boldsymbol{p})^{\boldsymbol{s}} \times \lambda \times \mu \times \boldsymbol{P_0}}{(\boldsymbol{s-1})! \times (\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{\mu} - \lambda)^2} = \frac{(\mathbf{0.55})^{\mathbf{4}} \times 80 \times 150 \times \mathbf{0.5769}}{(\mathbf{4-1})! \times ((\mathbf{4} \times \mathbf{150}) - 80)^2} = \frac{\mathbf{633.50}}{\mathbf{1622400}} = 0.00039$$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.00039 فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد المسافرين في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد مسافرين.

4- متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام حسب القانون التالي:

$$\boldsymbol{L_s} = \boldsymbol{L_q} + \boldsymbol{P} = \mathbf{0.00039} + \mathbf{0.55} = \mathbf{0.55039}.$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.55039 فإن التقريب سيكون إلى الزيادة، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 1 زبون.

5- متوسط وقت الانتظار للمسافرين المتوقع في صف الانتظار.

تحسب حسب القانون التالي: ساعة $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.00039}{80} \approx 0$

وبمتوسط وقت الانتظار للمسافرين المتوقع في النظام.

$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0 + \frac{1}{150}$ ≈ حسب القانون: ساعة **0.00667**

الحل النموذجي للتمرين العاشر

معدل الوصول (λ) = 24 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة (μ) = 30 زبون بالساعة

ومراكز الخدمة S=2

1- احتمال وجود زبائن في النظام

تحسب حسب القانون التالي: $P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{24}{30} = 0.8$

2- حساب احتمال عدم وجود زبائن في النظام P_0

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 2 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة p_0 من الجداول الخاصة به.

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $p_0 = 0.4472$ المقابلة لـ $P = 0.8$

3- حساب متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2} = \frac{(0.8)^2 \times 24 \times 30 \times 0.4472}{(2-1)! \times ((2 \times 30) - 24)^2} = \frac{206.06976}{1296} = 0.159$$

✓ إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.159 فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد المسافرين في صف الانتظار سيكون 0 أي لا يوجد مسافرين.

4- متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام حسب القانون التالي:

$$L_s = L_q + P = 0.8 + 0.159 = 0.959.$$

5- إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 0.959 فإن التقريب سيكون إلى الزيادة، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 1 زبون.

6- متوسط وقت الانتظار للزبائن المتوقع في صف الانتظار.

تحسب حسب القانون التالي: ساعة $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.159}{24} \approx 0.00663$

وبما أن قيمة Wqحوالي 0.00663، فإن هذا يعني أن المتوسط الزمني لانتظار العملاء في صف الانتظار يقترب من 0.00663 ساعة، أو ما يعادل حوالي 23.868 ثانية و 0.38 دقيقة، وهذا يعني أنه على المتوسط، يقضي العملاء حوالي 23.2 ثانية في انتظار الخدمة في الصف قبل أن يتم خدمتهم في البنك.

7- متوسط وقت الانتظار للزبائن المتوقع في النظام.

حسب القانون: ساعة 0.0735 ≈ $W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.0402 + \frac{1}{30}$

القيمة Ws تمثل المتوسـط المتوقع لزمن وجود الزبون في النظام بما في ذلك وقت الانتظار في الصـف ووقت الخدمة الفعلي. بمعنى آخر، إذا كان زبون يدخل النظام، فمن المتوقع أن يقضي متوسـط الزمن الذي يقضيه في النظام - بما في ذلك الصف وخدمته – حوالي 0.0735 ساعة أو ما يعادل حوالي 4.41 دقيقة في المتوسط.

الحل النموذجي للتمرين الحادي عشر

معدل الوصول $(\boldsymbol{\lambda})$ = 40 زبون بالساعة

معدل تقديم الخدمة $(\boldsymbol{\mu})$ = 80 زبون بالساعة

ومراكز الخدمة S=4

1. **احتمال وجود طلاب في النظام**

تحسب حسب القانون التالي: $\boldsymbol{P} = \frac{\lambda}{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\mathbf{40}}{\mathbf{80}} = \mathbf{0.5}$

2. **حساب احتمال عدم وجود طلاب في النظام** P_0

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 4 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة $\boldsymbol{p_0}$ من الجداول الخاصة به.

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $\boldsymbol{p_0} = \mathbf{0.6065}$ المقابلة لـ $\boldsymbol{P} = \mathbf{0.5}$

3. **حساب متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:**

$$\boldsymbol{L_q} = \frac{(\boldsymbol{p})^{\boldsymbol{s}} \times \lambda \times \mu \times \boldsymbol{P_0}}{(\boldsymbol{s}-\mathbf{1})! \times (\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{\mu} - \lambda)^2} = \frac{(\mathbf{0.5})^{\mathbf{4}} \times 40 \times 80 \times \mathbf{0.5}}{(\mathbf{4}-\mathbf{1})! \times ((\mathbf{4} \times \mathbf{80}) - 40)^2} = 1.7675$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الطلاب في صف الانتظار بواقع 1.7675 فإن التقريب سيكون إلى الزيادة، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 2 طالب.

4. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام حسب القانون التالي:**

$$.\boldsymbol{L_s} = \boldsymbol{L_q} + \boldsymbol{P} = 0.5 + \mathbf{1.7675} = 2.2675$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الطلاب في صف الانتظار بواقع 2.2675 فإن التقريب سيكون إلى النقصان، مما يعني أن متوسط عدد الطلاب في النظام سيكون 2 طالب.

5. **متوسط وقت الانتظار للطلاب المتوقع في صف الانتظار.**

تحسب حسب القانون التالي: ساعة $\boldsymbol{W_q} = \frac{\boldsymbol{L_q}}{\lambda} = \frac{1.7675}{\mathbf{40}} \approx 0.0442$

وبما أن قيمة Wq حوالي 0.0442 فإن هذا يعني أن المتوسـط الزمني لانتظار العملاء في صـف الانتظار يقترب من 0.00641 سـاعة، أو ما يعادل حوالي 159.12 ثانية أو 2.652 دقيقة، وهذا يعني أنه على المتوسـط، يقضـي العملاء حوالي 159.12 ثانية في انتظار الخدمة في الصف قبل أن يتم خدمتهم في البنك.

6. متوسط وقت الانتظار للطلاب المتوقع في النظام.

حسب القانون: ساعة 0.0567 $\approx$ $W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.0442 + \frac{1}{80}$

القيمة Ws تمثل المتوسـط المتوقع لزمن وجود الطالب في النظام بما في ذلك وقت الانتظار في الصـف ووقت الخدمة الفعلي. بمعنى آخر، إذا كان طالب يدخل النظام، فمن المتوقع أن يقضي متوسـط الزمن الذي يقضيه في النظام - بما في ذلك الصف وخدمته – حوالي 0.0567 ساعة أو ما يعادل حوالي 3.402 دقيقة في المتوسط.

الحل النموذجي للتمرين الثاني عشر

1. إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 16 عمل في الساعة
2. إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 20 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - \mu.\lambda}\right) = \left(\frac{(16)^2}{(20)^2 - 16 \times 20}\right) = 3.2 \approx 3$$

إن النتيجة تعطي متوسـط عدد العمال في صـف الانتظار بواقع 3.2 فإن التقريب سـيكون إلى بالنقصـان، مما يعني أن متوسط عدد العمال في صف الانتظار سيكون 3 عامل.

1- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 2 \times 8 \times 3 = 48\ D$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $C_S = C_2 \times t = 1.5 \times 8 = 12\ D$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_S + C_q = 12 + 48 = 60\ \mathrm{D}$

الحل النموذجي للتمارين الثالث عشر

إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 30 عمل في الساعة

إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 40 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - \mu.\lambda}\right) = \left(\frac{(30)^2}{(40)^2 - 30 \times 40}\right) = 2.25 \approx 2$$

إن النتيجة تعطي متوسـط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 2.25 فإن التقريب سيكون إلى بالنقصـان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 2 زبائن.

2- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

3- تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 3 \times 10 \times 2 = 60\ D$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $C_S = C_2 \times t = 2 \times 10 = 20\ D$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_S + C_q = 20 + 60 = 80\ \text{D}$

لذا، التكاليف النهائية الكلية المطلوبة لخدمة الطعام في المطعم تبلغ 87.5 دينار. وتكاليف الوقت الضائع المترتبة على انتظار الزبائن تبلغ 80 دينار.

حل التمرين الرابع عشر

إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 25 عمل في الساعة

إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 30 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - \mu.\lambda}\right) = \left(\frac{(25)^2}{(30)^2 - 30 \times 25}\right) = 4.17 \approx 4$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بواقع 4.17 فإن التقريب سيكون إلى بالنقصان، مما يعني أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار سيكون 4 زبائن.

4- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار الزبائن؟

5- تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 4 \times 12 \times 4 = 192D$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $C_S = C_2 \times t = 3 \times 12 = 36\ D$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_S + C_q = 192 + 36 = 228\ \text{D}$

حل التمرين الخامس عشر

إن معدل وصول الوحدات $(\boldsymbol{\lambda})$ يساوي 20 عمل في الساعة

إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 25 عمل في الساعة

متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار.

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = \left(\frac{\lambda^2}{\mu^2 - (\mu.\lambda)}\right) = \left(\frac{(20)^2}{(25)^2 - (25 \times 20)}\right) = 3.2 \approx 3$$

إن النتيجة تعطي متوسط عدد السيارات في صف الانتظار بواقع 3.2 فإن التقريب سيكون إلى بالنقصان، مما يعني أن متوسط عدد السيارات في صف الانتظار سيكون 3 سيارات.

6- حساب تكاليف الوقت الضائع المترتب على انتظار العمال؟

7- تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 50 \times 8 \times 3 = 1200\ D$

تكاليف امين المخزن في اليوم الواحد يحب حسب القانون

تكاليف المخزن الواحد: $C_S = C_2 \times t = 30 \times 8 = 240D$

ومنه تكون التكاليف الكلية كما يلي:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_S + C_q = 240 + 1200 = 1440\ \mathrm{D}$

حل التمرين السادس عشر

إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 15 عمل في الساعة

إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 20 عمل في الساعة

$$P = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{15}{20}\right) = 0.75$$

حساب احتمال عدم وجود أعضاء في النظام P_0

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 02 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة p_0 من الجداول الخاصة به.

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $p_0 = 0.4706$ المقابلة لـ $P = 0.75$

حساب متوسط عدد الاعضاء المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2} = \frac{(0.75)^2 \times 15 \times 20 \times 0.4706}{(2-1)! \times ((2 \times 20) - 15)^2} \approx 0.06352 \approx 0.064$$

- **ملاحظة:(هنا لم استخدم التقريب لان نتيجة التكلفة سكون 0 في المرات الاولى استخدمت التقريب لتسهيل الحساب)**

ومنه تكاليف الوقت الضائع على انتظار الهواة

8- تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 30 \times 6 \times 0.064 = 11.52\ D$

9- تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد: $C_S = C_2 \times t = 10 \times 6 = 60\ D$

تكاليف المستخدمين الاثنين: $C_{S_T} = \mathrm{S} \times C_S = C_{S_T} = 2 \times 60 = 120 = 32\ \mathrm{D}$

(بما انه يوجد أكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S) إجمالي مراكز الخدمة)

$$C_{S_T} = S \times C_S = S \times C_2 \times t$$

-1 حساب التكاليف الكلية:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_{S_T} + C_q = 120 + 11.52 = 131.52$ **D**

حل التمرين السابع عشر

إن معدل وصول الوحدات (λ) يساوي 25 عمل في الساعة

إن معدل تقديم الخدمة (μ) يساوي 30 عمل في الساعة

$$P = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \left(\frac{25}{30}\right) = 0.84 \approx 0.85$$

حساب احتمال عدم وجود زبائن في النظامP_0

بما أن عدد مراكز الخدمة أكبر من 1 اي 02 مراكز خدمة، فانه يمكن استنتاج قيمة p_0 من الجداول الخاصة به،

ومن الجدول وحسب الملحق المرفق في الامتحان فان قيمة $p_0 = 0.4248$ المقابلة لـ $P = 0.85$

حساب متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار حسب القانون التالي:

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2} = \frac{(0.85)^2 \times 25 \times 30 \times 0.4248}{(2-1)! \times ((2 \times 30) - 25)^2} \approx 0.18619 \approx 0.186$$

- **ملاحظة:(هنا لم استخدم التقريب لان نتيجة التكلفة سكون 0 في المرات الاولى استخدمت التقريب لتسهيل الحساب)**

ومنه تكاليف الوقت الضائع على انتظار الهواة

10-تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 50 \times 8 \times 0.186 = 74.7$ \$

11-تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد: $C_S = C_2 \times t = 12 \times 8 = 96$ \$

تكاليف المستخدمين الاثنين :\$ $C_{S_T} = S \times C_S = C_{S_T} = 2 \times 96 = 120 = 192$

(بما انه يوجد أكثر من مركز خدمة تصبح التكاليف المخصصة للعاملين في مراكز الخدمة الاجمالية حيث (S)

إجمالي مراكز الخدمة)

$$C_{S_T} = S \times C_S = S \times C_2 \times t$$

-2 حساب التكاليف الكلية:

تحسب حسب القانون التالي: $C_C = C_{S_T} + C_q = 192 + 74.7 = 266.7$ \$