

INRS  
2008

### Exercice n° 1.

- a) Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = -x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2$

Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = -4x_1^2 + 5x_1 x_2 - 6x_2^2$   
 f est-elle concave ? f admet-elle un optimum global ? Si oui trouver l'optimum global.

- b) Soit  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = e^{-(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}$

c) Soit  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = 6x_1 + 3x_1 x_2 - 2x_2 + x_3 + 12$   
 Trouver la nature de f, f admet-elle un optimum local ?

Exercice n° 4 :  
 Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = 5x^2 - 18x + 18$

Trouver la nature de f, déterminer les points stationnaires ?  
 f admet-elle un point d'inflection ? donner sa valeur.  
 f admet-elle un minimum global ? donner sa valeur.

Exercice n° 2 :  
 Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = x^3 - 9x^2 - 27x + 20$

1) Trouver la nature des points stationnaires et déterminer leurs natures.  
 2) Calculer les points stationnaires et déterminer leurs natures.

Exercice n° 3 :  
 Soit  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = 10 - 2x + x^2$

Trouver  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$   
 $f'(x) = 2x - 2$

Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = x^2 \log x + 2e^{-3/2}$

Trouver la domain de définition de f, déterminer la nature des bornes de la partie stationnaire de f, déterminer sa nature.

Exercice n° 4 :  
 Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1 x_2 + x_1 + x_2$

Trouver la nature de f, f admet-elle un optimum local, si oui global ?

Soit  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto f(x) = -2x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1 x_2 - 2x_1 x_3 + 2x_2 x_3 + 6x_1$   
 Trouver la nature de f, f admet-elle un optimum local, si oui global ?