حلول التمارين

التمرين الأول:

1) إتمام جدول المدخلات و المخرجات

القطاع	S_1	S_2	الطلب الوسيط $\sum X_{ij}$	الطلب النهائي Yi	الإنتاج الإجمالي Xi
S_1	500	350	850	150	1000
S_2	320	360	680	120	800
القيمة المضافة V_j	180	90		270	
الإنتاج الإجمالي X_j	1000	800			1800

2) مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة:

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4375 \\ 0.32 & 0.45 \end{pmatrix}$$

3) مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة و غير المباشرة:

$$I - A = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.4375 \\ -0.32 & 0.55 \end{pmatrix}$$

$$\det (I - A) = 0.135$$

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 4.07407407 & 3.24074074 \\ 2.37037037 & 3.7037037 \end{pmatrix}$$

4) حجم الإنتاج اللازم في كل قطاع لمواجهة التغير في الطلب النهائي:

$$\begin{pmatrix} 4.07407407 & 3.24074074 \\ 2.37037037 & 3.7037037 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1138.88889 \\ 844.444444 \end{pmatrix}$$

التمرين الثاني:

1- حساب حجم الاستثمار المطلوب من أجل زيادة الطاقة الإنتاجية في كل قطاع لمواجهة ارتفاع حجم الإنتاج بين سنتي T_0 و T_1:

$$B\,\Delta X_t = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.001 \\ 0.001 & 0.05 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15.4 \\ 20.3 \end{pmatrix}$$

تتطلب زيادة الطاقة الإنتاجية في كل قطاع لمواجهة ارتفاع حجم الإنتاج بين سنتي T_0 و T_1 استثمار ما قيمته **15.4** مليون دولار في القطاع الأول و **20.3** مليون دولار في القطاع الثاني.

2- حساب معدلات النمو القطاعية:

$$r = \frac{\Delta X_t}{X_0} = \begin{pmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{1200} \\ \frac{1}{1400} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.285 \end{pmatrix}$$

حقق القطاعان نموا موجبا بمعدل **25%** في القطاع الأول و بمعدل **28.5%** في القطاع الثاني.

3- حساب معدل النمو الأقصى الممكن تقنيا:

معدل النمو λ الذي يمثل القيمة الذاتية الأكبر للمصفوفة Q حيث: $Q = B^{-1}(I - A + B)$

$$Q = \begin{bmatrix} 20 & 0.4 \\ 0.4 & 20 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 & 0.001 \\ 0.001 & 0.05 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} 19.127 & -4.241 \\ -6.362 & 13.084 \end{bmatrix}$$

حساب القيم الذاتية:

- المعادلة المميزة

$$|Q - \lambda I| = 0 \quad \left| \begin{bmatrix} 19.127 - \lambda & -4.241 \\ -6.362 & 13.084 - \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$(19.127 - \lambda)(13.084 - \lambda) - (-4.241)(-6.362) = 0$$

$$\lambda^2 - 32.211\,\lambda + 223.276 = 0$$

- حل المعادلة

- حساب المميز Δ

$$\Delta = b^2 - 4\,a\,c$$
$$= (-32.211)^2 - 4\,(223.276)$$
$$= 144.444$$
$$\sqrt{\Delta} = 12.018$$

- جذور المعادلة:

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\lambda_1 = 22.11$
$\lambda_2 = 10.09$

- معدل النمو λ_{max} هو $\lambda = 22.11$

التمرين الثالث

1- حساب المصفوفة التقنية للإنتاج

- مصفوفة المعاملات الفنية

$$A = \begin{pmatrix} 0.20 & 0.090909 & 0.250000 \\ 0.05 & 0.363636 & 0.116667 \\ 0.15 & 0.181818 & 0.166667 \end{pmatrix}$$

- مصفوفة ليونتيف

$$(I - A) = \begin{pmatrix} 0.80 & -0.090909 & -0.250000 \\ -0.05 & 0.636364 & -0.116667 \\ -0.15 & -0.181818 & 0.833333 \end{pmatrix}$$

$$\det (I - A) = 0.37575761$$

- المصفوفة التقنية للإنتاج:

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.35484 & 0.32258 & 0.45161 \\ 0.15746 & 1.67440 & 0.28165 \\ 0.27823 & 0.42339 & 1.34274 \end{pmatrix}$$

2- أثر تغير صافي الضرائب غير المباشرة على الإنتاج في القطاع الثاني على المستوى العام للأسعار:

- تغير صافي الضرائب غير المباشرة على الإنتاج في القطاع الثاني:

$$[(200)\ 0.25] + 0.4\ [(200)\ 0.25] = 70$$

- باقي القيمة المضافة: 150 ون

- القيمة المضافة بعد تغير صافي الضرائب غير المباشرة على الإنتاج في القطاع الثاني:

$$VA2 = 150 + 70 = 220$$

- شعاع مؤشرات القيمة المضافة

$$Vn = (0.6 \quad 0.4 \quad 0.4666)$$

و عليه تكون مؤشرات الأسعار القطاعية كما يلي: $P_n = [(I - A)^{-1}]^t \ V_n$

$$Pn = \begin{pmatrix} 1.35484 & 0.15746 & 0.27823 \\ 0.32258 & 1.67440 & 0.42339 \\ 0.45161 & 0.28165 & 1.34274 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.4 \\ 0.4666 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.00571 \\ 1.06086 \\ 1.01015 \end{pmatrix}$$

نلاحظ أن تغير القيمة المضافة في القطاع الثاني بارتفاع صافي الضرائب غير المباشرة على الإنتاج أدى إلى ارتفاع مستوى أسعار منتجات في القطاعات الثلاث على التوالي بـ 0.57 %, 6.08 % 1.01 %.

- الأثر على المستوى العام للأسعار باستخدام مؤشر لاسبير

- الطلب النهائي المحلي يمثل 80% من إجمالي الطلب النهائي على منتجات كل قطاع أي: 0.8(600 230 250) = (480 184 200)

- مؤشر المستوى العام للأسعار:

$$IP = \frac{1.00571(480)+1.06086(184)+1.01015(200)}{864}$$
$$= 1.0184$$

أي أن تغير القيمة المضافة في القطاع الثاني أدى إلى ارتفاع المستوى العام للأسعار بـ 1.84 %.

3- حساب عدد العمال المطلوب في كل قطاع إذا تقرر رفع إنتاج القطاع الأول بـ 20% و القطاعين الثاني و الثالث بـ 30%:

لدينا المعاملات الفنية للعمل: $e_j = L_j/X_j$

e_j (0.45 0.22 0.375)

ومنه تكون مضاعفات التشغيل القطاعية $EM_j = e_j (I - A)^{-1}$

EM_j = (0.7486 0.6722 0.7687)

عدد العمال المطلوب لمواجهة ارتفاع الإنتاج في كل قطاع :

ΔX_j = (200 165 180)

$L_1 = 0.7486 * 200 = 149.72$

$L_2 = 0.6722* 165 = 110.913$

$L_3 = 0.7687* 180 = 138.366$

- الأثر على المستوى الكلي للعمالة:

$IEM_1 = 0.7486 /0.45 = 1.66367333$

$IEM_2 = 0.6722/0.22 = 3.0559$

$IEM_3 = 0.7687/0.375 = 2.0499$

4- حساب حجم الإنتاج القطاعي للسنوات الثلاث القادمة: يمكن حساب حجم الإنتاج باستخدام العلاقة التراجعية الديناميكية الخلفية:

$X_3 = G^{-1} Y_3$

$X_2 = G^{-1} (Y_2 + B X_3)$

$X_1 = G^{-1} (Y_1 + B X_2)$

- إيجاد المصفوفة G^{-1}:

$G^{-1} = (I - A + B)^{-1}$

$$G = \begin{pmatrix} 0.820 & -0.075909 & -0.240000 \\ 0.035 & 0.756364 & -0.086667 \\ -0.120 & -0.101818 & 0.853333 \end{pmatrix}$$

$det(G) = 0.5026$

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} 1.26671 & 0.17751 & 0.37429 \\ -0.03873 & 1.33501 & 0.12469 \\ 0.17351 & 0.18425 & 1.23939 \end{pmatrix}$$

- حجم الإنتاج المتوقع في السنة T_3:

$$X_3 = \begin{pmatrix} 1.26671 & 0.17751 & 0.37429 \\ -0.03873 & 1.33501 & 0.12469 \\ 0.17351 & 0.18425 & 1.23939 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 700 \\ 350 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1098.54 \\ 490.02 \\ 681.70 \end{pmatrix}$$

- حجم الإنتاج المتوقع في السنة T_2:

$$X_2 = \begin{pmatrix} 1.26671 & 0.17751 & 0.37429 \\ -0.03873 & 1.33501 & 0.12469 \\ 0.17351 & 0.18425 & 1.23939 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 680 \\ 280 \\ 350 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.020 & 0.015 & 0.01 \\ 0.085 & 0.120 & 0.03 \\ 0.030 & 0.080 & 0.02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1098.54 \\ 490.02 \\ 681.70 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1150.60 \\ 630.87 \\ 747.77 \end{pmatrix}$$

- حجم الإنتاج المتوقع في السنة T_1:

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1.26671 & 0.17751 & 0.37429 \\ -0.03873 & 1.33501 & 0.12469 \\ 0.17351 & 0.18425 & 1.23939 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 650 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.020 & 0.015 & 0.01 \\ 0.085 & 0.120 & 0.03 \\ 0.030 & 0.080 & 0.02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1150.60 \\ 630.87 \\ 747.77 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1059.91 \\ 524.51 \\ 641.02 \end{pmatrix}$$