تمـارين المحـور الثالث :

التمرين 01: إذا كان متوسط قوة الحبال للقطع من إنتاج أحد المصانع هو 1800N وانحرافها المعياري هو 100N ، وباستخدام طريقة جديدة للتصنيع ادعى صاحب المصنع أن قوة الحبال للقطع سوف تزداد ، لاختبار هذا الادعاء أخذت عينة من 50 حبلا وتم اختبارها ووجد أن متوسط مقاومتها للقطع هو 1850N.

المطلوب: هل يمكنك تأييد هذا الادعاء عند مستوى المعنوية 0.01.

التمرين 02: في أحد المصانع المنتجة لنوع معين من المكاتب، تبين أن الإنتاج الأسبوعي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 200 وحدة وبانحراف معياري قدره 16 وحدة. وعند أخذ عينة قدرها إنتاج 50 أسبوع ، اتضح أن متوسط الإنتاج الأسبوعي هو 203.5 مكتب.

المطلوب: عند مستوى معنوية 0.01 اختبر الفرض القائل بأن متوسط المجتمع يساوي 200 وحدة .

التمرين 03 : يعتقد أحد الباحثين أن الوسط الحسابي في مجتمع ما يزيد عن 300. ومن أجل اختبار ذلك قام بسحب عينة عشوائية مكونة من 100عنصر من المجتمع السابق فوجد أن الوسط الحسابي للعينة هو 316 والانحراف المعياري 44.

المطلوب: اختبر ما إذا كان اعتقاد الباحث صحيحا وهذا عند مستوى الدلالة 0.05 .

التمرين 04 : يعتقد أحد الباحثين أن الوسط الحسابي في مجتمع ما والذي كان يساوي 180 قد تغير الآن ومن أجل اختبار ذلك قام بسحب عينة عشوائية مكونة من 81 عنصرا فوجد أن وسطها الحسابي 170 وانحرافها المعياري 25.

المطلوب: اختبر مدى صحة اعتقاد الباحث وهذا عند مستوى الدلالة 0.01 .

التمرين 05: في دراسة قام بها أحد البنوك وجد أن عملاءه يستخدمون البطاقات التي يصدرها 10 مرات في الشهر وسطيا. ورغبة من البنك في زيادة استعمال عملائه لتلك البطاقات ، طرح في شهر لاحق جوائز يمكن أن يربحها مستعملو البطاقات . أخذت عينة عشوائية من الزبائن مكونة من 25 شخصا حاملا للبطاقات فوجد أنهم استخدموا البطاقات في ذلك الشهر 12 مرة في المتوسط وذلك بانحراف معياري قدره 3 .

المطلوب: هل تعطينا هذه البيانات مبررا للقول بأن استعمال البطاقات قد ازداد خلال ذلك الشهر مستخدما في ذلك مستوى الدلالة 0.05 .

التمرين 06 : في مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية ، تسحب عينات عشوائية بصفة دورية لمراقبة وضبط واط المصابيح ، ومن المهم في العملية التصنيعية أن يكون متوسط الواط لا يزيد و لا يقل عن قيمة مستهدفة وهي 60 واط .في عينة من الإنتاج الحالي مكونة من 16 مصباح ،كان المتوسط 58.6 واط بانحراف معياري 4.4 واط . ومن المعلومات التاريخية كان واضحا أن توزيع الواط هو التوزيع الطبيعي .

المطلوب: 1- أختبر صحة ادعاء القيمة المستهدفة.عند مستوى الدلالة 0.05 .

2- هل إجابتك في السؤال الأول تؤكد اتخاذ إجراء تصحيحي؟ اشرح ذلك.

التمرين 07: أخذت العينة (7،12،17،20) من توزيع طبيعي $N(\mu_1, 10)$ ،كما أخذت عينة أخرى مستقلة عن الأولى وكانت قيمها (30،25،15،9،1) ومن توزيع طبيعي $N(\mu_2, 6)$

المطلوب: عند مستوى الدلالة 0.025 اختبر الفرضية الصفرية $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل الفرضية البديلة $H_1: \mu_1 < \mu_2$

التمرين 08: أخذت عينتين عشوائيتين من مجموعة متشابهة من الأطفال وأعطي أطفال العينة الأولى غذاء A وأعطي أطفال العينة الثانية غذاء B وكانت الزيادة في أوزان الأطفال بالكيلوغرام في العينتين بعد مدة معينة كالأتي :

العينة الأولى : 3.5 ، 4.5 ، 5.5 ، 1.5 ، 2.5

العينة الثانية : 1 ، 2.5 ، 1.5 ، 0.5 ، 1.5 ، 2

المطلوب : اختبر فرضية عدم وجود فرق بين أثر الغذائين A وB في متوسط زيادة وزن الأطفال عند مستوى المعنوية 0.05 ، بفرض أن تبايني المجتمعين المسحوب منهما العينتان مجهولين ومتساويين .

التمرين 09: أخذت عينتين عشوائيتين حجمهما على التوالي 12 و15 من توزيعين مستقلين الأول $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ والثاني $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ووجد أن الوسطين الحسابيين لهاتين العينتين هما 6.8 و9.3 على الترتيب ، وتباينيهما 10.3 و 15.7 . وإذا كان تبايني المجتمعين مجهولين وغير متساويين.

المطلوب: اختبر الفرضية الصفرية: $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل الفرضية البديلة: $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ عند مستوى الدلالة 0.05.

التمرين 10: أخذت عينة عشوائية حجمها 17 من مجتمع طبيعي تباينه 10 فوجد أن وسطها الحسابي 70، وأخذت عينة عشوائية أخرى حجمها 21 من مجتمع طبيعي آخر تباينه 26 فوجد أن وسطها الحسابي 72.

المطلوب: اختبر $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 11: ترغب شركة في اختبار مدى اهتراء نوعين من إطارات السيارات **أ** ، **ب** . لهذا قامت الشركة بتركيب هذه الإطارات على خمس سيارات بحيث كانت الإطارات على إحدى الجهتين من النوع **أ** ، وعلى

الجهة الأخرى من النوع **ب** . وبعد استعمالها نفس المسافة وقياس مقدار الاهتراء تحصلت الشركة على النتائج التالية :

رقم السيارة	الاهتراء في أ (x_i)	الاهتراء في ب (y_i)
1	10.6	10.2
2	9.8	9.4
3	12.3	11.8
4	9.7	9.1
5	8.8	8.3

المطلوب : اختبر الفرضية $H_0:\mu_x = \mu_y$ مقابل $H_1:\mu_x \neq \mu_y$ عند مستوى الدلالة 0.05

التمرين 12: اختبر الفرضية: $H_0 : \sigma^2 = 102$ مقابل الفرضية $H_1 : \sigma^2 > 102$ عند مستوى الدلالة 0.05 ،إذا كان حجم العينة 25 ، وتباينها 106 .

التمرين 13: يدعي مصنع اسمنت أن الخلطات الإسمنتية التي تحضر لاستخدامها في عملية الإنتاج ، لها قوة تحمل (مقاسة بالكغ لكل سنتمتر مكعب) لا يزيد انحرافها المعياري عن 10 كغ لكل سنتمتر مكعب. ولاختبار هذا الادعاء أخذت عشر قراءات وكان متوسطها 312 وتباينها 195 .

المطلوب : هل تدحض هذه النتائج ادعاء المصنع أم تؤيده ؟ عند مستوى الدلالة 0.05 .

التمرين 14: سحبت عينتين عشوائيتين مستقلتين حجمهما على التوالي 10 ،20 من مجتمعين، وكان الانحراف المعياري للعينتين هو 25 ،20 على الترتيب

المطلوب: اختبر الفرضيتين التاليتين عند مستوى الدلالة 0.01 :

1- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ مقابل : $H_1:\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

2- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ مقابل: $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

التمرين 15: قامت إحدى شركات صناعة القمصان بدعاية لترويج صناعتها ، وادعت أن ثلاثة أشخاص من بين 20 شخصا يفضلون قمصانها، وللحكم على صحة ادعاء الشركة أخذت عينة عشوائية مكونة من 400 شخص ممن يرتدون القمصان فوجد أن بينهم 80 شخصا يفضلون قمصانا من صناعة الشركة.

هل ادعاء الشركة صحيح ؟ مستخدما الفرضية $H_0:P = \frac{3}{20}$ مقابل الفرضية $H_1:P > \frac{3}{20}$ عند مستوى الدلالة 0.05 .

التمرين 16: سحبت عينة عشوائية من مصنع للمصابيح الكهربائية تحتوي على 50 مصباحا ووجد فيها مصباحان تالفان.

المطلوب : هل نستطيع القول بأن نسبة المصابيح التالفة في الإنتاج الكلي للمصنع أكثر من 3% ، مستخدما في ذلك مستوى الدلالة 0.05 ؟

التمرين 17: قامت إحدى محلات الحلويات بدعاية لإنتاجها من الحلويات ، وادعت أن واحدا من بين خمسة أشخاص يفضلوا إنتاجها من الحلويات ، وللحكم على مدى صحة هذا الادعاء أخذت عينة عشوائية تتألف من 30 شخصا ، فوجد أن بينهم 7 أشخاص يفضلوا إنتاج محل الحلويات ذاته.

المطلوب : هل ادعاء محل الحلويات صحيحا عند مستوى الدلالة 0.05 ؟

التمرين 18: تبين من دراسة قامت بها إحدى الجامعات أن 50% من الطلبة يغيرون تخصصهم بعد السنة الأولى من تسجيلهم . ولقد تم أخذ عينة عشوائية من 100 طالب فتبين أن 48 طالب غيروا تخصصهم بعد تلك السنة.

المطلوب: هل يمكن الادعاء بأن هناك انخفاض معنوي في نسبة الطلبة الذين يغيرون تخصصهم وذلك عند مستوى معنوية 0.05 ؟

التمرين 19: قبل تصنيع أحد أنواع الأدوية الجديدة المستخدمة لعلاج ضغط الدم جرب على عينة من 600 مريض فأحدث لدى 30 منهم أعراضا جانبية على شكل أوجاع في الرأس.

عند ذلك أخذت عينة مراقبة من 200 مريض من الذين تناولوا الدواء فأظهر الدواء أعراضا جانبية في 4 منهم فقط على شكل أوجاع في الرأس.

المطلوب: هل الفرق في نسبتي من أحدث الدواء عندهم ألما في الرأس في هاتين المجموعتين من المرضى ذو دلالة إحصائية ؟ بفرض أن مستوى الدلالة 0.05 .

التمرين 20: في دراسة بالعينة لقياس الرأي أخذت عينة من 300 ناخب في المنطقة A و 200 ناخب في المنطقة B ، حيث أظهرت أن 56% من المنطقة A و48% من المنطقة B في صالح مرشح معين.

المطلوب: عند مستوى المعنوية 0.05 اختبر الفرض القائل أن:

1- هناك اختلاف بين المنطقتين في تفضيلهم للمرشح .

2- المرشح مفضل في المنطقة A.

حلول تمارين المحور الثالث

التمرين 01: لدينا $\mu_0 = 1800\,,\ \sigma = 100\ ,\ n = 50\ ,\ \overline{x} = 1850$

ونريد اختبار ما يلي :

$$H_0 : \mu = 1800$$

$$H_1 : \mu > 1800$$

$$\alpha = 0.01$$

بما أن الفرضية البديلة ذات طرف أيمن ، فان القيمة الحرجة تكون:

$$z_\alpha = z_{0.01} = 2.33$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.01 إذا كان : $Z > 2.33$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

أي : $$Z = \frac{1850 - 1800}{100/\sqrt{50}} = 3.53$$

نلاحظ أن $3.53 > 2.33$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة الرفض (المنطقة الحرجة) ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أي أن ادعاء صاحب المصنع صحيح ويمكننا تأييده عند مستوى المعنوية 0.01 (أي أن النتائج مرتفعة المعنوية).

التمرين 02: لدينا $\mu_0 = 200\,,\ \sigma = 16\ ,\ n = 50\ ,\ \overline{x} = 203.5$

ونريد اختبار ما يلي :

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu \neq 200$$

$$\alpha = 0.01$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58 \quad ، \quad -z_{\alpha/2} = -z_{0.005} = -2.58$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.01 إذا كان :

$$Z > 2.58 \quad \text{أو} \quad Z < -2.58$$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

أي : $Z = \frac{203.5-200}{16/\sqrt{50}} = 1.55$

بما أن $Z < 2.58$ و $Z > -2.58$ فإننا نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرضية البديلة ، أي أن المتوسط العام للإنتاج الأسبوعي يساوي 200 وحدة وهذا عند مستوى الدلالة 0.01 .

التمرين 03: لدينا $\mu_0 = 300$, $S = 44$, $n = 100$, $\overline{x} = 316$

ونريد اختبار ما يلي :

$$H_0: \mu = 300$$
$$H_1: \mu > 300$$
$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة ذات طرف أيمن ، فان القيمة الحرجة تكون:

$$z_\alpha = z_{0.05} = 1.65$$

إحصاء الاختبار في هذه الحالة هو الإحصاء Z وهذا لكون حجم العينة كبير بدرجة كافية.

وبالتالي نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان : $Z > 1.65$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

أي : $Z = \frac{316-300}{44/\sqrt{100}} = 3.64$

نلاحظ أن $3.64 > 1.65$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة الرفض (المنطقة الحرجة) ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أي أن اعتقاد الباحث صحيحا عند مستوى المعنوية 0.05 ، وبالتالي فان هاته النتائج مرتفعة المعنوية.

التمرين 04: لدينا $\mu_0 = 180$, $S = 25$, $n = 81$, $\overline{x} = 170$

ونريد اختبار ما يلي :

$$H_0: \mu = 180$$
$$H_1: \mu \neq 180$$
$$\alpha = 0.01$$

إحصاء الاختبار في هذه الحالة هو الإحصاء Z وهذا لكون حجم العينة كبير بدرجة كافية.

وبما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون: $z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58$ ، $-z_{\alpha/2} = -z_{0.005} = -2.58$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.01 إذا كان :

$$Z > 2.58 \quad \text{أو} \quad Z < -2.58$$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

أي : $Z = \frac{170-180}{25/\sqrt{81}} = -3.6$

بما أن $Z < -2.58$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة ، أي أن اعتقاد الباحث صحيحا عند مستوى الدلالة 0.01 .

التمرين 05: لدينا $\mu_0 = 10$, $S = 3$, $n = 25$, $\bar{X} = 12$

ونريد اختبار ما يلي :

$$H_0: \mu = 10$$

$$H_1: \mu > 10$$

$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرف أيمن ، وبما أن تباين المجتمع غر معلوم ، وحجم العينة صغير، نستعمل توزيع t بدرجات حرية $(n-1)$ ، ولذلك فالقيمة الحرجة هي: $t_{(\alpha,\upsilon)} = t_{(0.05,24)} = 1.711$

وبالتالي نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كانت:

$$T > 1.711$$

والآن نقوم بحساب T من خلال المعادلة التالية : $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

أي : $T = \frac{12-10}{3/\sqrt{25}} = 3.33$

نلاحظ أن $3.33 > 1.711$ أي أن قيمة T المحسوبة تقع في منطقة الرفض (المنطقة الحرجة) ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أي أن بيانات العينة تعطينا مبررا كافيا للقول بأن استعمال البطاقات قد ازداد خلال ذلك الشهر وهذا عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 06: لدينا $\mu_0 = 60$, $S = 4.4$, $n = 16$, $\overline{x} = 58.6$

1- نريد اختبار ما يلي:

$$H_0: \mu = 60$$

$$H_1: \mu \neq 60$$

$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، وبما أن توزيع المجتمع طبيعي ، وتباينه غر معلوم ، وحجم العينة صغير، نستعمل توزيع t بدرجات حرية $(n-1)$ ، ولذلك فالقيم الحرجة هي:

$$-t_{(0.025,15)} = -2.131 \quad ، \quad t_{(0.025,15)} = 2.131$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$T > 2.131 \quad \text{أو} \quad T < -2.131$$

والآن نقوم بحساب T من خلال المعادلة التالية : $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

أي : $T = \frac{58.6-60}{4.4/\sqrt{16}} = -1.27$

نلاحظ أن $-2.131 < -1.27 < 2.131$ ؛ أي أن قيمة T تقع في منطقة القبول ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، أي أن الادعاء بأن متوسط الواط لا يزيد ولا يقل عن القيمة المستهدفة 60 واط هو صحيح عند مستوى المعنوية 0.05 .

2- إجابتنا على السؤال الأول لا تؤكد إجراء تصحيحي ؛ لأن المهم في العملية التصنيعية أن يكون متوسط الواط لا يزيد و لا يقل عن قيمة مستهدفة وهي 60 واط ،وهذا فعلا ما أكدته بيانات العينة.

التمرين 07 :قبل اختبار الفرضيات يجب أولا حساب الوسطين الحسابيين للعينتين ، حيث نجدهما بعد إجراء العمليات الحسابية كما يلي :

$$\overline{x}_1 = 14 \quad , \quad \overline{x}_2 = 16$$

وعليه نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = 0$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \Rightarrow H_1 : (\mu_1 - \mu_2) < 0$$

$$\alpha = 0.025$$

بما أن الفرضية البديلة تحدد اتجاها واحدا فقط ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرف أيسر ، والقيمة الحرجة تكون: $-z_\alpha = -z_{0.025} = -1.96$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.025 إذا كان : $Z < -1.96$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $$Z = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

أي : $$Z = \frac{(14 - 16) - 0}{\sqrt{\frac{10}{4} + \frac{6}{5}}} = -1.04$$

نلاحظ أن : $-1.04 > -1.96$ ؛ بمعنى قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، أي أن وسطي المجتمعين متساويين عند مستوى المعنوية 0.025 .

التمرين 08 :

قبل اختبار الفرضية السابقة يجب أولا حساب ما يلي : $\overline{X}_1$ ، $\overline{X}_2$ ، s_1^2، s_2^2 ، s_p^2

وبعد القيام بجميع العمليات الحسابية نجد أن :

$$\overline{X}_1 = 3.5 \quad , \quad \overline{X}_2 = 1.5 \quad , \quad s_1^2 = 2.5 \quad , \quad s_2^2 = 0.5 \quad , \quad s_p^2 = 1.39$$

وعليه فان اختبار الفرضية السابقة يتم وفقا للخطوات التالية :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = 0$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$$
$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = t_{(0.025,9)} = 2.262 \quad ، \quad -t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = -t_{(0.025,9)} = -2.262$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$T > 2.262 \quad \text{أو} \quad T < -2.262$$

والآن نقوم بحساب T من خلال المعادلة التالية : $T = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - d_0}{\sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}$

أي : $$T = \frac{(3.5 - 1.5) - 0}{\sqrt{1.39(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})}} = 2.8$$

نلاحظ أن : $2.8 > 2.262$ ؛ أي أن قيمة T المحسوبة تقع في منطقة رفض الفرضية الصفرية، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، ومنه هناك فرق بين أثري الغذائين A و B في متوسط زيادة أوزان الأطفال وهذا عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 09 : نلاحظ أنه تم سحب العينتين المستقلتين من مجتمعين لكل منهما توزيع طبيعي وتحصلنا على النتائج الآتية: $\overline{X}_1 = 6.8$, $\overline{X}_2 = 9.3$

$$n_1 = 12 \ , \ n_2 = 15 \ , \ s_1^2 = 10.3 \ , \ s_2^2 = 15.7$$

ونريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = 0$$
$$H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا، ومنه فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، وبما أن تبايني المجتمعين مجهولين وغير متساويين وحجمي العينتين أقل من الثلاثون فان إحصاء الاختبار هو T وهو يخضع لتوزيع **ستيودنت** بدرجات حرية لها الصيغة المركبة التالية :

$$\upsilon = \left(\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{(n_1-1)}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{(n_2-1)}} \right) = \left(\frac{\left(\frac{10.3}{12}+\frac{15.7}{15}\right)^2}{\frac{\left(\frac{10.3}{12}\right)^2}{(11)}+\frac{\left(\frac{15.7}{15}\right)^2}{(14)}} \right) = 25$$

ومنه تكون القيم الحرجة كما يلي:

$$-t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = -t_{(0.025,25)} = -2.060 \quad ، \quad t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = t_{(0.025,25)} = 2.060$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$T < -2.060 \quad \text{أو} \quad T > 2.060$$

والآن نقوم بحساب T من خلال المعادلة التالية : $T = \dfrac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)-d_0}{\sqrt{(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2})}}$

أي :

$$T = \frac{(6.8-9.3)-0}{\sqrt{(\frac{10.3}{12}+\frac{15.7}{15})}} = -1.81$$

نلاحظ أن : $-2.060 < -1.81 < 2.060$ أي أن قيمة T تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، ومنه لا توجد فروق معنوية بين متوسطي المجتمعين عند مستوى معنوية 0.05 .

التمرين 10 :

بما أن المجتمعين خاضعين للتوزيع الطبيعي ذو تباينين معلومين فان إحصاء الاختبار المناسب هو الإحصاء Z .

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow H_0 : (\mu_1 - \mu_2) = 0$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow H_1 : (\mu_1 - \mu_2) \neq 0$$
$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$-z_{\alpha/2} = -z_{0.025} = -1.96 \quad ، \quad z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$Z < -1.96 \quad \text{أو} \quad Z > 1.96$$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

أي : $Z = \frac{(70 - 72) - 0}{\sqrt{\frac{10}{17} + \frac{26}{21}}} = -1.48$

نلاحظ أن : $-1.48 > -1.96$؛ أي أن قيمة Z تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، أي أن وسطي المجتمعين متساويين عند مستوى المعنوية 0.05.

التمرين 11 : لدينا الفرضيتان:

$$H_0 : \mu_x = \mu_y \Rightarrow H_0 : (\mu_x - \mu_y) = 0$$
$$H_1 : \mu_x \neq \mu_y \Rightarrow H_1 : (\mu_x - \mu_y) \neq 0$$

بعبارة أخرى نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : \mu_d = 0$$
$$H_1 : \mu_d \neq 0$$
$$\alpha = 0.05$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = t_{(0.025,4)} = 2.776 \quad ، \quad -t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} = -t_{(0.025,4)} = -2.776$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان:

$$T > 2.776 \quad \text{أو} \quad T < -2.776$$

وبعد القيام بجميع العمليات الحسابية بالطريقة المعروفة نجد:

$$\bar{d} = 0.48 \quad , \quad S_d = 0.0836$$

$$T = \frac{\bar{d} - d_0}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{0.48 - 0}{\frac{0.0836}{\sqrt{5}}} = 12.84$$

نلاحظ أن: $12.84 > 2.776$؛ أي أن قيمة T تقع في منطقة رفض الفرضية الصفرية ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ؛ أي أن متوسط الاهتراء في (أ) يختلف عن متوسط الاهتراء في (ب) عند

مستوى المعنوية 0.05 ، وبالضبط يكون متوسط الاهتراء في (أ) أكبر من متوسط الاهتراء في (ب) عند نفس مستوى المعنوية.

التمرين 12 :

نريد اختبار ما يلي:

$$H_0: \sigma^2 = 102$$
$$H_1: \sigma^2 > 102$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن ، إذن القيمة الحرجة يتم إيجادها كما يلي:

$$\chi^2_{(\alpha,\upsilon)} = \chi^2_{(0.05,24)} = 36.415$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان : $\chi^2 > 36.415$

والآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(25-1)106}{102} = 24.94$$

بما أن: $24.94 < 36.415$ فإننا نقبل الفرضية الصفرية H_0 ونرفض الفرضية البديلة H_1 ؛ أي أن تباين المجتمع يساوي 102 عند مستوى الدلالة 0.05.

التمرين 13 :

نريد اختبار ما يلي:

$$H_0: \sigma^2 = 100$$
$$H_1: \sigma^2 > 100$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن ، إذن القيمة الحرجة يتم إيجادها كما يلي:

$$\chi^2_{(\alpha,\upsilon)} = \chi^2_{(0.05,9)} = 16.919$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان : $\chi^2 > 16.919$

والآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(10-1)195}{100} = 17.55$$

بما أن $17.55 > 16.919$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ونستنتج أن نتائج العينة تدحض ادعاء المصنع أي أن قيمة التباين σ^2 أكبر من 100 عند مستوى الدلالة 0.05.

التمرين 14 :

1- نريد اختبار ما يلي:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$
$$\alpha = 0.01$$

بما أن الفرضية البديلة تحدد اتجاه واحد أيمن ، إذن القيمة الحرجة يتم إيجادها كما يلي:

$$F_{(\alpha,\upsilon_1,\upsilon_2)} = F_{(0.01,9,19)} = 3.52$$

فإننا نرفض H_0 عند مستوى الدلالة (0.01) إذا كانت:

$$F > 3.52$$

والآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{625}{400} = 1.56$$

نلاحظ أن $1.56 < 3.52$ أي أن قيمة إحصاء الاختبار F تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية، إذن القرار هو قبول الفرضية H_0 ورفض الفرضية H_1 ،أي أن تباييني المجتمعين متساويين عند مستوى الدلالة 0.01 .

2- نريد اختبار ما يلي:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$
$$\alpha = 0.01$$

بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون:

$$F_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)} = F_{(0.005,9,19)} = 3.52$$

$$F_{(1-\frac{\alpha}{2},\upsilon_1,\upsilon_2)} = F_{(0.995,9,19)} = 0.21$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.01 إذا كانت :

$$F > 3.52 \quad \text{أو} \quad F < 0.21$$

ومن ثم فان منطقة قبول H_0 تقع بين القيمتين 0.21 و 3.52

الآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{625}{400} = 1.56$$

نلاحظ أن قيمة إحصاء الاختبار F تقع داخل منطقة قبول الفرضية الصفرية ،إذن القرار هو قبول الفرضية H_0 ورفض الفرضية H_1 ؛ أي أن تبايني المجتمعين متساويين عند مستوى الدلالة 0.01 .

التمرين 15 :

نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : P = 0.15$$
$$H_1 : P > 0.15$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن، إذن القيمة الحرجة هي : $z_{0.05} = 1.65$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان: $Z > 1.65$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}}$

فنجد: $$Z = \frac{0.2 - 0.15}{\sqrt{\frac{(0.15)(0.85)}{400}}} = 2.8$$

نلاحظ أن $2.8 > 1.65$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة رفض الفرضية H_0 ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أي أن ادعاء الشركة غير صحيح عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 16 :

نريد اختبار الفرضيتين التاليتين:

$$H_0 : P = 0.03$$
$$H_1 : P > 0.03$$
$$\alpha = 0.05$$

بنفس الطريقة السابقة نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن، إذن القيمة الحرجة هي : 1.65

$$Z_{0.05} =$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان: $Z > 1.65$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}}$$

فنجد: $$Z = \frac{0.04 - 0.03}{\sqrt{\frac{(0.03)(0.97)}{50}}} = 0.416$$

نلاحظ أن $0.416 < 1.65$، أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة **قبول** الفرضية H_0، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، ومنه نستطيع القول أن نسبة المصابيح التالفة في الإنتاج الكلي للمصنع تساوي 3 % أو أقل عند مستوى المعنوية 0.05 ،وبالتالي فان هذا الاختبار ليس له معنوية أو دلالة إحصائية.

التمرين 17:

نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : P = 0.2$$

$$H_1 : P > 0.2$$

$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن، إذن القيمة الحرجة هي : $z_{0.05} = 1.65$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان: $Z > 1.65$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}}$$

فنجد: $$Z = \frac{0.23 - 0.2}{\sqrt{\frac{(0.2)(0.80)}{30}}} = 0.41$$

نلاحظ أن $0.41 < 1.65$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة قبول الفرضية H_0 ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، ومنه نجد أن ادعاء محل الحلويات صحيح عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 18:

نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : P = 0.5$$
$$H_1 : P < 0.5$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيسر، إذن القيمة الحرجة هي :

$$-z_{0.05} = -1.65$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان : $Z < -1.65$

والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : $Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 q_0}{n}}}$

فنجد: $Z = \frac{0.48 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{100}}} = -0.4$

نلاحظ أن $-0.4 > -1.65$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة قبول الفرضية الصفرية H_0 ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1، وبالتالي **لا يمكن الادعاء** بأن هناك انخفاض معنوي في نسبة الطلبة الذين يغيرون تخصصهم بعد السنة الأولى من تسجيلهم وهذا عند مستوى المعنوية 0.05 .

التمرين 19:

نريد اختبار الفرضيتين التاليتين:

$$H_0 : P_1 = P_2 \Rightarrow H_0 : (P_1 - P_2) = 0$$
$$H_1 : P_1 \neq P_2 \Rightarrow H_1 : (P_1 - P_2) \neq 0$$
$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين، والقيم الحرجة تكون كما يلي:

$$-z_{\alpha/2} = -z_{0.025} = -1.96 \quad ، \quad z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$Z < -1.96 \quad \text{أو} \quad Z > 1.96$$

والآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار Z من خلال المعادلة التالية :

$$Z = [(\bar{p}_1 - \bar{p}_2)] / \sqrt{\frac{\bar{P}\,\bar{q}}{n_1} + \frac{\bar{P}\,\bar{q}}{n_2}}$$

يجب أولا إيجاد ما يلي: $\bar{p}_1$ و $\bar{p}_2$ و $\bar{P}$

$$\bar{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{30}{600} = 0.05$$

$$\bar{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{4}{200} = 0.02$$

$$\bar{P} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{30+4}{600+200} = 0.0425$$

ومن هنا نجد إحصاء الاختبار يساوي:

$$Z = [(0.05 - 0.02)] / \sqrt{(0.0425)(0.9575)[\frac{1}{600} + \frac{1}{200}]}$$

$$= 1.82$$

نلاحظ أن $1.82 < 1.96$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة قبول الفرضية H_0 ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1 ، وهذا يعني أن الفرق بين نسبتي من أحدث الدواء عندهم ألما في الرأس في هاتين المجموعتين من المرضى ليس له دلالة إحصائية عند مستوى المعنوية 0.05.

التمرين 20:

1- نريد اختبار ما يلي:

$$H_0 : P_1 = P_2 \Rightarrow H_0 : (P_1 - P_2) = 0$$

$$H_1 : P_1 \neq P_2 \Rightarrow H_1 : (P_1 - P_2) \neq 0$$

$$\alpha = 0.05$$

بنفس الطريقة السابقة ،نلاحظ أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا، ومنه فالاختبار المناسب هو ذو طرفين، والقيم الحرجة تكون كما يلي:

$$-z_{\alpha/2} = -z_{0.025} = -1.96 \quad ، \quad z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان :

$$Z < -1.96 \quad \text{أو} \quad Z > 1.96$$

والآن نقوم بحساب إحصاء الاختبار Z من خلال المعادلة التالية :

$$Z = [(\bar{p}_1 - \bar{p}_2)] / \sqrt{\frac{\bar{P}\,\bar{q}}{n_1} + \frac{\bar{P}\,\bar{q}}{n_2}}$$

يجب أولا إيجاد $\bar{P}$:

$$\bar{P} = \frac{n_1\bar{p}_1 + n_2\bar{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{300(0.56)+200(0.48)}{300+200} = 0.528$$

ومن هنا نجد إحصاء الاختبار يساوي:

$$Z = [(0.56 - 0.48)] / \sqrt{(0.528)(0.472)[\frac{1}{300} + \frac{1}{200}]}$$

$$= 1.75$$

نلاحظ أن $1.75 < 1.96$ أي أن قيمة Z المحسوبة تقع في منطقة قبول الفرضية H_0 ، لذلك نقبل H_0 ونرفض H_1، وهذا يعني أنه لا يوجد اختلاف بين المنطقتين في تفضيلهم للمرشح عند مستوى المعنوية 0.05.

2- نريد اختبار الفرض القائل بأن المرشح مفضل في المنطقة A وذلك كما يلي:

$$H_0 : P_1 = P_2 \Rightarrow H_0 : (P_1 - P_2) = 0$$

$$H_1 : P_1 > P_2 \Rightarrow H_1 : (P_1 - P_2) > 0$$

$$\alpha = 0.05$$

نلاحظ أن الفرضية البديلة ذات طرف واحد أيمن، إذن القيمة الحرجة هي:

$$z_{0.05} = 1.65$$

نرفض الفرضية H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان: $Z > 1.65$

بناءا على ما سبق نجد أن $1.75 > 1.65$ أي أن قيمة Z المحسوبة وقعت في منطقة رفض الفرضية H_0 ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 ، يعني أن المرشح مفضل في المنطقة A وهذا عند مستوى المعنوية 0.05.