

الاستراتيجية المختلطة أو المركبة (Mixed strategy): عندما لا توجد في المباراة نقطة سرج أو توازن فإن ذلك يعني أن اللاعب يجب أن يغير الاستراتيجية بين فترة وأخرى، وهي المعيار القراري الذي يحدد التصرف الذي يجب أن يسلكه متخذ القرار بالاعتماد على مجموعة محددة من الاحتمالات كل استراتيجية، بحيث يتم تخصيص نسبة معينة من المرات (احتمال معين) التي يتم فيها تطبيق كل من هذه الاستراتيجيات، بحيث يكون مجموع هذه النسب (مجموع الاحتمالات) مساوياً الواحد.

مثال: حل مسألة المباراة التالية محددًا للفائز فيها وقيمة المباراة والاستراتيجيات المثلى لكلا اللاعبين.

		اللاعب Y	
		Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
اللاعب X	X <sub>1</sub>	9	3
	X <sub>2</sub>	4	6

الحل: عند البحث عن نقطة سرج في هذه المسألة فإننا نجد الاتي

		اللاعب Y		اصغر الأرقام في الصفوف
		Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	
اللاعب X	X <sub>1</sub>	9	3	3
	X <sub>2</sub>	4	6	4
أكبر الأرقام في الأعمدة		9	6	

من الواضح هنا عدم وجود نقطة توازن أو نقطة سرج وهذا يدل على أن المباراة تتضمن استراتيجية مختلطة، ولذا لا بد من تحديد الزمن الذي يخصص لكل استراتيجية من الاستراتيجيتين المتاحتين لكل لاعب، ويمكن التوصل إلى الحل بعدة طرق منها طريقتين سنستخدمهما هنا وهما الطريقة الحسابية والطريقة الجبرية.

1- الطريقة الحسابية: تقوم هذه الطريقة على أساس عدد من الخطوات المتسلسلة وكالاتي:

- اطرح أصغر قيمة في كل صف من أكبر قيمة في ذلك الصف.
- اطرح أصغر قيمة في كل عمود من أكبر قيمة في ذلك عمود.
- بدل مواقع القيم الناتجة من عملية الطرح السابقة، أي ضع باقي طرح الصف الثاني أمام الصف الأول وبالعكس، وكذا الحال مع الأعمدة، علما بان مجموع بواقي طرح الأعمدة يجب أن يساوي مجموع طرح الصفوف دائما.
- ضع إشارة (\*) إلى جانب بواقي الطرح للصفوف والأعمدة للدلالة على أن عملية تبديل المواقع قد تمت.
- تحديد الجزء الخاص من الوقت الذي سيخصص لكل استراتيجية بقسمة باقي الطرح (بعد تبديل المواقع) على مجموع باقي الطرح، للفهم أكثر نقوم بحل هذا المثال بتطبيق الخطوات المشار إليها سابقا.

- الخطوة الأولى والثانية: طرح القيمة الصغرى في الصفوف وفي الأعمدة من باقي القيم فيها وأخذها بالقيمة المطلقة.

		اللاعب Y		نتائج الطرح
		Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	
اللاعب X	X <sub>1</sub>	9	3	6
	X <sub>2</sub>	4	6	2
نتائج الطرح		5	3	

- الخطوة الثالثة والرابعة: تبديل المواقع لباقي الطرح في الصفوف والأعمدة ووضع إشارة (\*) للدلالة على اجراء عملية التبديل، كذلك لاحظ إن مجموع باقي طرح الصفوف وكذلك الأعمدة هو العدد 8

		اللاعب Y		نتائج الطرح
		Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	
اللاعب X	X <sub>1</sub>	9	3	2*
	X <sub>2</sub>	4	6	*6
نتائج الطرح		*3	*5	

- الخطوة الخامسة: تحديد الجزء من الوقت الذي سيخصص لكل استراتيجية:

$$\begin{cases} \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25 \\ \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75 \end{cases} \quad \text{بالنسبة للاعب X}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{8} = 0.625 \\ \frac{5}{8} = 0.375 \end{cases} \quad \text{وبالنسبة للاعب Y}$$

تدوين النتائج في الجدول جانب استراتيجيات كل لاعب على حدى لتسهيل عملية الحساب

		اللاعب Y	
		$\left(\frac{3}{8}\right) Y_1$	$\left(\frac{5}{8}\right) Y_2$
اللاعب X	$\left(\frac{1}{4}\right) X_1$	9	3
	$\left(\frac{3}{4}\right) X_2$	4	6

حساب قيمة المباراة من خلال ضرب قيمة الوقت المستغرق المتحصل عليه أعلاه في قيم الاستراتيجيات المقابلة

$$- \left(\frac{1}{4}\right) \times 9 \times \left(\frac{3}{8}\right) = 0.84375$$

$$- \left(\frac{3}{4}\right) \times 4 \times \left(\frac{3}{8}\right) = 1.125$$

$$- \left(\frac{1}{4}\right) \times 3 \times \left(\frac{5}{8}\right) = 0.46875$$

$$- \left(\frac{3}{4}\right) \times 6 \times \left(\frac{5}{8}\right) = 2.8125$$

ومنه قيمة المباراة هي مجموع النتائج السابقة  $V=5.25$

### التفسير

وهذا يعني ان الفائز هو X وانه سيخصص  $\left(\frac{1}{4}\right)$  من الوقت للاستراتيجية الأولى  $X_1$  و  $\left(\frac{3}{4}\right)$  من الوقت للاستراتيجية الثانية  $X_2$ .

أما اللاعب Y فإنه سيخصص  $\left(\frac{3}{8}\right)$  من الوقت للاستراتيجية الأولى  $Y_1$  و  $\left(\frac{5}{8}\right)$  من الوقت للاستراتيجية الثانية  $Y_2$ .

2- الحل بالطريقة الجبرية: بما أن الوقت يقسم إلى قسمين كل جزء منه يخصص لإحدى

الاستراتيجيتين فإن هذا يعني أن مجموع النسبتين اللتين توصلتا لهما في المثال السابق يساوي 1 ،

$$\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) = 1 \text{ و } \left(\frac{3}{8}\right) + \left(\frac{5}{8}\right) = 1 \text{ أي أن}$$

لذا يمكن صياغة معادلة لكل من اللاعبين وكما يمكن توضيحه في المثال التالي:

مثال 2: حل مسألة المباراة التالية محددًا الفائز فيها وقيمة المباراة والاستراتيجيات المثلى لكلا اللاعبين بالطريقة الجبرية.

		اللاعب Y	
		$Y_1$	$Y_2$
اللاعب X	$X_1$	1	4
	$X_2$	5	3

الحل: نلاحظ انه في هذه المباراة لا توجد نقطة سرج

الطريقة الجبرية: بما أن الوقت يقسم إلى قسمين كل جزء منه يخصص لإحدى الاستراتيجيتين فإن

مجموع النسبتين = الواحد 1

إذا افترضنا أن الوقت المخصص للعب الاستراتيجية  $X_1$  هو  $\alpha$  فإن ما يخصصه للاستراتيجية  $X_2$  هو  $(1 - \alpha)$

كذلك ما يخصصه اللاعب  $Y$  للعب الاستراتيجية  $Y_1$  هو  $\beta$  فإن ما يخصصه للاستراتيجية  $Y_2$  هو  $(1 - \beta)$

$$\alpha + 5(1 - \alpha) = 4\alpha + 3(1 - \alpha) \rightarrow \alpha = \frac{2}{5} \rightarrow (1 - \alpha) = \frac{3}{5}$$

$$\beta + 4(1 - \beta) = 5\beta + 3(1 - \beta) \rightarrow \beta = \frac{1}{5} \rightarrow (1 - \beta) = \frac{4}{5}$$

بعد الحصول على النتائج ندونها في الجدول التالي:

		اللاعب Y	
		$\frac{1}{5} = \beta$	$(1 - \beta) = \frac{4}{5}$
اللاعب X	$\frac{2}{5} = \alpha$	1	4
	$\frac{3}{5} = (1 - \alpha)$	5	3

حساب قيمة المباراة:

$$\left[ \left( \frac{2}{5} \right) \times (1) \times \left( \frac{1}{5} \right) = \frac{2}{25} \right] = \frac{2}{25}$$

$$\left[ \left( \frac{2}{5} \right) \times (4) \times \left( \frac{4}{5} \right) = \frac{32}{25} \right] = \frac{32}{25}$$

$$\left[ \left( \frac{3}{5} \right) \times (5) \times \left( \frac{1}{5} \right) = \frac{15}{25} \right] = \frac{15}{25}$$

$$\left[ \left( \frac{3}{5} \right) \times (3) \times \left( \frac{4}{5} \right) = \frac{36}{25} \right] = \frac{36}{25}$$

$$V = \left[ \frac{(2+32+15+36)}{25} \right] = \frac{85}{25} = \frac{17}{5} = 3.4$$

ومنه نتيجة المباراة هي 3.4

وبما أن نتيجة المباراة موجبة فإن اللاعب X هو الفائز في هذه المباراة.

ملاحظة: لو كانت نتيجة المباراة سالبة فإن اللاعب Y هو الفائز.