جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2021 – 2022
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2022/02/06

إمتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

التمرين الأول: (08 نقاط)

بفرض أن هناك مصنع لتصنيع الطاولات، حيث تخضع أطوالها لمجتمع يتبع توزيعا طبيعيا وسطه **75** سم وتباينه **20** سم، وأخذت عينة حجمها **22** طاولة مما يقوم المصنع من تصنيعه.

أوجد:

1 - الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة؟؛
2 - احتمال أن يكون متوسط أطوال الطاولات أكبر من **78** سم؟؛
3 - احتمال أن يكون متوسط أطوال الطاولات أقل من **70** سم؟؛
4 - احتمال أن يكون متوسط أطوال الطاولات محصور بين **72** سم و **80** سم؟.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

تم أخذ عينة عشوائية حجمه **25** بمتوسط **80** وانحراف معياري **30** من مجتمع حجمه **100** يتبع التوزيع الطبيعي.

المطلوب:

1 - تقدير الوسط U للمجتمع عند درجة ثقة **90 %**؟؛
2 - حدد الخطأ المعياري؟؛
3 - حدد الخطأ في التقدير E ؟؛
4 - حدد نصف طول فترة الثقة وطول فترة الثقة وماذا تستنتج؟.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

استنتج أحد الباحثين أن معدل عدد الساعات التي يقضيها طلبة إحدى الجامعات في الدراسة أثناء أسبوع الامتحانات هو **50** ساعة ، والمطلوب هو اختبار هذه الفرضية مقابل فرضية أن معدل عدد الساعات يختلف عن **50** ساعة ، إذا كان الوسط الحسابي لعدد الساعات التي قضاها **10** طلاب أثناء ذلك الأسبوع هو **51.7** ساعة بانحراف معياري **6.3** ساعة .مع العلم أن مستوى الدلالة هو **0.05** ، وتوزيع عدد الساعات الدراسية يقترب من التوزيع الطبيعي .

د. حمبلي زهير

بالتوفيق

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2021 – 2022
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2022/02/06

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

	التمرين الأول	النقاط
01	لدينا المعطيات التالية: $n = 22$ ، $\mu = 75$ cm ، $\delta^2 = 20$ cm ، N= مجهولة	1
	1 – حساب $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$:	
	بما أن N مجهولة أي حجم المجتمع، نفرض أن الشرط $n \geq 5\%\ N$ غير محقق وبالتالي لا نستعمل معامل التصحيح.	0.5
	$\mu_{\bar{X}} = \mu = 75$ cm	0.5
	$\delta^2_{\bar{X}} = \frac{\delta^2}{n}$	0.5
	$\delta^2_{\bar{X}} = \frac{\delta^2}{n} = \frac{20}{22} = 0.91$ cm $\delta_{\bar{X}} = \sqrt{\delta^2_{\bar{X}}} = \sqrt{0.91}$ $\delta_{\bar{X}} = 0.95$ cm	0.5
	2 –إحتمال أن يكون متوسط أطوال الطاولات أكبر من 78 سم:	
	بما أن σ_{Xi} (الانحراف المعياري للمجتمع) معلوم، فإننا سنستعمل في الدراسة إحصاءة الاختبار Z مهما كان حجم العينة نقوم أولا بحساب المتغير العشوائي Z:	0.5
	$Z_{78} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{78-75}{0.95}$ $Z_{78} = 3.16$	0.5
	ومنه نجد :	
	$P(\bar{X} > 78) = P(Z > 3.16) = 1 - P(Z < 3.16)$ $= 1 - 0.9992$ $= 0.0008$	0.5

0.5 0.5	**3 –إحتمال أن تكون أطوال الطاولات أقل من 70 سم:** نقوم أولا بحساب المتغير العشوائي Z: ومنه : $Z_{70} = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{70-75}{0.95} = -5.26$ $P(\bar{x} < 70) = P(Z < -5.26) = P(Z > +5.26) = 1 - P(Z < +5.26)$ $= 1 - 1$ $= 00$	
0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5	**4 –إيجاد الاحتمال التالي:** $P(72 < \bar{x} < 80)$ $P(72 < \bar{X} < 80) = P\left(\frac{72-75}{0.95} < Z < \frac{80-75}{0.95}\right)$ $= P(-3.16 < Z < +5.26)$ $= 1 - (P(Z < -3.16) + P(Z > +5.26))$ $* P(Z < -3.16) = P(Z > +3.16) = 1 - P(Z < +3.16)$ $= 1 - 0.9992 = 0.0008$ $* P(Z > +5.26) = 1 - P(Z < +5.26) = 1 - 1 = 00$ **ومنه بالتعويض نجد :** $P(72 < \bar{X} < 80) = 1 - (0.0008 + 00)$ $P(72 < \bar{X} < 80) = 0.9992$	
08	المجموع	

النقاط	التمرين الثاني	
1	$S = 30$ إنحراف العينة ، $\bar{x} = 80$ ، $n = 25$ ، $N=100$ ، $1-\alpha = 0.90$	
0.5 0.5	**1 –تقدير الوسط الحسابي عند درجة ثقة 90 بالمئة:** δ المجتمع مجهولة، وبالتالي ننظر لحجم العينة: بما أن $n < 30$ وبالتالي نستعمل توزيع ستودنت t ، حيث $v = n - 1$ ومنه درجة الحرية هي $v = 25 - 1 = 24$ N معلومة، ومنه نتأكد من الشرط $n \geq \%5\ N$ حيث $25 \geq \%5 X\ 100$ ومنه $25 > 5$ إذن الشرط محقق وبالتالي نستعمل معامل التصحيح $\frac{N-n}{N-1}$.	**02**

0.5	بتطبيق النظرية الخامسة نجد فترة الثقة المطلوبة هي : $$\left[\overline{x} - t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \le \mu \le \overline{x} + t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right]$$
0.5	بما أن : $1-\alpha = 0.90$ فان : $1-\frac{\alpha}{2} = 0.95$
0.5	نجد : $1-\frac{\alpha}{2} = 0.95$ ودرجة ثقة 90 بالمئة لـ: 24 بدرجات حرية t ومن جدول توزيع $$t_{(0.95,24)} = 1.711$$
0.5	إذن فترة الثقة 90 % للمعدل μ هي: $$80 - 1.711 \cdot \frac{30}{\sqrt{25}} \sqrt{\frac{100-25}{100-1}} \le \mu \le 80 + 1.711 \cdot \frac{30}{\sqrt{25}} \sqrt{\frac{100-25}{100-1}}$$ $$80 - 8.93 \le \mu \le 80 + 8.93 \ldots\ldots M$$ $$71.07 \le \mu \le 88.93$$ وهذا بدرجة ثقة 90 % .
0.5 0.5	**2 – تحديد الخطأ المعياري:** من العلاقة التالية : $$\left[\overline{x} - t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \le \mu \le \overline{x} + t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right] \ldots\ldots N$$ الخطأ المعياري هو نفسه الانحراف المعياري للعينة و بمعامل التصحيح حيث يؤخذ مباشرة من العلاقة السابقة ومنه ومنه: $\delta_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ $$\delta_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{30}{\sqrt{25}} \sqrt{\frac{100-25}{100-1}} = 5.22$$
0.5 0.5 0.5	**3 –تحديد الخطأ في التقدير E:** من العلاقة N نجد: ومن العلاقة M نستنتج **الخطأ في التقدير** يساوي **8.93** A..... $E = t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \frac{S}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
0.5 0.5 0.5 0.5	**4 –تحديد نصف طول فترة الثقة وطول فترة الثقة والاستنتاج:** نصف فترة الثقة = (الحد الأعلى – الحد الأدنى) / 2= (88.93 –71.07) / 2= **8.93** B..... طول فترة الثقة = نصف فترة الثقة x 2= **17.86** **الاستنتاج: من A و B نستنتج أن نصف فترة الثقة هي نفسها الخطأ في التقدير E.**
08	المجموع

النقاط	التمرين الثالث	
1	$U= 50\ h\ ,\quad n= 10,\quad \overline{x} = 51.7\ h,\quad S= 6.3\ h,\quad \alpha = 0.05$	03
0.5	$H_0 : \mu = 50$ $H_1 : \mu \neq 50$	
0.5	بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، وبما أن توزيع المجتمع طبيعي ، وتباينه غير معلوم ، وحجم العينة صغير، نستعمل توزيع t بدرجات حرية $(n-1)$ ، ولذلك فالقيم الحرجة هي:	
0.5	$t_{(0.025,9)} = 2.262 \quad ، \quad -t_{(0.025,9)} = -2.262$ نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :	
0.5	$T > 2.262 \quad$ أو $\quad T < -2.262$ والآن نقوم بحساب T من خلال المعادلة التالية : $T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ أي : $T = \frac{51.7-50}{6.3/\sqrt{10}} = 0.85$	
0.5 0.5	نلاحظ أن $-2.262 < 0.85 < 2.262$ ؛ أي أن قيمة T تقع في منطقة القبول ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 عند مستوى المعنوية 0.05، أي أن استنتاج الباحث صحيح ($\mu = 50$).	
04	المجموع	

انتهى