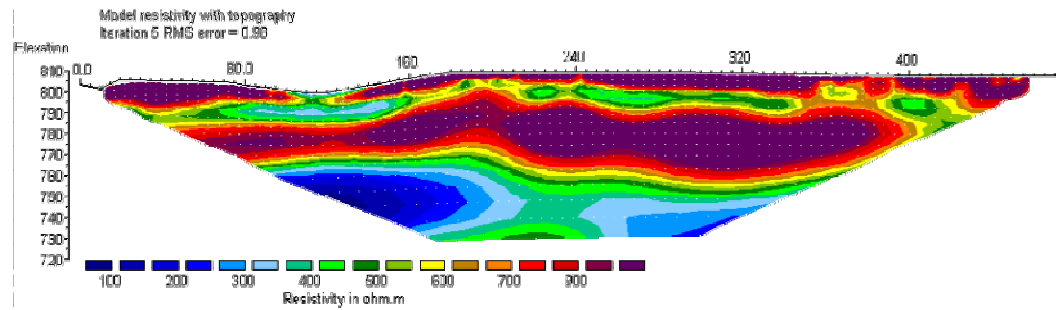
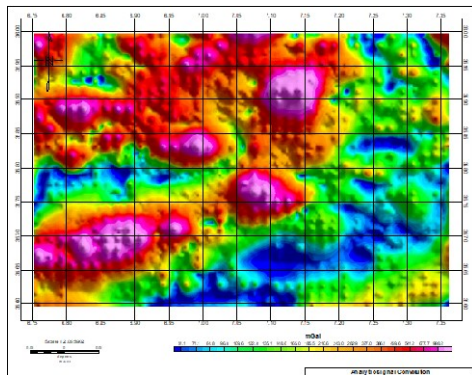


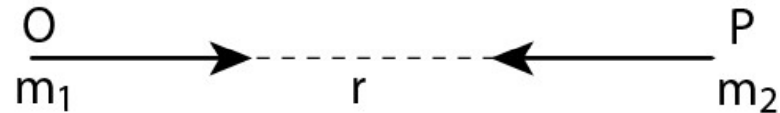
Méthodes Gravimétriques



Chapitre2: Méthode gravimétrique

Le champ de pesanteur

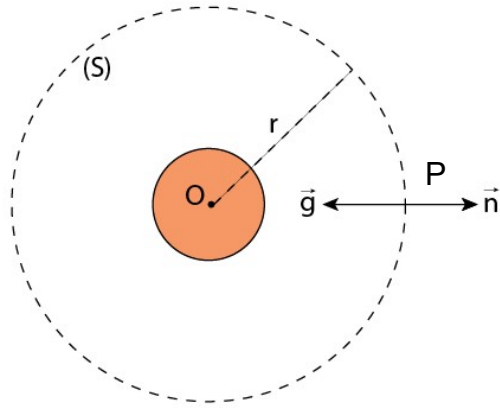
- Attraction universelle:
 - **Newton**: deux lois fondamentales:
 - **le principe fondamental de la dynamique**:
$$f = mg$$
 avec g = accélération du corps (1)
 - **La loi d'attraction universelle**:



$$f = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
 avec G = constante de la gravitation universelle (2)
 $G = 6.67 \times 10^{-8}$ (cgs), ou $\times 10^{-11}$ (SI)

- de (1) et (2) on obtient l'accélération de m_2 due à la présence de m_1 :
- $$\vec{g} = G \frac{m_1}{r^2} \vec{r}$$
 avec \vec{r} Vecteur unitaire allant de P vers O.

Cas de la sphère



- Le champ gravifique g est un vecteur dirigé de P vers le centre de la sphère

$$\vec{g} \cdot \vec{n} = -g \cdot r_0 \quad \text{Avec } r_0 \text{ la normale unitaire dirigée vers l'extérieur de } (S)$$

- Le flux de g à travers la sphère (S) s'écrit:

$$\phi = \int_S \vec{g} \cdot \vec{n} \cdot dS = -g \int_S r_0 \cdot dS = -g \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot r_0$$

- et d'après le théorème de Gauss

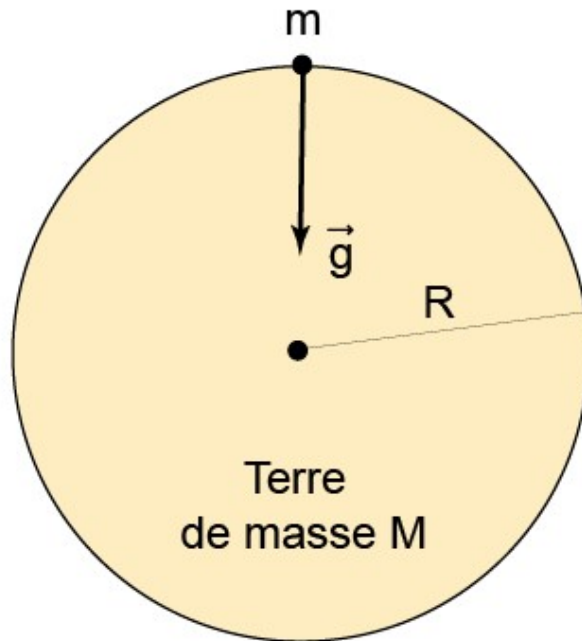
$$\phi = 4\pi \cdot G \cdot M \quad \text{avec } M \text{ la masse de la sphère}$$

- d'où:

$$\boxed{g = -G \frac{M}{r^2} r_0}$$

L'attraction de la sphère, à l'extérieur, est la même que celle d'une masse ponctuelle de même masse ramassée en son centre

Cas de la sphère



l'attraction exercée par le globe terrestre sur la petite masse m en surface est équivalente à l'attraction d'un point situé au centre de la Terre et de masse M égale à la masse de la Terre.

L'accélération de la pesanteur g s'écrit:

$$\vec{g} = G \frac{M}{R^2} \vec{r}$$

l'unité est le milligal (cgs)
ou le m/s^2 (SI)

Le champ de pesanteur

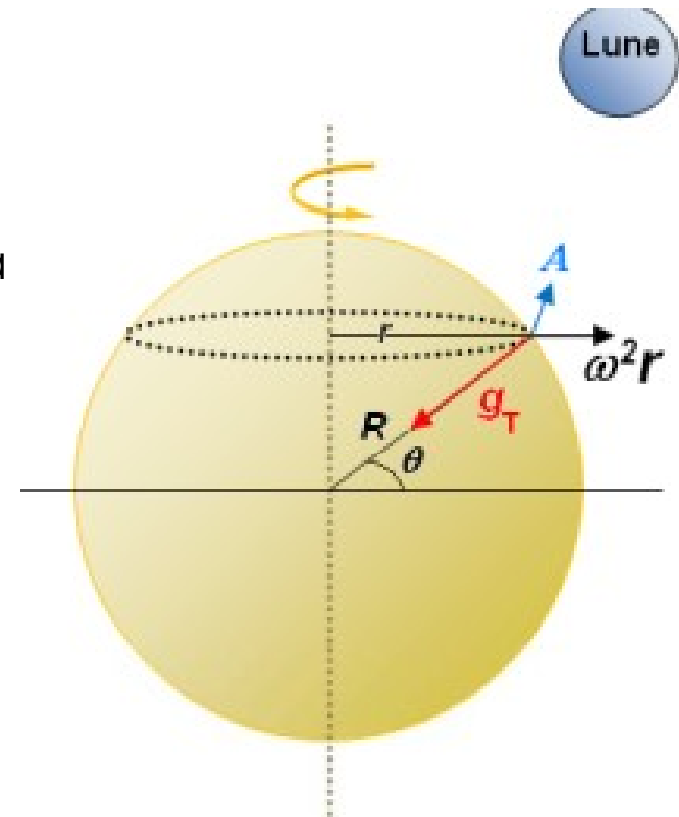
La pesanteur (ou accélération de la pesanteur) est l'accélération que subit tout point matériel du fait de:

- l'**attraction newtonienne** de la masse de la Terre, encore appelée gravité,
- l'**accélération centrifuge** due à la rotation de la Terre,
- l'**attraction newtonienne des corps extérieurs à la Terre** (à savoir essentiellement la Lune par sa proximité et le Soleil par sa masse), appelée attraction ***lunisolaire***.

$$g = (g_T - \omega^2 r) + A$$

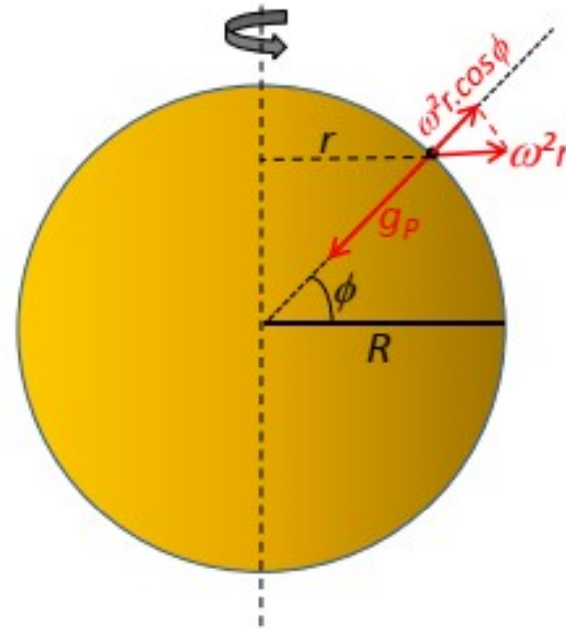
Variable dans le temps

Constant dans le temps



Le champ de pesanteur

Théorie de Clairaut



$$g(\varnothing) = g_p - \omega^2 r \cos \varnothing$$

$$\text{A l'équateur : } g_E = g_p - \omega^2 r \Rightarrow$$

$$g_p = g_E + \omega^2 r \quad \rightarrow \quad r = R \cos \varnothing$$

$$g(\varnothing) = g_E + \omega^2 R - \omega^2 R \cos^2 \varnothing = g_E + \omega^2 R (1 - \cos^2 \varnothing)$$

$$g(\varnothing) = g_E + \omega^2 R \sin^2 \varnothing$$

$$g(\varnothing) = g_E \left(1 + \frac{\omega^2 R}{g_E} \sin^2 \varnothing \right)$$

$$g(\varnothing) = g_E (1 + \gamma \sin^2 \varnothing)$$

Le champ de pesanteur

Théorie de Clairaut

Du fait de la rotation, la Terre n'est pas parfaitement sphérique, elle est aplatie aux pôles. C'est un ellipsoïde aplati (sphéroïde). Donc il faudrait tenir compte de l'écart à la sphéricité en ajoutant des termes correctifs. L'aplatissement peut être défini par:

$$f = (a-b)/a$$

- Clairaut a montré en utilisant les équations de l'hydrostatique que, quelque soit la distribution de densité, on avait toujours :

$$f + \gamma = \frac{5 \omega^2 R}{2 g_E} = \frac{1}{115.5}$$

Le Sphéroïde de référence

- C'est une surface équipotentielle où, en chaque point, la pesanteur est normale à la surface.
- Le sphéroïde est rapporté à la surface moyenne de la mer, les masses en excès étant supprimées et les creux océaniques comblés.
- L'expression mathématique est un développement en harmoniques sphériques dont la formule **appelée *International Gravity Formula (IGF)* a été adoptée en 1980** s'écrit:

$$g = g_0 \left(1 + \alpha \sin^2 \phi + \beta \sin^2 2\phi \right) \quad ms^{-2} \quad SI$$

$$\text{avec } g_0 = 9.780327$$

$$\alpha = 0.0053024$$

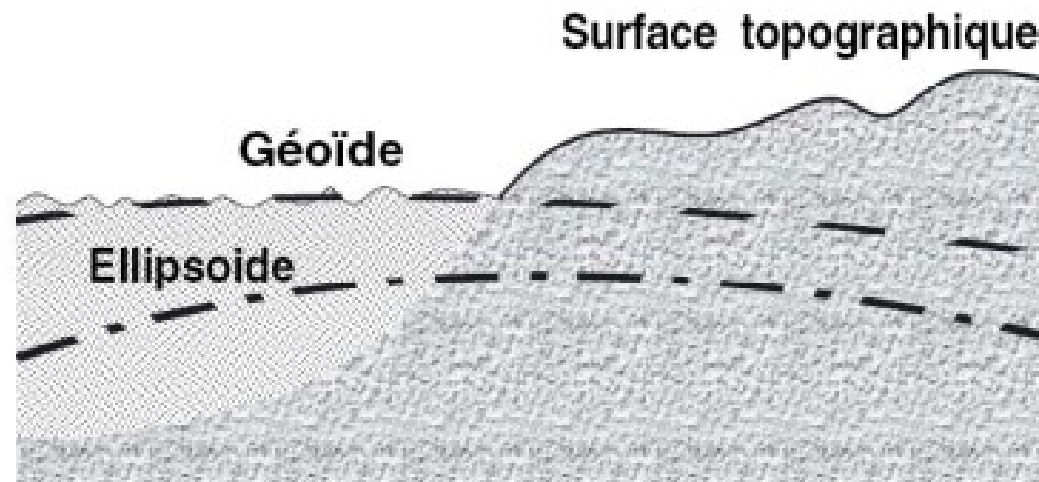
$$\beta = -0.0000058$$

Ainsi du fait de l'aplatissement de la Terre aux pôles et de sa rotation sur elle-même, la pesanteur théorique n'est pas la même en tout point du globe, ce qui serait le cas si la Terre était sphérique et immobile, mais varie de près de 5 000 mGal entre **l'équateur (978 000 mGal ou 9,78 m.s⁻²)** et **le pôle (983 000 mGal ou 9,83 m.s⁻²)**.

Rappelons encore une fois que cette valeur théorique **suppose l'absence d'hétérogénéités de densité à l'intérieur du globe.**

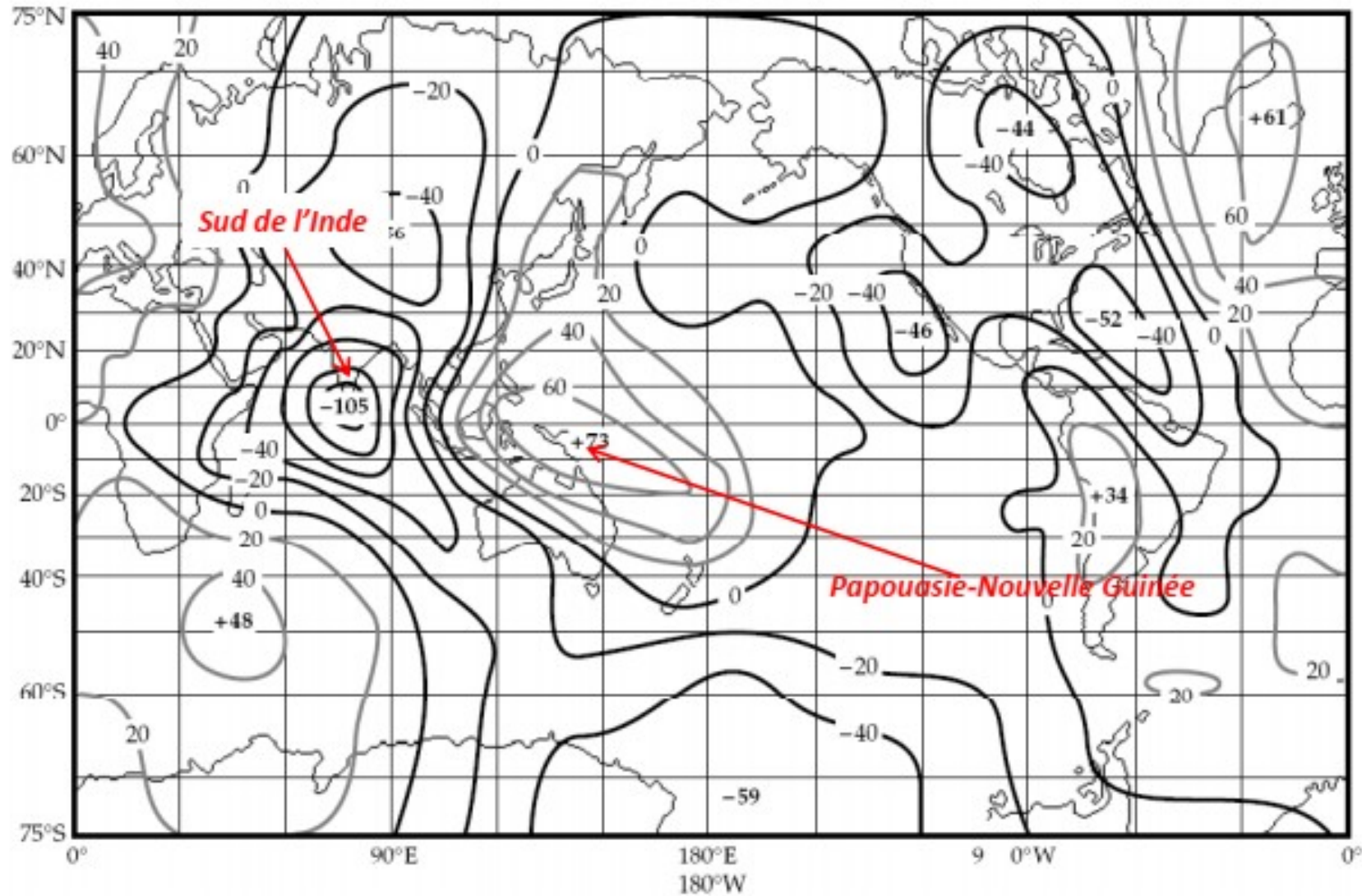
Géoïde - Ellipsoïde de révolution (le sphéroïde)

Le géoïde est une surface équipotentielle du champ de pesanteur de la Terre qui se confond avec le niveau moyen des océans au repos, et qui se prolonge sous la surface topographique des continents. C'est la surface de référence des altitudes (niveau 0). Il définit la forme de la Terre.



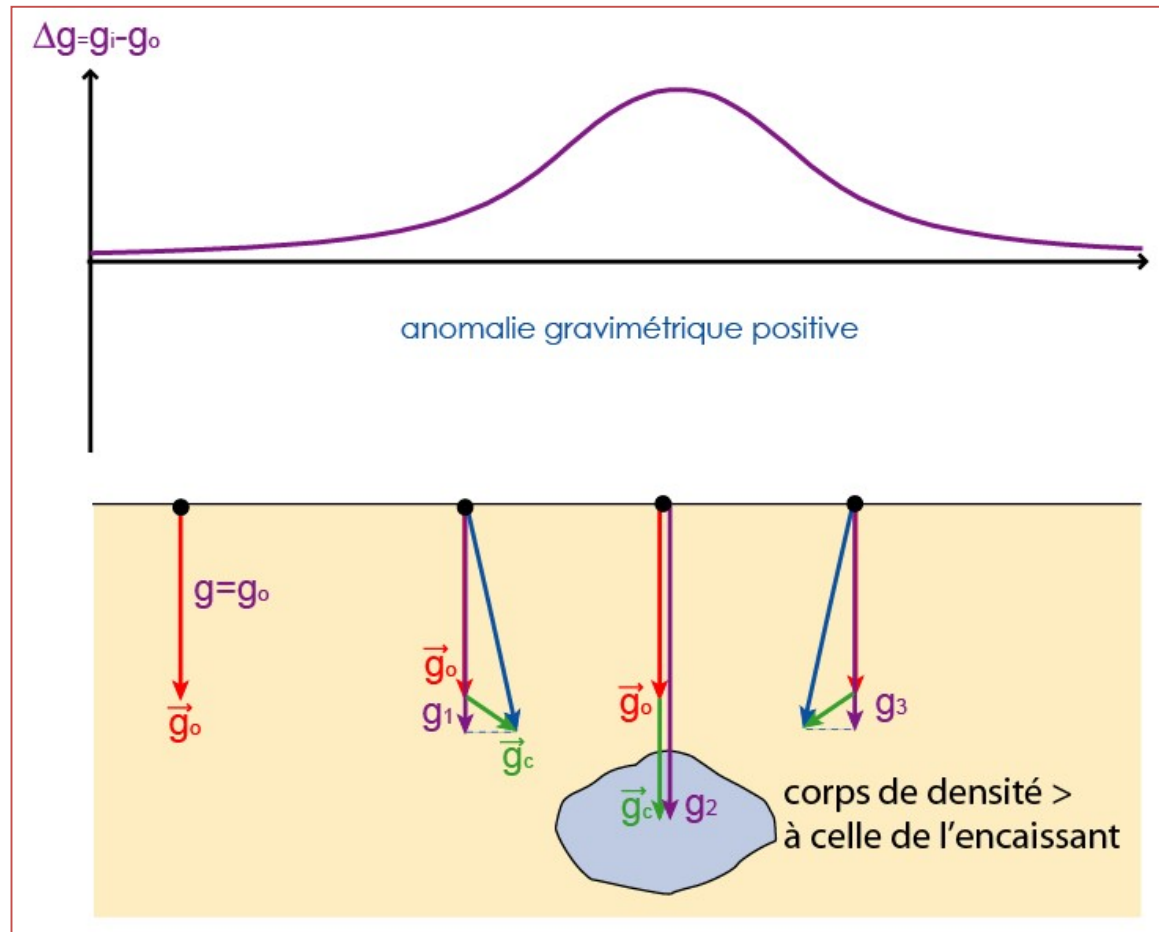
L'ellipsoïde de référence est un ellipsoïde de révolution qui se rapproche au mieux du géoïde. Il correspond à une équipotentielle du champ de pesanteur théorique de la Terre.

Géοide et Ellipsoïde de référence

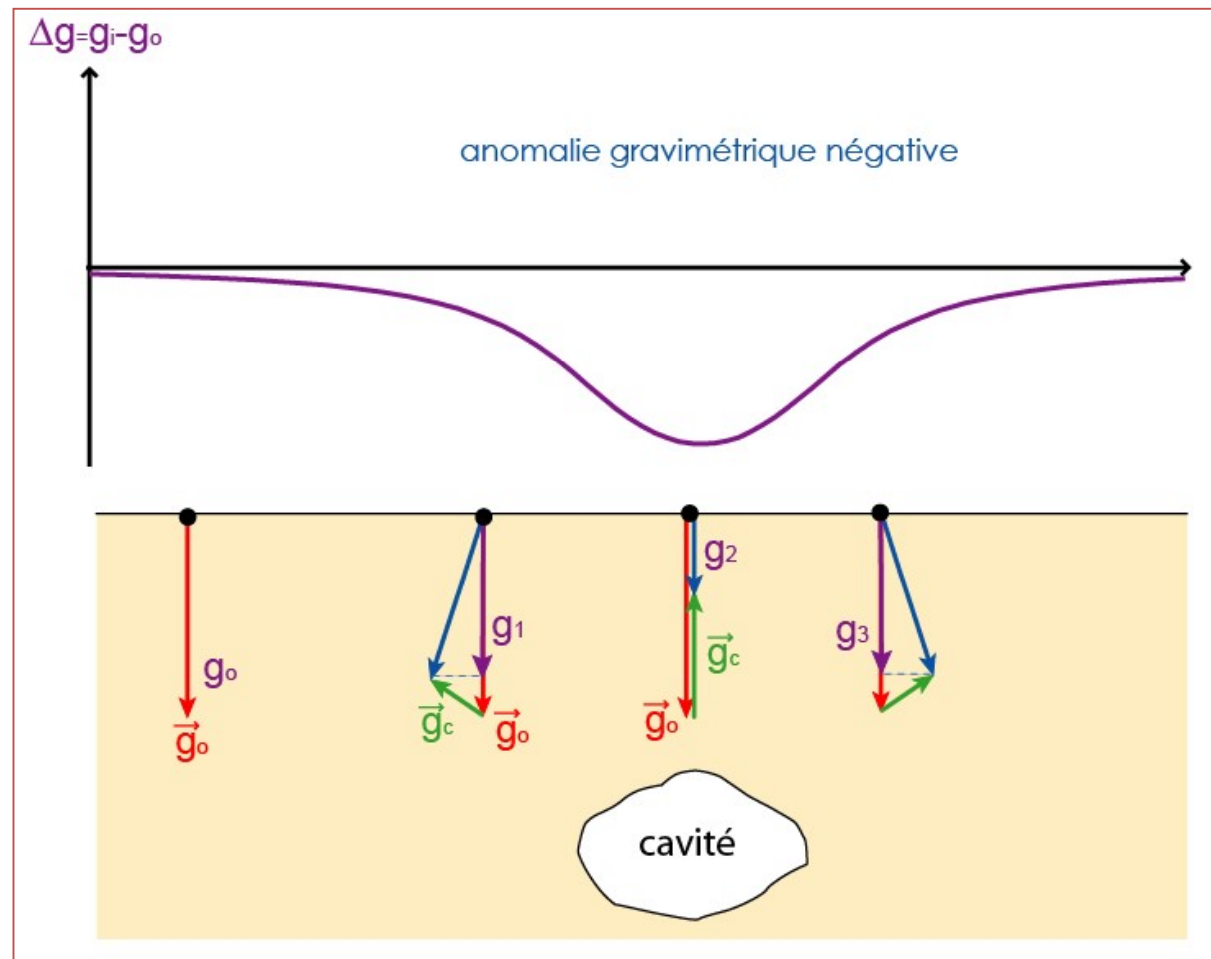


World map of geoid undulations relative to a reference ellipsoid of flattening $f = 1/298.257$

Effet gravimétrique d'une structure « lourde »



effet gravimétrique d'une cavité



Le champ gravimétrique

La pesanteur terrestre est influencée par plusieurs facteurs:

- La latitude,
- L'altitude,
- La topographie environnante
- Les marées terrestres,
- Les variations de la densité sous la surface du sol

Comme le géologue s'intéresse uniquement aux variations de densité dans le sous-sol, il faut donc éliminer tous les autres paramètres intervenant dans la mesure de la pesanteur.

Anomalie de Bouguer

(Pierre Bouguer (1698-1758))

Par définition, l'anomalie de Bouguer sera la différence entre la valeur de la pesanteur mesurée et la valeur théorique après les corrections nécessaires.

$$AB = g_{mes.} \pm \sum corr. - g_{théor.}$$

$g_{mes.}$ est la valeur de la pesanteur au point de mesure (x, y, z)

$g_{théor.}$ est la valeur de la pesanteur sur l'ellipsoïde de référence au point (x, y, o)

Anomalie de Bouguer complète

$$AB = g_{mes.} - g_{théor.} + 0.3086 h - 0.0419 dh + C_T$$

Anomalie de Bouguer simple

Les corrections appliquées aux mesures gravimétriques

1. Correction d'altitude (air libre, Faye)

Etant donné que les mesures d'un levé gravimétrique ne sont pas forcément au-dessus d'un terrain plat, donc il faudrait corriger la valeur de la pesanteur selon son altitude. Cette correction correspond à l'élévation du point de mesure, au-dessus de la surface du géoïde.

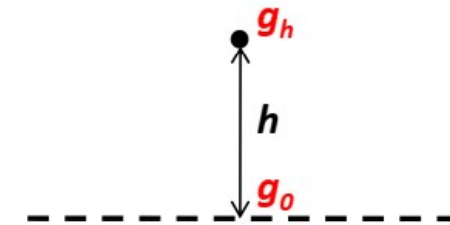
$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$
$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2 + 2Rh + h^2} = \frac{GM}{R^2 \left(1 + 2\frac{h}{R} + \left(\frac{h}{R}\right)^2\right)}$$

Puisque $R \gg h$, alors le terme $(h/R)^2$ peut être négligé

$$g_h = \frac{GM}{R^2} \frac{1}{1 + 2\frac{h}{R}} \frac{1 - 2\frac{h}{R}}{1 - 2\frac{h}{R}} = \frac{GM}{R^2} \left(1 - 2\frac{h}{R}\right)$$

$$g_h = g_0 - 2g_0 \frac{h}{R}$$

→ $\Delta g = g_h - g_0 = -2g_0 \frac{h}{R}$




Représente le gradient vertical de g à l'air libre

Correction d'altitude (air libre, Faye)

- De cette expression, on déduit que l'augmentation d'altitude de 1 m entraînerait une diminution de la pesanteur de 0.3086 mGal.
- Pour une précision de mesure de 0.01 mGal, il faudrait connaître l'altitude à ± 3.3 cm .

Ce gradient vertical varie :

de 0.3077 mGal/m  *À l'équateur ($g = 978.0$ Gal et $R = 6378$ km)*

à 0.3093 mGal/m  *Aux pôles ($g = 983.2$ Gal et $R = 6357$ km)*

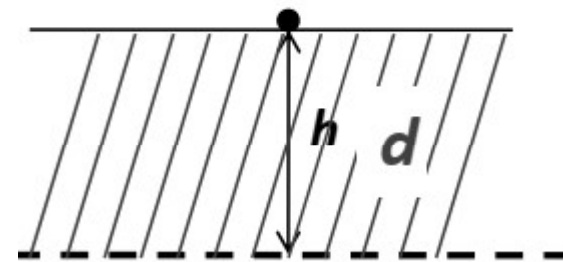
Tenant compte de la forme de la terre, la valeur normale acceptée pour la correction à l'air libre est de :

$$\Delta g = -0.3086 h$$

Correction du Plateau

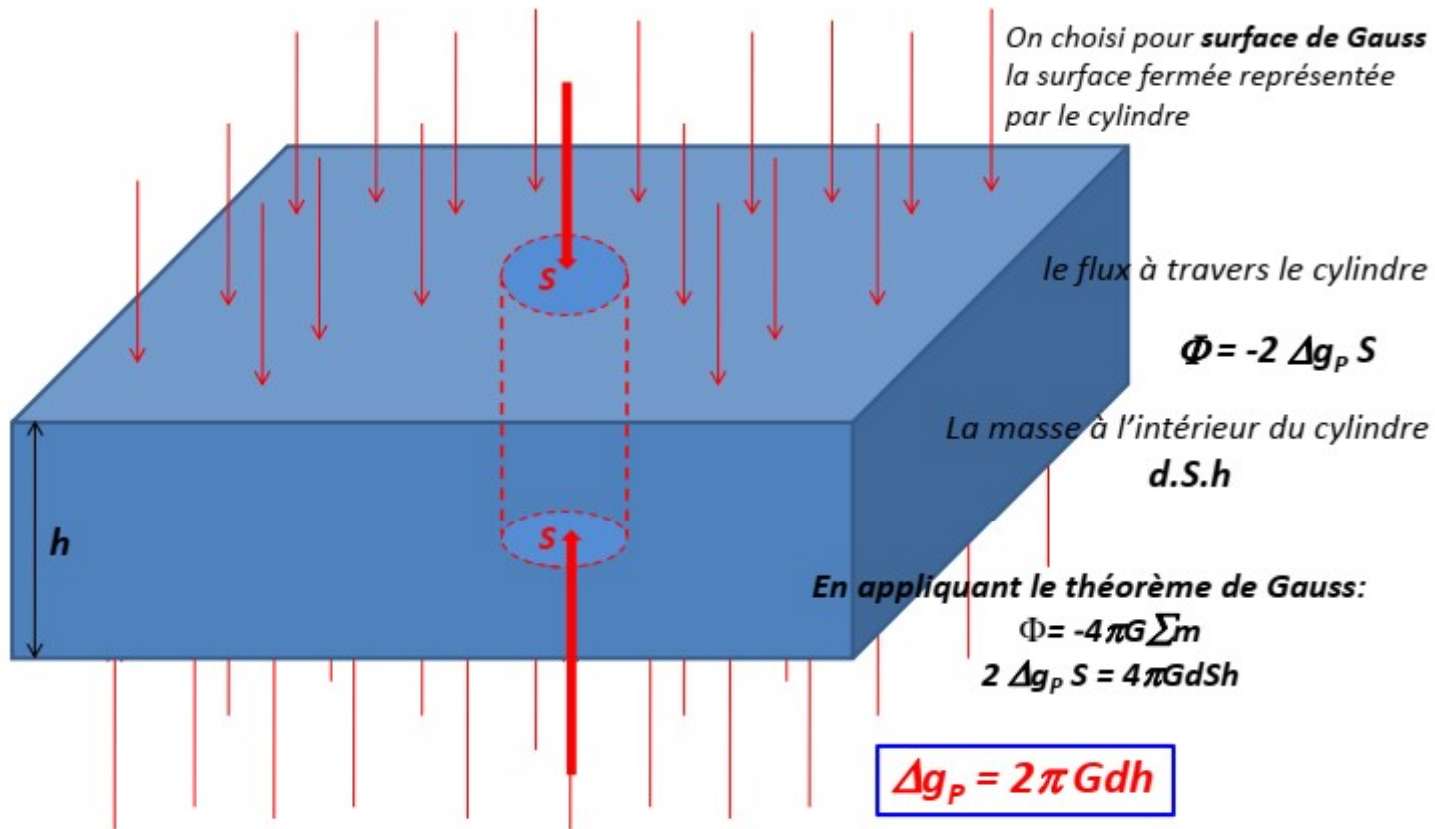
Cette correction est également liée à l'altitude du point de mesure. Comme il existe, en fait, un terrain de densité « d » sous le point de mesure, la valeur de la pesanteur va être augmentée par l'effet de son attraction. Il faudrait donc tenir compte de l'effet de la masse comprise entre le niveau de référence et le point de mesure.

La masse de cette tranche de terrain est approximée par une couche horizontale et homogène d'extension illimitée



Pour une pareille tranche de hauteur h , son effet gravimétrique peut être obtenu en utilisant **le théorème de Gauss**.

Correction du Plateau



$$G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ (cgs)}$$

Comme l'effet du plateau fait augmenter g , il faudrait donc soustraire Δg_p . Donc cette correction est négative et vaut:

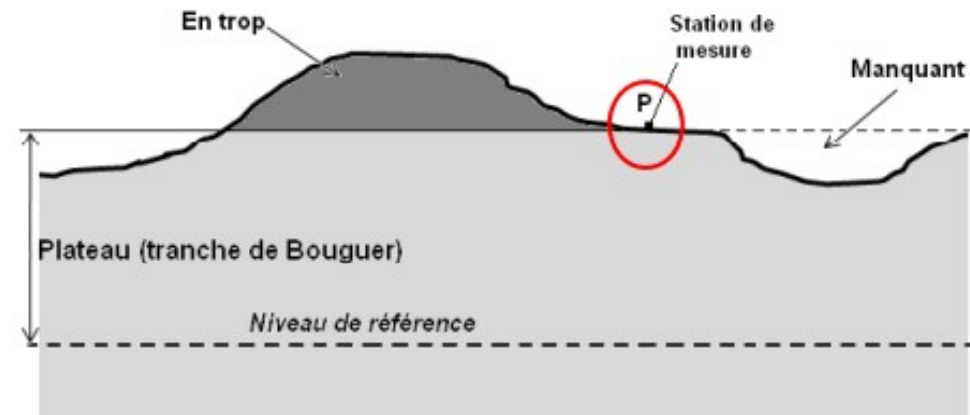
$$\Delta g_p = -0.0419 d h$$

en mGal (h>0)

Correction du Relief (topographique)

Pour la correction de Bouguer, nous avons considéré une tranche de terrain horizontale d'épaisseur égale à l'altitude du point de mesure. En réalité, la surface du sol n'est pas plane, il faudrait donc intégrer numériquement les parties qui dépassent et d'autre part les parties qui manquent à la tranche de Bouguer.

➤ Il faudrait compenser les effets des « bosses » et des « creux » du relief.

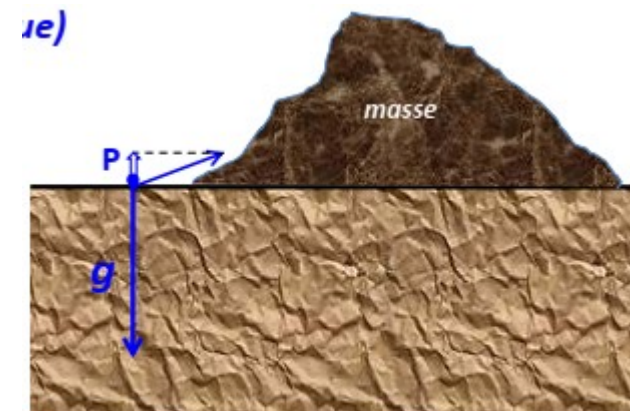


➤ Les corrections de terrain ont toujours le même signe.

□ En effet, une « bosse » ou un « creux » tendent tous deux à diminuer la valeur de g .



La correction est également positive

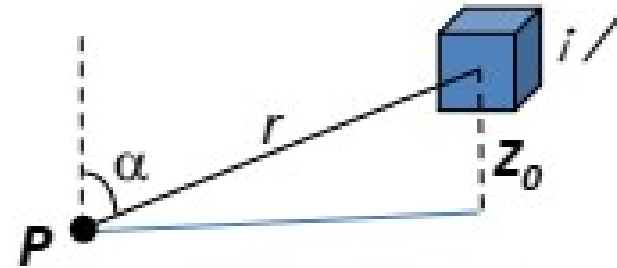


La correction est positive

Correction du Relief (topographique)

Le milieu de masse volumique $\Delta\rho$ exerce une attraction au point P dont le module de la composante verticale est :

$$\Delta g_t = G\Delta\rho \int_V \frac{dv}{r^2} \cos \alpha$$



r étant la distance entre un élément de volume dV et le point P. α est l'angle entre r et la verticale au point P.

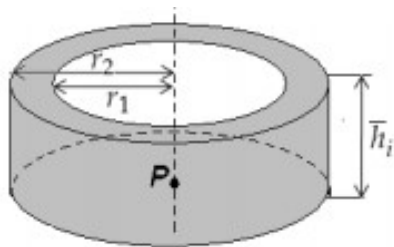
$$\Delta g_t = G\Delta\rho \int_V \frac{z_0}{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)^{3/2}} dv.$$

Pour les morceaux en trop, Z_0 et $\Delta\rho$ sont positifs et pour les morceaux manquant, Z_0 et $\Delta\rho$ sont négatifs. Ainsi, la correction de relief est toujours positive.

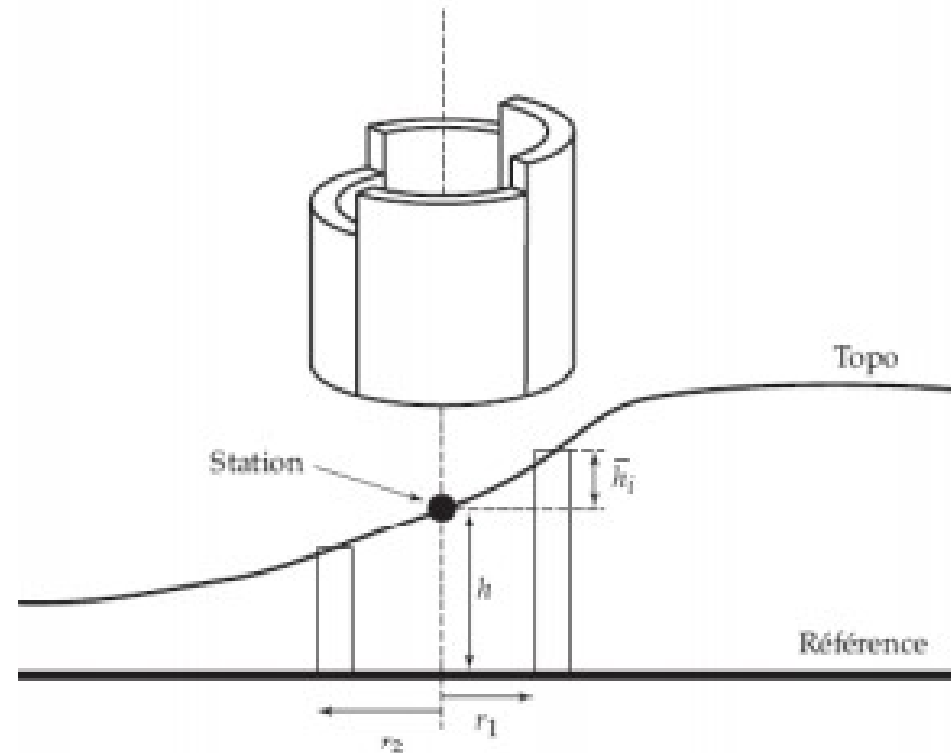
En général, l'intégration se fait numériquement au moyen d'un ordinateur, en utilisant des cartes topographiques numérisées

Correction du Relief (topographique)

- Pour simplifier les calculs, on peut discrétiser le terrain en couronnes concentriques, lesquelles eux-mêmes scindés en morceaux dont les sommets sont ajustés à la topographie moyenne.
- L'expression donnant l'effet gravitationnel sur l'axe d'une couronne d'épaisseur $r_2 - r_1$ est la suivante.

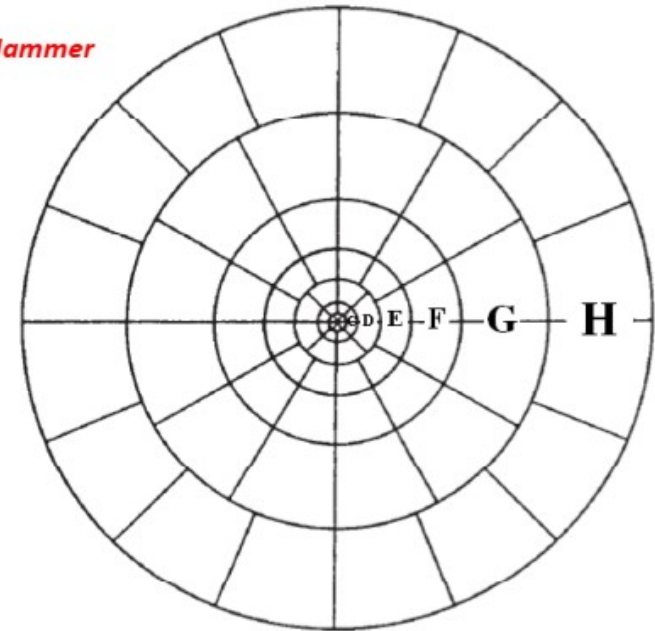


$$\Delta g_c = 2\pi G\rho \left[r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 - \bar{h}_i^2} - \sqrt{r_2^2 - \bar{h}_i^2} \right]$$



Etant donné la symétrie du problème, L'effet d'une seule section de la couronne est égale à l'effet globale de toute la couronne divisé par le nombre de section par lequel la couronne a été divisée

Le réticule de Hammer



$$\Delta g_i = \frac{2\pi G\rho}{N} \left[r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 - \bar{h}_i^2} - \sqrt{r_2^2 - \bar{h}_i^2} \right]$$

En pratique, on utilise un réticule que l'on superpose aux cartes topographiques, ensuite on se refait aux tables préparées par Hammer (et complétées par Bible) qui nous donnent, pour différentes valeurs de h, les corrections en mgal qu'il nous faut apporter pour chacun des secteurs du réticule.

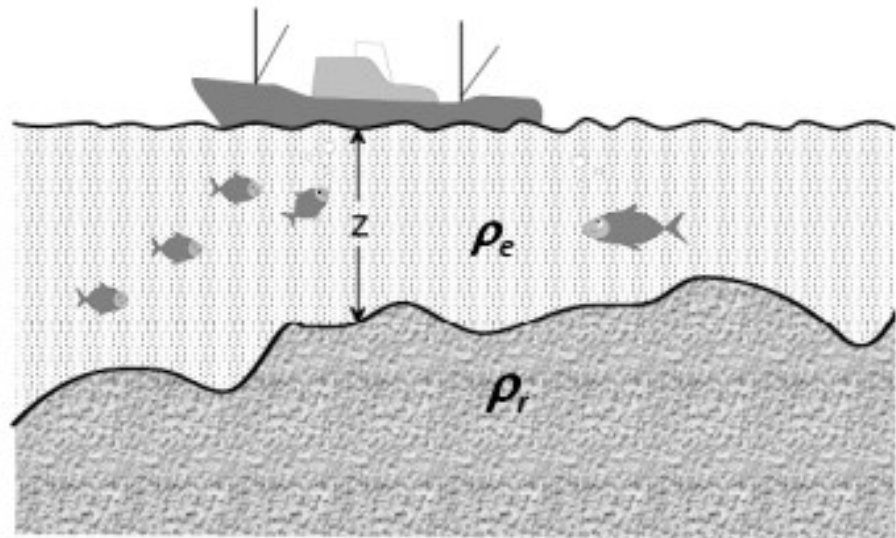
Tables de Hammer pour la correction de relief ; densité : $r = 2 \text{ g/cm}^3$; Zones B à M ;
Correction : $\sum t_i * 0.01 \text{ mGal}$

Zone	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Secteurs	4	6	6	8	8	12	12	12	16	16	16	16
Rayon	2 à 16.5 m	16.6 à 53.3 m	53.3 à 170.1 m	170.1 à 390 m	390 à 895 m	895 à 1529 m	1529 à 2615 m	2615 à 4470 m	4470 à 6650 m	6650 à 9900 m	9900 à 14750 m	14750 à 21950 m
t_i	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m	±h en m
0	0.0 à 0.3	0.0 à 1.3	0.0 à 2.4	0.0 à 5.5	0.0 à 8.2	0.0 à 17.6	0.0 à 22.9	0 à 30.2	0 à 51	0 à 62	0 à 76	0 à 93
0.1	0.3 à 0.6	1.3 à 2.3	2.4 à 4.1	5.5 à 9.1	8.2 à 14.0	17.6 à 30.5	22.9 à 40.0	30.2 à 52.1	51 à 88	62 à 108	76 à 131	93 à 160
0.2	0.6 à 0.8	2.3 à 3.0	4.1 à 5.3	9.1 à 12.0	14.0 à 18.3	30.5 à 39.3	40.0 à 51.5	52.1 à 67.1	88 à 114	108 à 139	131 à 170	160 à 207
0.3	0.8 à 0.9	3.0 à 3.5	5.3 à 6.3	12.0 à 14.3	18.3 à 21.6	39.3 à 46.6	51.5 à 61.0	67.1 à 79.6	114 à 135	139 à 165	170 à 201	207 à 245
0.4	0.9 à 1.0	3.5 à 4.0	6.3 à 7.1	14.3 à 16.2	21.6 à 24.4	46.6 à 52.7	61.0 à 68.9	79.6 à 90.2	135 à 153	165 à 187	201 à 228	245 à 278
0.5	1.0 à 1.1	4.0 à 4.4	7.1 à 7.8	16.2 à 17.7	24.4 à 27.0	52.7 à 58.0	68.9 à 76.0	90.2 à 100	153 à 169	187 à 206	228 à 252	278 à 307
1	1.1 à 2.0	4.4 à 7.3	7.8 à 13.1	17.7 à 29.6	27.0 à 45.0	58.0 à 97.0	76.0 à 126	100 à 164	169 à 280	206 à 341	252 à 416	307 à 507
2	2.0 à 2.7	7.3 à 9.8	13.1 à 17.0	29.6 à 38.3	45.0 à 58.0	97.0 à 125	126 à 163	164 à 213	280 à 361	341 à 441	416 à 537	507 à 655
3	2.7 à 3.5	9.8 à 11.9	17.0 à 20.2	38.3 à 45.4	58.0 à 68.0	125 à 148	163 à 193	213 à 253	361 à 427	441 à 521	537 à 636	655 à 776
4	3.5 à 4.2	11.9 à 13.8	20.2 à 23.1	45.4 à 51.8	68.0 à 77.0	148 à 158	193 à 219	253 à 287	427 à 485	521 à 591	636 à 721	776 à 880
5	4.2 à 5.0	13.8 à 15.6	23.1 à 25.7	51.8 à 57.6	77.0 à 86.0	158 à 186	219 à 242	287 à 317	485 à 537	591 à 654	721 à 797	880 à 978
6	5.0 à 5.7	15.6 à 17.4	25.7 à 28.1	57.6 à 62.9	86.0 à 94.0	186 à 202	242 à 263	317 à 344	537 à 584	654 à 711	797 à 867	973 à 1058
7	5.7 à 6.5	17.4 à 19.1	28.1 à 30.4	62.9 à 67.8	94.0 à 101	202 à 213	263 à 283	344 à 369	584 à 628	711 à 764	867 à 932	1058 à 1136
8	6.5 à 7.3	19.1 à 20.8	30.4 à 32.6	67.8 à 72.4	101 à 108	213 à 233	283 à 302	369 à 393	628 à 669	764 à 814	932 à 993	1136 à 1210
9	7.3 à 8.2	20.8 à 22.6	32.6 à 34.7	72.4 à 76.8	108 à 114	233 à 247	302 à 320	393 à 416	669 à 708	814 à 861	993 à 1050	1210 à 1280
10	8.2 à 9.1	22.6 à 24.4	34.7 à 36.7	76.8 à 81.1	114 à 120	247 à 260	320 à 337	416 à 438	708 à 745	861 à 906	1050 à 1104	1280 à 1346
11	...	24.4 à 26.1	36.7 à 38.7	81.1 à 85.3	120 à 126	260 à 272	337 à 353	438 à 459	745 à 780
12	...	26.1 à 27.9	38.7 à 40.6	85.3 à 89.3	126 à 131	272 à 284	353 à 368	459 à 479	780 à 813
13	...	27.9 à 29.7	40.6 à 42.6	89.3 à 93.2	131 à 137	284 à 296	368 à 383	479 à 498	813 à 845
14	...	29.7 à 31.6	42.6 à 44.5	93.2 à 97.0	137 à 142	296 à 308	383 à 397	498 à 516	845 à 877
15	...	31.6 à 33.5	44.5 à 46.4	97.0 à 100.8	142 à 147	308 à 319	397 à 411	516 à 534	877 à 908

Exemple: Cas de mesures réalisées en mer

- La valeur théorique de la pesanteur est pe établie en faisant l'hypothèse d'une terre solide. Il faut donc tenir compte du fait que l'attraction de la couche d'eau est moindre pr que celle d'une couche de « terre ».

$$A_{BS} = g_m - (g_0 - 0,0419 (\rho_r - \rho_e)z)$$
$$= g_m - g_0 + 0,0419 (\rho_r - \rho_e)z.$$



Pour l'anomalie de Bouguer complète il faudra introduire des corrections de terrain qui correspondront aux irrégularités de la bathymétrie (topographie du fond océanique).

Effet gravimétrique des corps géologiques de géométrie simple

1. Cas d'une sphère

$$\Delta g_z = \Delta g \sin \theta = G \frac{M}{r^2} \frac{z}{r}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta \rho \quad \text{and} \quad r^2 = z^2 + x^2$$

$$\begin{aligned} \Delta g_z &= \frac{4}{3}\pi G \Delta \rho R^3 \frac{z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \\ &= \frac{4}{3}\pi G \left(\frac{\Delta \rho R^3}{z^2} \right) \left[\frac{1}{1 + (x/z)^2} \right]^{3/2} \end{aligned}$$

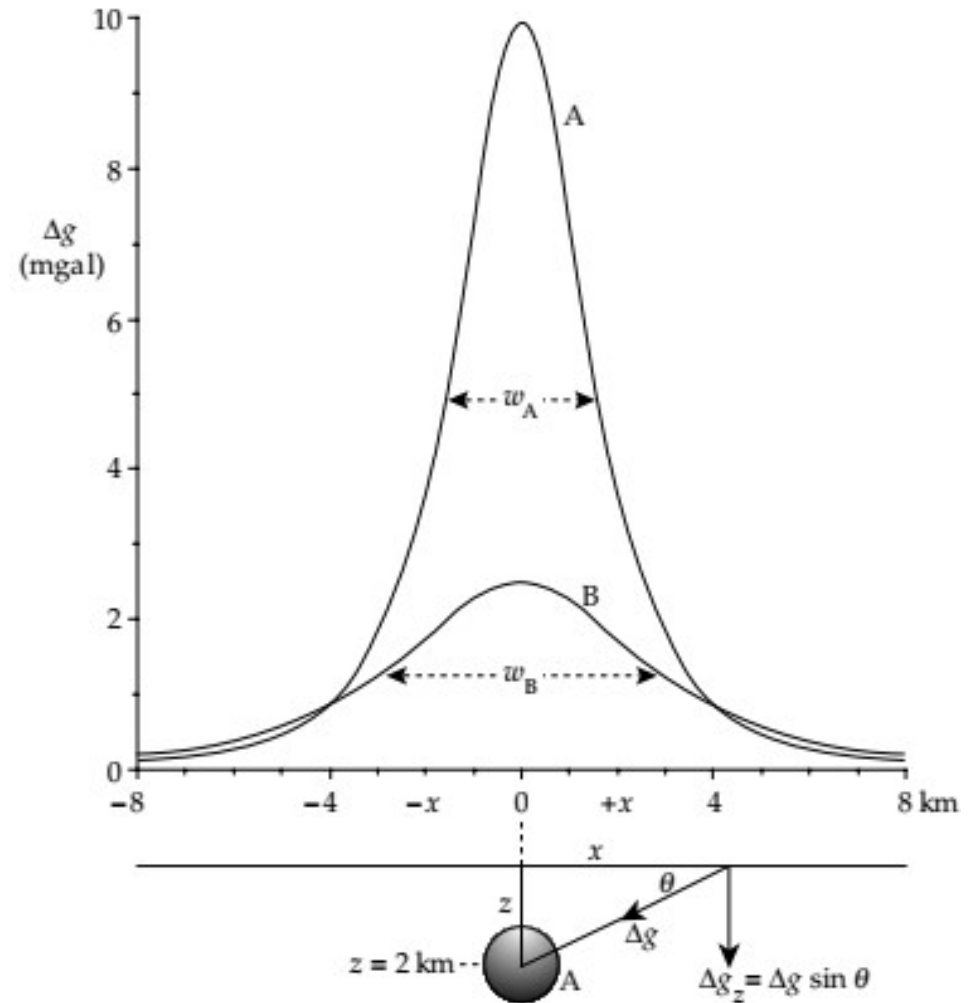
L'anomalie maximale se trouve à $x = 0$ et est égale :

$$\Delta g_0 = \frac{4}{3}\pi G \left(\frac{\Delta \rho R^3}{z^2} \right)$$

La distance entre les points d'inflexion de l'anomalie.

=

la profondeur du centre de la sphère.



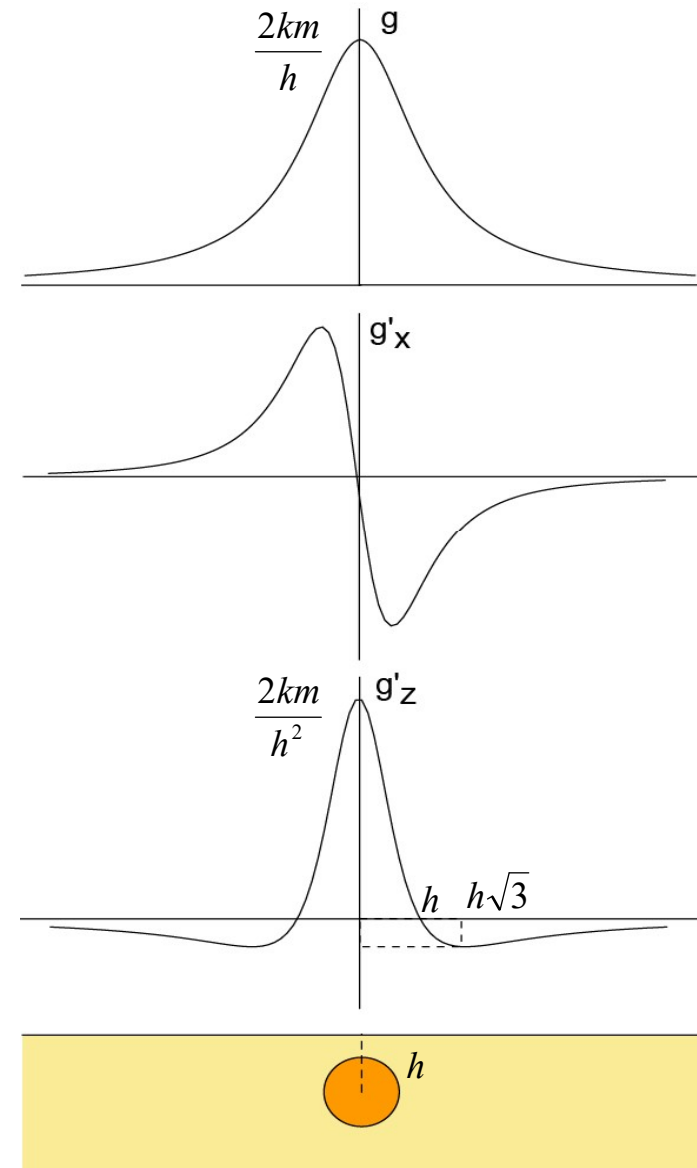
2. Cas d'un cylindre

$$g = \frac{2kmh}{(x^2 + h^2)}$$

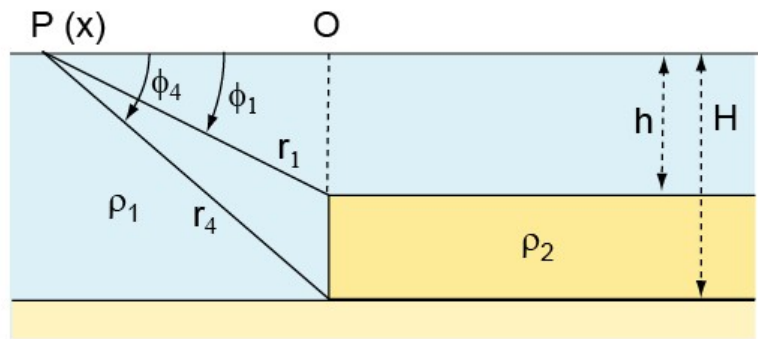
$$g'_x = -x \frac{4\pi km}{(x^2 + h^2)^2}$$

$$g'_z = -\frac{2km(x^2 - h^2)}{(x^2 + h^2)^2}$$

g'_z est le gradient vertical de g



3. effet gravimétrique d'une faille

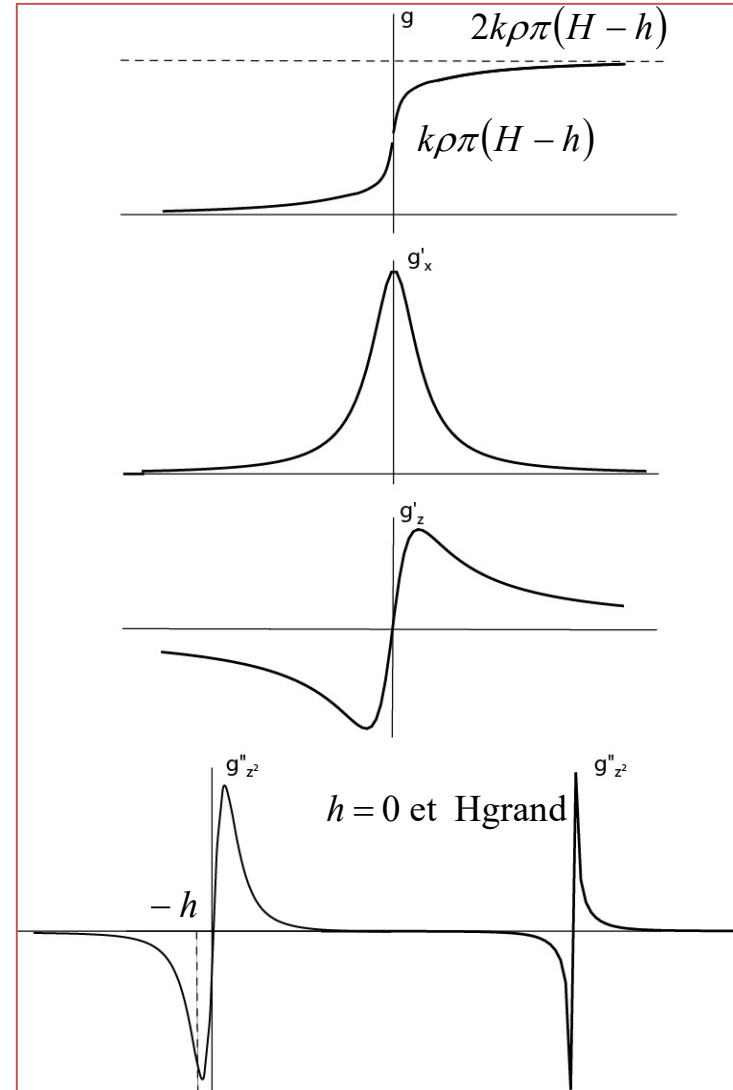


$$g = 2k(\rho_2 - \rho_1) \left[-h\phi_1 + H\phi_4 - x \text{Log} \frac{r_1}{r_4} \right]$$

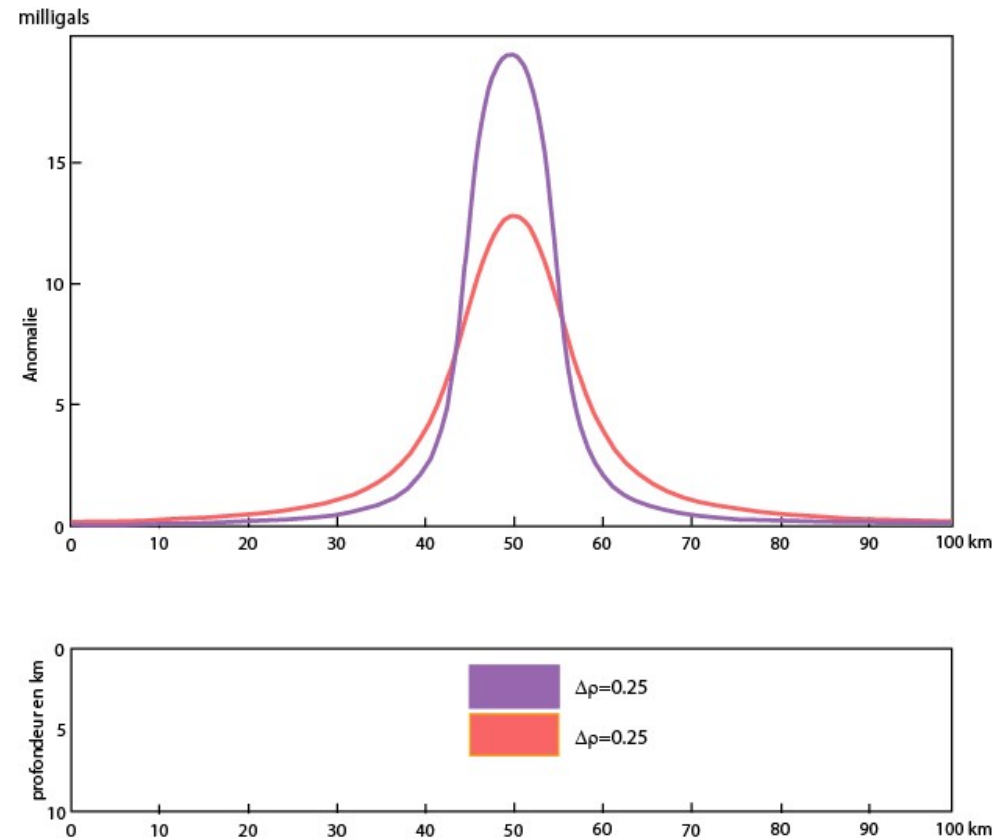
$$g'_x = 2k(\rho_2 - \rho_1) \text{Log} \frac{r_4}{r_1}$$

$$g'_z = 2k(\rho_2 - \rho_1)(\phi_1 - \phi_4)$$

$$g''_{z^2} = 2k(\rho_2 - \rho_1) \left(-\frac{\cos \phi_1}{r_1} + \frac{\cos \phi_4}{r_4} \right)$$



Effet de la profondeur sur l'anomalie gravimétrique



L'anomalie s'élargit et décroît en amplitude avec la profondeur

Les mesures de la pesanteur (Gravimètres)

Historiquement, les premières mesures gravimétriques ont été réalisées avec des pendules, il y a plus de 300 ans.

Il y a deux type de mesures:

1. **absolues.**
2. **relatives**

Les mesures absolues de la pesanteur

Le pendule

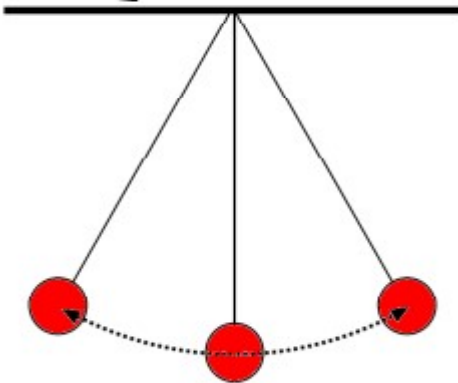
$$T = 2\pi \sqrt{l/g}.$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Base de Postdam (1906)

981 274.0 mGal

(Erreur de 14 mGal)

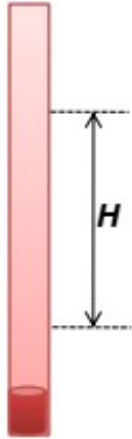


Précision faible → de l'ordre de 1 mGal.

Des pendules réversibles ont permis d'améliorer 10 fois la précision (0.1 mGal).

1. Les mesures absolues de la pesanteur

La mesure des temps de passage à deux niveaux à la montée et à la descente



$$g = 8H/(\Delta T^2 - \Delta t^2).$$

Chute libre

✓ Corps catapulté vers le haut

✓ Chute simple

Procédé développé dès 1950 et amélioré graduellement entre 1963 et 1996 pour atteindre actuellement une précision de quelques μGal

Chute libre

✓ Corps catapulté vers le haut

✓ Chute simple

Pour une précision de 1 mGal sur une chute de 1 à 2 m, le temps doit être connu à 10^{-8} s et la distance à 0.5 μm .



$$g = 2 \frac{(z_2 - z_1)}{(t_2 - t_1)^2}.$$

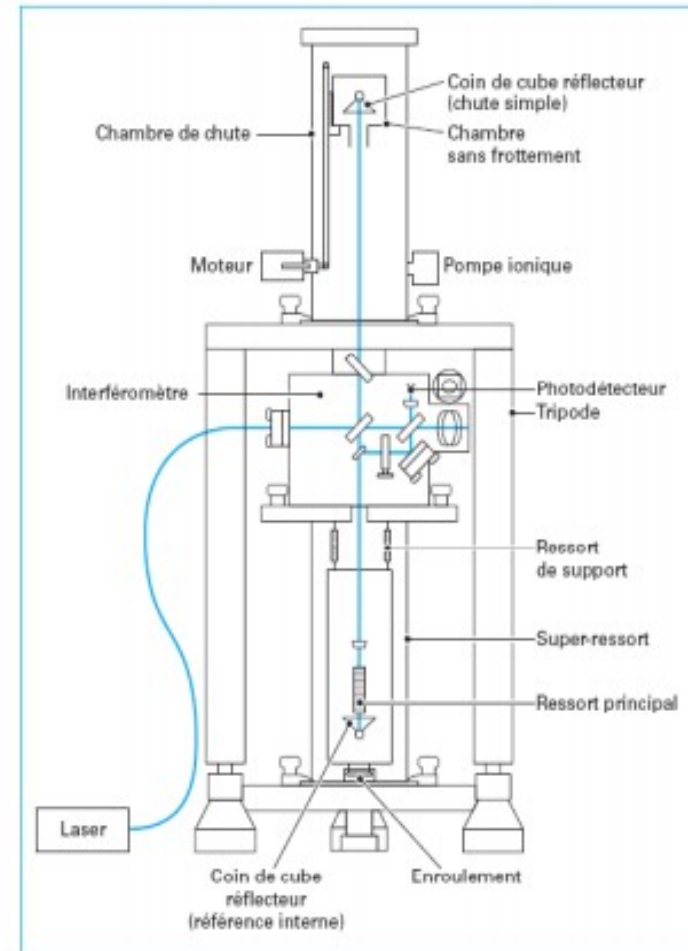
1. Les mesures absolues de la pesanteur

LES GRAVIMETRES

Les mesures absolues de la pesanteur



Gravimètre absolu de type FG5.



2. Les mesures relatives

LES GRAVIMETRES

Les mesures relatives

Deux principes de mesures sont utilisés

Mesure des variations de l'allongement d'un ressort



Principe utilisé dans la plupart des gravimètres de terrain

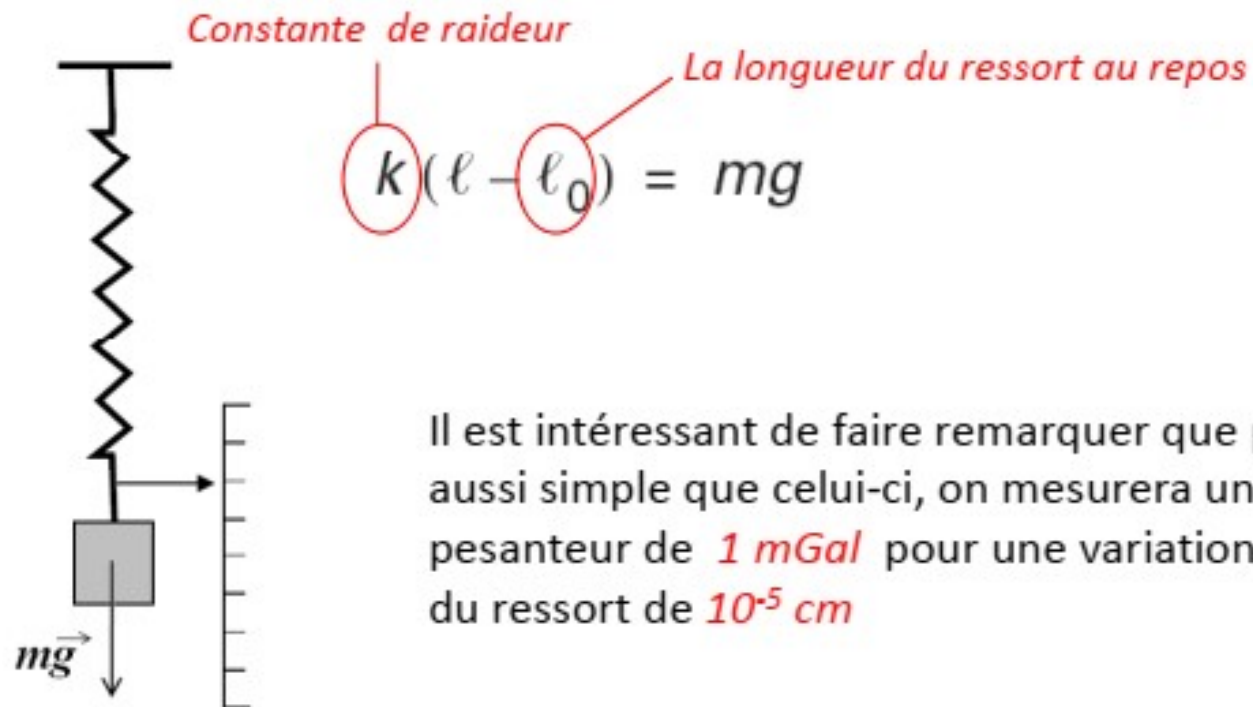
Propriétés de lévitation d'un corps supraconducteur dans un champ magnétique



Les appareils de ce type, plus précis, sont actuellement uniquement des appareils d'observatoire (statique) non adaptés sur terrain

2. Les mesures relatives

Considérons un ressort vertical, avec une masse suspendue en bout. En équilibre, la tension compense le poids et on a :



Pour les mesures de la variation de pesanteur, il faudrait pouvoir détecter des allongements de ressort de l'ordre de 1 nanomètre pour obtenir la précision de 0.01 mGal ($10^{-8}g$).

2. Les mesures relatives



x CG3

Gravimètre Scintrex modèle CG-3M

ISOSTASIE

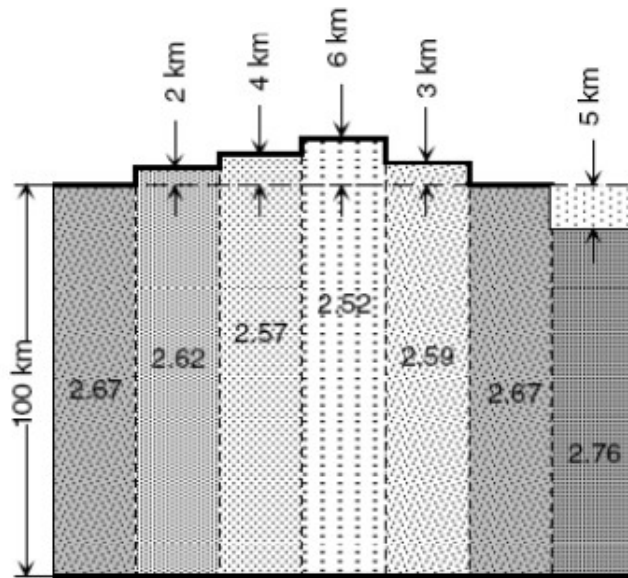
Caractère systématique des anomalies de Bouguer

L'examen de cartes d'anomalie de Bouguer à grande échelle montre qu'elles sont:

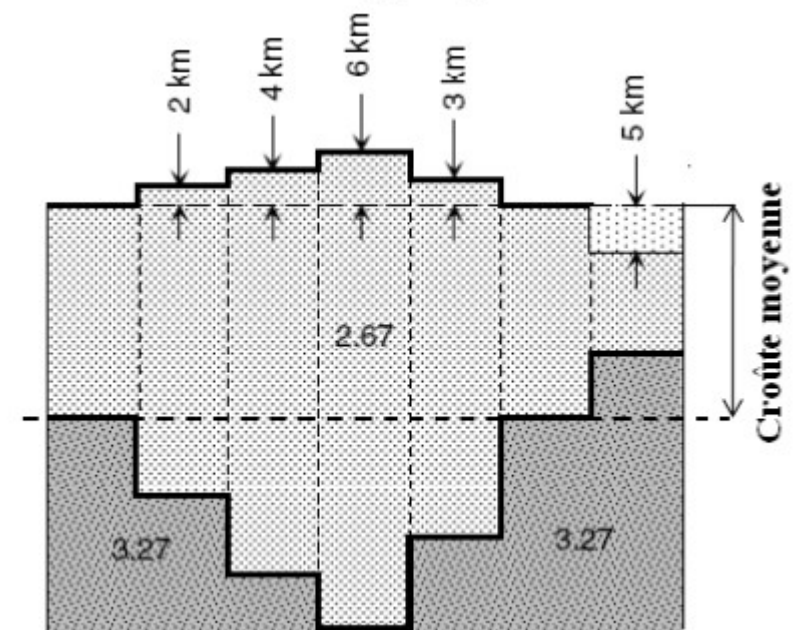
- faibles en valeur absolue sur les plaines de faible altitude
- positives sur les océans
- négatives sur les montagnes (augmentent en valeurs absolues avec l'altitude).

- Il existe deux modèles:

Modèle de Pratt (1854)



Modèle d'Airy (1855)



$$d_{\text{plaine}} \times h_0 = \rho_{\text{océan}} \times 1 + d_{\text{océan}} (h_0 - p) = d_{\text{montagne}} (h_0 + h_m)$$