جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي
Université Larbi Ben M'hidi Oum El-Bouaghi

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
شعبة: علوم تسيير / تخصص أولى ماستر(إدارة اعمال+ إدارة مالية مالية)
مقياس: الأساليب الكمية في التسيير
يوم: 2024/03/10

حل الواجب المنزلي لطلبة السنة الأولى

ماستر (إدارة اعمال+ إدارة مالية)

حل التمارين الاول:

-1 حساب الاحتمالات ومعاملات التفاؤل والتشاؤم و قيم X،Y،Z.

- نعلم أن مجموع الاحتمالات لكل حالات الطبيعة $\left(\sum p_i = 1\right)$

ومن المعطيات لدينا

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$p_1 = p_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$\frac{1}{3}(p_1 + p_3) = p_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

بتعويض p_3 في المعادلة رقم (1) نجد :

$$2p_1 + p_2 = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ومن المعادلة (3) نجد أن $2p_1 = 3p_2$ ومنه

$$p_1 = \frac{3}{2}p_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وبتعويض المعادلة رقم (5) في المعادلة رقم (4) نجد: $p_2 = \dfrac{1}{4}$ وبتعويض p_2 في المعادلة رقم (5) نجد $p_1 = \dfrac{3}{8} = p_3$

- معامل التفاؤل $\left(p_{op}\right)$: من المعطيات $\left(p_{op} = 3p_2 = 3\times\left(\frac{1}{4}\right) = 0.75\right)$
- معامل التشاؤم $\left(p_{pe}\right)$: $\left(p_{pe} = \left(1 - p_{op}\right) = \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 025\right)$

- بعد الحصول على الاحتمالات المطلوبة نعوض في قانون القيمة المتوقعة للحصول علم قيم X،Y،Z.

$$EV_{S_1} = \left(X \times \frac{3}{8}\right) + \left(2000 \times \frac{1}{4}\right) + \left(8000 \times \frac{3}{8}\right) = 7250 \Rightarrow X = 10000$$

$$EV_{S_2} = \left(12000 \times \frac{3}{8}\right) + \left(Y \times \frac{1}{4}\right) + \left(3000 \times \frac{3}{8}\right) = 7625 \Rightarrow Y = 8000$$

$$EV_{S_3} = \left(20000 \times \frac{3}{8}\right) + \left(1000 \times \frac{1}{4}\right) + \left(Z \times \frac{3}{8}\right) = 12250 \Rightarrow Z = 12000$$

ندون النتائج في الجدول

البدائل \ حالات الطبيعة	N_1	N_2	N_3
S_1	1000	2000	8000
S_2	12000	8000	3000
S_3	20000	1000	12000
P_i	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$

2- افضل بديل وفق معيار لابلاس (*La place*)؟

البدائل \ حالات الطبيعة	N_1	N_2	N_3	معيار لبلاس نحسب المتوسط الحسابي
S_1	10000	2000	8000	$\frac{10000+2000+8000}{3}=6666.7$
S_2	12000	8000	3000	$\frac{12000+8000+3000}{3}=7666.7$
S_3	20000	1000	12000	$\frac{20000+1000+12000}{3}=11000$

- افضل بديل وفق معيار لابلاس هو البديل الأول S_1 لأننا أمام مصفوفة تكاليف.

3- افضل بديل وفق معيار التفاؤل؟

البدائل \ حالات الطبيعة	N_1	N_2	N_3	- نختار اقل القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
S_1	10000	2000	8000	2000
S_2	12000	8000	3000	3000
S_3	20000	1000	12000	1000

افضل بديل وفق معيار التفاؤل هو البديل الثالث S_3.

4- افضل بديل وفق معيار التشاؤم (*Wald*) ؟

البدائل \ حالات الطبيعة	N_1	N_2	N_3	نختار أسوا القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
S_1	10000	2000	8000	10000
S_2	12000	8000	3000	12000
S_3	20000	1000	12000	20000

- افضل بديل وفق معيار التشاؤم هو البديل الأول S_1.

5- افضل بديل وفق معيار سفاج (الندم) (***Savage***):

نختار ادنى قيمة من كل عمود ثم نطرحها من القيم الأخرى في العمود ونشكل المصفوفة الجديدة، ونتعامل مع القيم الجديدة فقط ، ثم نختار اكبر القيم من كل عمود وندونها في العمود الأخير، ثم نختار اصغرها:

البدائل \ حالات الطبيعة	N_1	N_2	N_3	نختار اكبر القيم ونختار أقلها لأننا في حالة تكاليف
S_1	0	1000	5000	5000
S_2	2000	7000	0	7000
S_3	10000	0	9000	10000

- افضل بديل وفق معيار سفاج هو البديل الأول S_1.

6- افضل بديل وفق معيار هيرويتز (الواقعية) (*Horweiz*) ، حيث معامل التفاؤل $\left(p_{op}=0.75\right)$ والتشاؤم $\left(p_{op}=0.25\right)$

البدائل \ الاختيارات	اقصى	ادنى	أسوا النتائج x $\left(p_{pe}=025\right)$	افضل النتائج قيمة x $\left(p_{op}=0.75\right)$	مجموع النتائج
S_1	10000	2000	2500	1500	4000
S_2	12000	3000	3000	2250	5250
S_3	20000	1000	5000	750	5750

افضل بديل وفق معيار هيرويتز (*Horweiz*) هو البديل الأول S_1.

7- قيمة المبلغ الذي يتم دفعه للحصول على المعلومة الكاملة.

- أفضل استراتيجية هنا في ظل المخاطرة هي الاستراتيجية الأولى لأننا أمام حالة تكاليف $EV_{S_1}=7250$
- نحسب القيمة المتوقعة بوجود المعلومة الكاملة:
- نحن هنا أمام مصفوفة تكاليف بالتالي نختار أفضل النتائج (أي أقل القيم في كل عمود)

$$EV_W\,PI=\left(10000\times\frac{3}{8}\right)+\left(1000\times\frac{1}{4}\right)+\left(300\times\frac{3}{8}\right)=5125$$

نحسب القيمة المتوقعة في ظل المعلومة الكاملة = القيمة المتوقعة للبديل الأول- القيمة المتوقعة بوجود المعلومة الكاملة

Expected value of perfect information =Expected value -Expected value With perfect information

ومنه اقصى مبلغ يمكن أن يدفع مقابل الحصول المعلومة الكاملة هو:

$$EVPI=EV_{S_1}-EV_W PI=5125-7250=-2125$$

النتيجة السالبة تدل على ان لمتخذ القرار ليس في مصلحته الانتقال من حالة المخاطرة الى حالة التأكد التام لدفع مبلغ مقابل ذلك لأنه سيكلفه اكثر من الاستراتيجية.

حل التمارين الثاني:

لو افترضنا أن اللاعب (X) يخصص جزء للعب الاستراتيجية X_1 يتمثل في $\boldsymbol{\alpha}$، وبالتالي ما يخصص للاستراتيجية X_2 هو $\alpha_1=(1-\alpha)$

لو افترضنا أن اللاعب (Y) يخصص جزء للعب الاستراتيجية Y_1 يتمثل في β وما يخصص للاستراتيجية Y_2 هو $\beta_1=(1-\beta)$

$$\boldsymbol{\alpha}+5(1-\boldsymbol{\alpha})=x\boldsymbol{\alpha}-3(1-\boldsymbol{\alpha})\Rightarrow\boldsymbol{\alpha}=\frac{2}{(1+\boldsymbol{x})}$$

$$\alpha_1=(1-\alpha)\Rightarrow\alpha_1=\left(1-\frac{2}{(1+\boldsymbol{x})}\right)=\frac{(1-\alpha)}{(x+1)}$$

$$\beta+x(1-\beta)=5\beta+3(1-\beta)\Rightarrow\beta=\frac{(x-3)}{(1+\boldsymbol{x})}$$

$$\beta_1=(1-\beta)\Rightarrow\beta_1=\left(1-\frac{(x-3)}{(1+\boldsymbol{x})}\right)=\frac{4}{(1+x)}$$

الآن ندون النتائج في الجدول المخصص.

		اللاعب Y	
		$\beta=\frac{(x-3)}{(1+\boldsymbol{x})}$	$\beta_1=\frac{4}{(1+x)}$
اللاعب X	$\boldsymbol{\alpha}=\frac{2}{(1+\boldsymbol{x})}$	1	X

	$\alpha_1=\dfrac{(x-1)}{(x+1)}$	**5**	**3**

$$\left(\left[(\beta)\times(1)\times(\alpha)=\left(\frac{(x-3)}{(1+\boldsymbol{x})}\right)\times(1)\times\left(\frac{2}{(1+\boldsymbol{x})}\right)=\frac{2x-6}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}\right]\right)$$

$$\left(\left[(\alpha)\times(x)\times(\beta_1)=\left(\frac{4}{(1+x)}\right)\times(x)\times\left(\frac{2}{(1+\boldsymbol{x})}\right)=\frac{8x}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}\right]\right)$$

$$\left(\left[(\alpha_1)\times(5)\times(\beta)=\left(\frac{(x-1)}{(x+1)}\right)\times(5)\times\left(\frac{(x-3)}{(1+\boldsymbol{x})}\right)=\frac{5\boldsymbol{x}^2-20x+15}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}\right]\right)$$

$$\left(\left[(\alpha_1)\times(3)\times(\beta_1)=\left(\frac{(x-1)}{(x+1)}\right)\times(3)\times\left(\frac{4}{(1+x)}\right)=\frac{12x-12}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}\right]\right)$$

- بجمع كل النتائج نحصل على قيمة نتيجة المباراة (V):

أي أن $\quad (V)=\dfrac{2x-6+8x+5\boldsymbol{x}^2-20x+15+12x-12}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}=\dfrac{5\boldsymbol{x}^2+2x-3}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}$

ولدينا من المعطيات $\left(V=\dfrac{17}{5}\right)$ ومنه $\left(V=\dfrac{17}{5}=\dfrac{5\boldsymbol{x}^2+2x-3}{\boldsymbol{x}^2+2x+1}\right)$ ومنه $25\boldsymbol{x}^2+10x-15=17\boldsymbol{x}^2+34x+17$

وهذا بقسمة طرفي المعادلة على العدد الموجب (8) نحصل على الناتج التالي: $\dfrac{8\boldsymbol{x}^2-24x-32}{8}=\dfrac{0}{8}\Rightarrow\left\{\boldsymbol{x}^2-3x-4=0\right\}$

نلاحظ أنها معادلة من الدرجة الثانية من الشكل $\boldsymbol{ax}^2+bx+c$ ، يمكن أن نقوم بحلها بواسطة المميز المشهور (Δ)

$(\vartriangle)=\boldsymbol{b}^2-4a\times c=(3)^2-4(1)\times(-4)=9+16=25$

$\sqrt{(\vartriangle)}=\sqrt{25}=5$

- بما أن المميز اكبر من الصفر يوجد حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{(\vartriangle)}}{2a}=\dfrac{-(-3)+5}{2\times1}=\dfrac{8}{2}=4$ مقبول

$x_2=\dfrac{-b-\sqrt{(\vartriangle)}}{2a}=\dfrac{-(-3)-5}{2\times1}=\dfrac{-2}{2}=-1$ مرفوض

ومنه قيمة (x) التي تجعل المباراة غير مستقرة (مختلطة) و لا توجد بها نقطة سرج) وتكون نتيجتها $\left(V=\dfrac{17}{5}\right)$ هي $x_1=x=4$

حل التمرين الثالث

1- حساب العدد المتوقع للزبائن في النظام:

$$\mu=8 \text{ و } \lambda=3$$

يحسب من خلال العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{L_s}=\sum_{n=0}^{\infty} nP(N)=0\ (0.625)+1\ (0.234)+\ 2\ (0.088)+\ 3\ (0.033)+ 4\ (0.012)+\ 5\ (0.005)+\ 6\ (0.002)+7\ (0.001)+0=0.601\approx 0.6 \text{/زبون}$$

او من خلال القانون $\quad \boldsymbol{L_s}=\dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\mu-\lambda}}=\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{8-3}}=\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}=\mathbf{0.6}$

2- حساب الزمن المتوقع لانتظار زبون ما في النظام.

$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{0.6}{3} \approx 0.2$ ساعة $= 12$دقيقة

م او

✓ او من خلال القانون . $\boldsymbol{W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{8-3} = \frac{1}{5} = 0.2}$

3- حساب الزمن المتوقع لانتظار زبون ما في الصف.

$W_q = W - \frac{1}{\mu} = 0.2 - \frac{1}{8} = 0.075$ ساعة $= 4.5$ دقيقة

او من خلال القانون $\boldsymbol{W_q = P \times W_s = \left(\frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{1}{8-3}\right) = \left(\frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{3}{40}\right) = 0.075}$

4- حساب العدد المتوقع للزبائن في صف الانتظار.

$L_q = \lambda \times W_q = (0.075) \times 3 = 0.225$ زابون

او من خلال القانون $\boldsymbol{L_q = P \times L_s = \left(\frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{3}{8-3}\right) = \left(\frac{9}{40}\right) = 0.225}$

5- حساب العدد المتوقع للزبائن الذين يتلقون الخدمة في النظام.

$P = \frac{\lambda}{\mu} = \boldsymbol{L_s} - L_q = (0.601 - 0.225) = \frac{3}{8} = 0.375$ زبون

او من خلال القانون $\boldsymbol{P = \frac{\lambda}{\mu} = \left(\frac{3}{8}\right) = 0.375}$

6- حساب احتمال أن يحوي النظام خمسة زبائن على الأقل.

$P_r\{N \geq 5\} = \sum_{n=5}^{\infty} P(N) = (P(5) + P(6) + P(7) + 0) = (0.005 + 0.002 + 0.001 + 0) = 0.008$

7- حساب احتمال أن يحوي النظام خمسة زبائن على الأكثر.

$P^r\{N \leq 5\} = \sum_{n=5}^{\infty} P(N) = \big(P(5) + P(4) + P(3) + P(2) + P(1) + P(0)\big) = (0.005 + 0.012 + 0.033 + 0.008 + 0.234 + 0.625) = 0.997$

8- حساب نسبة الوقت الذي يكون فيه النظام مشغولا.

$P(0) = 0.625$

او من خلال القانون $P_0 = 1 - P = (1 - 0.375) = 0.625$

أي النظام غير مشغول بنسبة 62.5 % من الوقت.