جامعة العربي مهيدي -أم البواقي
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
السنة الأولى جذع مشترك علوم اقتصادية و تجارية وعلوم التسيير

حل السلسلة الثانية لمقياس الاقتصاد الجزئي 2

حل التمرين الأول:

1- تحديد دوال الطلب على عناصر الإنتاج التي تسمح بتعظيم الإنتاج عند تكلفة معطاة C_0 :

باستخدام طريقة لاغرانج:

$$L = 3K^{1/4}L^{1/4} + \lambda(C_0 - wL - rK)$$

عند التوازن نجد:

$$K=(W/r)L \rightarrow L^*=C_0/2w$$
$$K^*= C_0/2r$$

2- تفسير معامل لاغرانج λ .

$$dQ=Q'_L.dL+ Q'_K.dK \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$dCT=rdK+Kdr+wdL+Ldw \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$
$$Q'_L= \lambda w \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$
$$Q'_K= \lambda r \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

بتعويض (3) و (4) في (1) نجد:

$$dQ= \lambda w.dL+\lambda r.dK= \lambda(w.dL+r.dK)= \lambda.dCT$$
$$\rightarrow)= \lambda=dQ/dCT=1/Cm$$ (مقلوب التكلفة الحدية)

3- حساب الكميات المطلوبة من عناصر الإنتاج و الكمية المنتجة ومضاعف لاغرانج إذا كان C=100, w=1, r=1.

$$L^*=50 \quad ; K^*=50$$

4- تحديد دوال الطلب على عناصر الإنتاج إذا كان المنتج يهدف لتدنية تكاليفه عند حجم معين من الإنتاج Q_0

باستخدام طريقة معكوس مضروب لاغرانج:

$$L= wL+rK +\lambda(Q_0 - 3K^{1/4}L^{1/4})$$

عند التوازن نجد:

$$K=(W/r)L \rightarrow L^*=(Q^2/9)(r/w)^{1/2}$$
$$K^*=(Q^2/9)(w/r)^{1/2}$$

حل التمرين الثاني:

$Q=2K^{1/2}L^{1/2}$ و أسعار عوامل الإنتاج $w=8$ و $r=2$

1- تحديد دوال التكلفة الكلية و المتوسطة و الحدية في المدى الطويل:

(بنفس طريقة التمرين السابق-السؤال الرابع /طريقة معكوس مضروب لاغرانج)

نجد: $L=wL+rK+\lambda(Q_0-2K^{1/2}L^{1/2})$

$L^*=(Q^2/2)(r/w)^{1/2}$.....(1)

$K^*=(Q^2/2)(w/r)^{1/2}$.....(2)

بتعويض (1) و (2) في معادلة التكلفة الكلية نحصل على:

$TC=(Q^2/2)(rw)^{1/2}+(Q^2/2)(wr)^{1/2}$

$= Q^2(rw)^{1/2}$

$AC= Q(rw)^{1/2}$

$MC=2Q(rw)^{1/2}$

2- حساب قيمة التكلفة المتوسطة و الحدية:

هنا نعوض قيم w و r فنجد:

$TC=4Q^2$

$AC= 4Q$

$MC= 8Q$

حل التمرين الثالث:

$Q= K^{1/4}L^{1/4}$ و أسعار عوامل الإنتاج $w=10$ و $r=5$

1- تحديد دوال التكلفة الكلية و المتوسطة و الحدية في المدى الطويل:

(بنفس طريقة التمرين السابق-السؤال الاول)

2- تحديد دوال التكلفة الكلية و المتوسطة و الحدية في المدى القصير / $K=16$:

تصبح دالة الانتاج كما يلي:

$Q=2L^{1/4} \rightarrow L=Q^4/16$

وعليه تكون دوال التكلفة بعد تعويض الاسعار:

$TC=16r+w(Q^4/16)=90+5(Q^4/8)$

$AC=(90/Q)+5(Q^3/8)$

$MC=5Q^3/2$

حل التمرين الرابع:

كمية الإنتاجQ	1	2	3	4	5	6	7
التكلفة الكليةTC	100	130	155	170	185	220	350
التكلفة الثابتةTFC	80	80	80	80	80	80	80
التكلفة المتغيرةTVC	20	50	75	90	105	140	270
متوسط التكلفة الكليةAC	100	65	51.66	42.5	37	36.66	50
متوسط التكلفة الثابتةAFC	80	40	26,667	20	16	13,333	11,429
متوسط التكلفة المتغيرةAVC	20	25	25	22,5	21	23,333	38,571
التكلفة الحديةMC	-	30	25	15	15	35	130

- التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة المتوسطة و الحدية والتعليق عليها.

التعليق:

يتناقص متوسط التكلفة الكلية مع تزايد حجم الانتاج حتى يصل لأقل قيمة له ثم يرتفع بعد ذلك، أما منحنى التكلفة الحدية فينخفض أولا ثم يرتفع ويقطع منحنى متوسط التكلفة الكلية في أدنى قيمة له.

حل التمرين الخامس:

1- حساب التكلفة الثابتة:

$TC= Q^3 – 6\ Q^2 + 15Q +2$

$TFC=2$ (الجزء الثابت من الدالة)

2- حساب متوسط التكلفة الثابتة:

$AFC=TFC/Q=2/Q$

3- حساب التكلفة المتغيرة :

$TVC=TC-TFC= Q^3 – 6\ Q^2 + 15Q$

4- حساب متوسط التكلفة المتغيرة:

$AVC=TVC/Q= Q^2 – 6\ Q + 15$

5- حساب متوسط التكلفة الكلية:

الطريقة 1:

$AC=TC/Q= Q^2– 6 Q + 15 +2/Q$

الطريقة 2:

$AC=AVC+AFC= Q^2– 6 Q + 15 +2/Q$

6- حساب التكلفة الحدية:

$MC=dTC/dQ= 3Q^2– 12 Q + 15$

7- التمثيل البياني لمنحنيات التكلفة.

نقوم بإعطاء قيم لـ Q للحصول على قيم MC; AVC ; TVC ; AC ; TC المقابلة لها ثم نمثل هذه القيم على نفس المعلم.

حل التمرين السادس:

- الأسئلة من 1 إلى 6 تحل بنفس طريقة التمرين السابق.

7- حدد كمية الإنتاج و التي تجعل التكلفة المتوسطة اقل ما يمكن

$TC = 3Q^2 + 2Q +1$

$AC=3Q+2+(1/Q)$

$\text{Min AC} \rightarrow dAC/dQ=0 \rightarrow 3-(1/Q^2)=0 \rightarrow Q=1/\sqrt{3}=\sqrt{3}/3$

للتأكد من أن الكمية المحسوبة تجعل التكلفة المتوسطة اقل ما يمكن لا بد من تحقق الشرط الآتي:

$d^2AC/dQ^2>0 \rightarrow 2/Q^3>0$ محقق

حل التمرين السابع:

1- تتعلق الدالة بالمدى الطويل لعدم وجود تكاليف ثابتة (جميع التكاليف متغيرة).

2- تحديد دالة التكلفة الحدية:

$TC=2/3\ Q^3– 5\ Q^2 + 18Q$

$MC=2Q^2-10Q+18$

3- تحديد كمية الإنتاج الموافقة لأدنى تكلفة حدية :

$\text{Min MC} \rightarrow dMC/dQ=4Q-10=0 \rightarrow Q=5/2$

للتأكد من أن الكمية المحسوبة توافق أدنى تكلفة حدية لا بد من تحقق الشرط الآتي:

$d^2MC/dQ^2>0 \rightarrow 4>0$ محقق

*السؤال الرابع والخامس بنفس طريقة التمرين6.

ع/الفرقة البيداغوجية

Total fixed costs (TFC)

Total variable costs (TVC)

Total costs (TC)

TC=TVC+TFC

Average fixed cost (AFC) equals total fixed costs divided by output.

Average variable cost (AVC) equals total variable costs divided by output.

Average cost (AC) equals total costs divided by output; AC also equals AFC plus AVC.

Marginal cost (MC) equals the change in TC or the change in TVC per unit change in output.