1. Introduction

Une barre soumise à des forces ou des couples qui se situent dans un plan contenant l'axe longitudinal de la barre est appelée poutre. Les forces s'entendent comme agissant perpendiculairement à l'axe longitudinal.

Poutre Cantilever : c'est une poutre fixée à l'une des extrémités de telle manière que l'axe de la poutre ne peut pas tourner à ce point, on parle de poutre en porte-à-faux (Figure 1). La ***réaction*** du mur de soutènement sur la poutre consiste en une ***force verticale*** associée à ***un couple*** agissant dans le plan des charges appliquées.

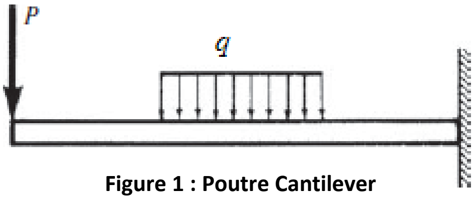

Figure 1 : Poutre Cantilever

Poutre simple : c'est une poutre supportée librement aux deux extrémités (Figure é a et b). Les appuis sont capables d'exercer uniquement des forces sur la barre (pas de moment de réaction). Les appuis aux extrémités ne s'opposent pas à la rotation lors de la ***flexion***

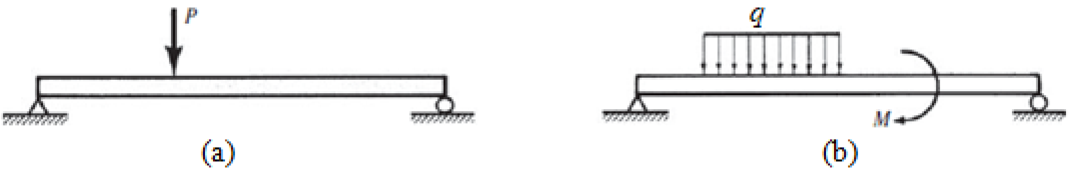

Figure 2 : Poutre simple

Poutre en en porte-à-faux : elle est supportée par deux appuis mais l'une des extrémités est libre, figure 3 ;

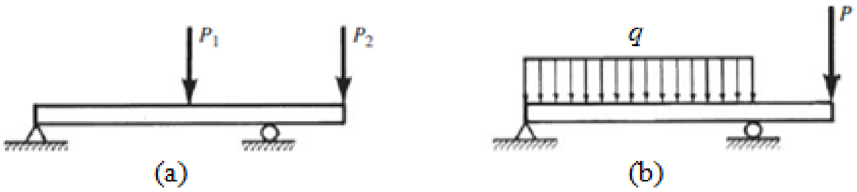

Figure 3 : Poutres en porte – à – faux

Une poutre est soumise à la ***flexion*** lorsque les forces qui lui sont appliquées tendent à faire varier sa ***courbure***.
La flexion est dite ***simple***, lorsque les forces extérieures agissent dans le ***plan de symétrie*** de la poutre ***perpendiculairement*** à l'axe de la poutre.

Hypothèses fondamentales

a - Les déformations sont élastiques et suffisamment petites ;
b- Toute fibre contenue dans un plan de symétrie demeure dans ce plan pendant la déformation.
c- Les sections droites de la poutre demeurent planes et perpendiculaires à l'axe de celle-ci après déformation (Hypothèse de Navier-Bernoulli).

2. Efforts intérieurs en flexion

La flexion simple plane engendre dans les sections droites d'une poutre deux facteurs de force intérieures, le ***moment fléchissant*** M et ***l'effort tranchant*** Q.
Pour les déterminer, on applique la méthode des sections. A l'endroit qui nous intéresse, pratiquons en pensée la coupe à la distance *x* de l'appui gauche. Considérons, par exemple celle de droite, l'équilibre de la partie gauche illustrée sur la figure 4.

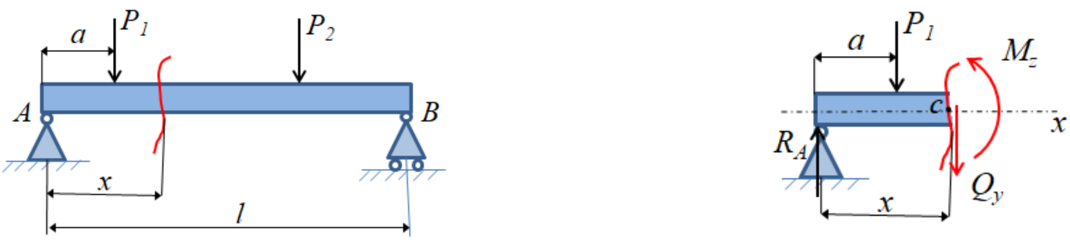

Figure 4

Les efforts intérieurs $\boldsymbol{M_z}$ et $\boldsymbol{Q_y}$ seront déterminés à partir des équations d'équilibre de la partie considérée.

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_y = -P_1 + R_A$

On peut écrire, pour généraliser : $$Q_y = \sum F_{iy} \tag{1}$$

Calculons la somme des moments des forces par rapport au point de coupe $\boldsymbol{c}$:

$\sum M_c = 0 \quad \Rightarrow \quad M_z = R_A . x - P_1 . (x - a)$

De même, pour généraliser : $$M_z = \sum M_c(F_i) \tag{2}$$

Note : avant toute étude des efforts intérieurs, on déterminera en premier lieu les réactions aux appuis.

2.1 Convention de signe des efforts internes

Les figures ci – dessous représentent la convention de signe retenue pour les efforts intérieurs $\boldsymbol{M_z}$ et $\boldsymbol{Q_y}$.

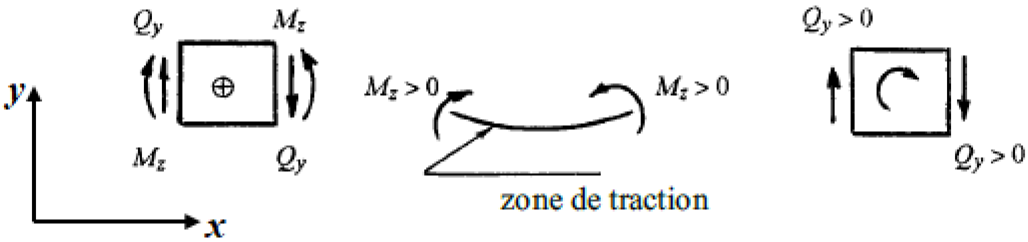

Figure 5

2.2 Relation différentielle de flexion

L'effort tranchant Q_y et le moment fléchissant M_z sont liés par des équations différentielles, ainsi que la charge répartie $q(x)$, qu'on démontrera par la suite. Considérons l'équilibre de l'élément $\boldsymbol{dx}$ de la figure 6 :

On démontre facilement que :

$$\frac{dQ_y}{dx} = q(x) \tag{3}$$

$$\frac{dM_z}{dx} = Q_y \tag{4}$$

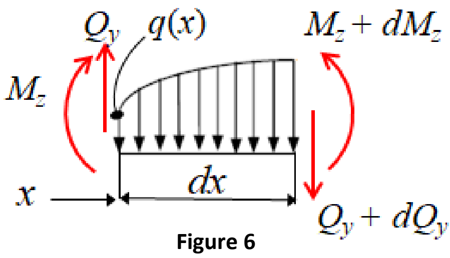

Figure 6

3. Diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant

La variation de l'effort tranchant et du moment fléchissant le long d'une poutre sollicitant un chargement donné se traduit par le traçage de diagrammes qui représentent l'allure des fonctions $Q_y(x)$ et $M_z(x)$.

La méthode des sections sera spécialement appliquée. Pratiquement, le long de la longueur de la poutre et en fonction de $\boldsymbol{x}$, on pratiquera autant de sections qu'il y a de forces. Les relations 3 et 4 permettrons d'analyser les résultats obtenus. Dans ce qui suit on considère trois exemples type, à travers lesquels on expliquera la méthode avec plus de détails

Pour les poutres des la figures ci – dessous (exemple 1, 2 et 3), tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant.