تطوير جداول المدخلات و المخرجات

1- تمهيد

تمثل مصفوفة المعاملات الفنية العنصر الجوهري في تحليل المدخلات و المخرجات و دراسة روابط الاعتماد المتبادل بين قطاعات الاقتصاد الوطني، و نظرا لكون عملية إعداد جدول المدخلات و المخرجات اعتمادا على نتائج المسح الإحصائي لجميع قطاعات النشاط الاقتصادي عملية مكلفة و تستغرق وقتا طويلا, فإن تطوير جداول المدخلات و المخرجات القديمة لتتماشى مع التغيرات التي تمس هيكل الاقتصاد الوطني و العلاقات بين مختلف قطاعاته عبر الزمن تعتبر عنصرا ضروريا لضمان تحديث بيانات هذه الجداول و المحافظة على مصادقيتها، و ذلك بالاعتماد على مجموعة من الطرق و الأساليب الرياضية و الإحصائية التي يمكن من خلالها تعديل و تقدير بيانات جداول المدخلات و المخرجات و الحصول على معاملات حديثة تعكس الواقع الاقتصادي بأقل التكاليف و بأسرع وقت ممكن.

2- استقرار و تغير المعاملات الفنية للمدخلات و المخرجات: ينصب الاهتمام غالبا عند استخدام جداول المدخلات و المخرجات في البحوث التطبيقية على الحصول على المعاملات الفنية الحديثة اعتمادا على بيانات السنة الأقرب لسنة التحليل, فمثلا قد تكون المعاملات الفنية المستخرجة من الجدول المعد على أساس المسح الإحصائي لسنة 2010 غير ملائمة لتحليل الوضع الاقتصادي في سنة 2018 نظرا للتغيرات التي تمس تقنيات الإنتاج و تطور العلاقات الاقتصادية والتكنولوجية التي تربط القطاعات الإنتاجية عبر الزمن، و يتغير بذلك حجم و طبيعة التشابك بين هذه القطاعات مما يؤدي إلى تغير في مصفوفة المعاملات الفنية و تظهر بذلك الحاجة إلى تطوير جداول المدخلات و المخرجات نظرا لعدة أسباب منها:

- وجود تغيرات تكنولوجية , تؤدي إلى إدخال تقنيات إنتاج جديدة في قطاع معين أو إحلال عنصر إنتاجي محل عنصر آخر, كإحلال الآلات محل عنصر العمل.
- ظهور منتجات جديدة مما قد يؤدي إلى دخول قطاع إنتاجي جديد, أي إضافة سطر و عمود جديدين إلى جدول المدخلات و المخرجات, أو تغير مزيج المدخلات في قطاع معين بإدخال المنتج الجديد ضمن مدخلات القطاع، أو استبدال منتج قديم بآخر جديد ضمن مدخلات الإنتاج في قطاع معين .
- تغير الأسعار النسبية للمدخلات و المخرجات والذي يؤدي إلى إحلال بين مدخلات العملية الإنتاجية، كإحلال الغاز الطبيعي محل المشتقات النفطية بسبب ارتفاع أسعار النفط.
- تغيرات الاستخدام من المدخلات المنتجة محليا إلى المدخلات المستوردة أو العكس، مما يؤدي إلى تغير حجم التبادل الوسيط بين قطاعات الاقتصاد الوطني بزيادة حجم الطلب على المنتجات الوسيطية المحلية أو تخفيضه حسب الحالة.

3- قياس تغير المعاملات الفنية: يعتمد تقييم تغير المعاملات الفنية بشكل عام على المقارنة بين قيم هذه المعاملات في سنة الأساس (t_0) و قيمها في سنة المقارنة (t_n) وفقا للطرق التالية:

3- 1- مقارنة معاملات المدخلات المباشرة: تتم المقارنة باستخدام التمثيل البياني لقيم المعاملات في سنة الأساس (t_0) و في سنة المقارنة (t_n), فإذا كان لدينا معلم متعامد و متجانس حيث يمثل المحور الأفقي قيم المعاملات في سنة الأساس (t_0), المحور العمودي يمثل قيم المعاملات في سنة المقارنة (t_n), نحصل على التمثيل البياني للنقاط الممثلة للمعاملات الفنية a_{ij} ذات الإحداثيات $a_{ij}(t_0)$ و $a_{ij}(t_1)$ ، و انطلاقا من هذا التمثيل نميز الحالات التالية:

- إذا كانت المعاملات الفنية ثابتة خلال الفترة المدروسة فإن النقاط الممثلة لها ستتوضع تماما على المنصف الأول للمنحنى.
- إذا ارتفعت قيم المعاملات الفنية خلال الفترة المدروسة فإن النقاط الممثلة لها تقع أعلى المنصف الأول للمنحنى.
- إذا عرفت قيم المعاملات الفنية خلال الفترة المدروسة انخفاضا فإن النقاط الممثلة لها تقع أسفل المنصف الأول للمنحنى.

3- 2- مقارنة مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة و غير المباشرة: تختبر هذه الطريقة الآثار الكلية لتغير المعاملات الفنية عبر الزمن، من خلال مقارنة شعاع إجمالي المخرجات المطلوبة لتلبية متطلبات الطلب النهائي باستخدام مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة و غير المباشرة لفترات مختلفة.

استخدمت كارتر هذه الطريقة لمقارنة أثر تغير المعاملات الفنية لجدول المدخلات و المخرجات الأمريكي لسنوات 1939, 1947, 1958, اعتمادا على قيم الطلب النهائي لسنة 1961 كما يلي:

$$X(1961/n) = L(n) * Y(1961)$$

حيث:

$X(1961/n)$: شعاع إجمالي المخرجات المقدر لسنة 1961 بالنسبة للسنة n

$L(n)$: مصفوفة المعاملات الفنية المباشرة وغير المباشرة للسنة n

$Y(1961)$: شعاع الطلب النهائي لسنة 1961

و كانت النتائج على النحو التالي:

$X(1961/1939) = 324.288$
$X(1961/1947) = 336.296$
$X(1961/1958) = 336.941$
$X(1961) = 334.160$

تبين هذه النتائج أن المتطلبات الوسيطية للإنتاج كانت مستقرة نسبيا عبر الزمن، و استنتجت كارتر أن الارتفاع الطفيف في إجمالي الطلب الوسيط يعود إلى زيادة طفيفة في مستوى تخصص القطاعات الإنتاجية في الاقتصاد الأمريكي و انخفاض نسبي لاستخدام اليد العاملة و رأس المال في السنوات اللاحقة, و هو مؤشر على التغير التدريجي لهيكل الاقتصاد الأمريكي.

3- 3- مقارنة معاملات التشابك القطاعي: تعتمد هذه الطريقة على المقارنة بين قيم معاملات التشابك القطاعية المباشرة أو الكلية بين لحظتين زمنيتين.فباستخدام معاملات التشابك المباشرة عن طريق مجموع أعمدة مصفوفة

المعاملات الفنية المباشرة يمكن تحديد درجة اعتماد قطاع معين على بقية القطاعات الأخرى في تزويده بالمدخلات الإنتاجية.

فإذا كانت لدينا مثلا معاملات التشابك المباشرة لقطاع معين j في السنة (t_0) و السنة (t_1) على التوالي $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}(t_0) = 0.34$ و $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}(t_1) = 0.56$ فإننا نستنتج أن القطاع j أصبح أكثر اعتمادا على القطاعات الأخرى في الاقتصاد الوطني من السنة (t_0) و السنة (t_1) و أقل اعتمادا على المدخلات الأولية من العمل و رأس المال و الواردات في الفترة نفسها.

4- طرق تحديث جداول المدخلات و المخرجات:

يتمثل المشكل الأساسي في تحديث جداول المدخلات و المخرجات في إعادة تشكيل مصفوفة المعاملات الفنية لسنة الهدف, فباستثناء عناصر هذه المصفوفة قد تتوفر العديد من بيانات جداول المدخلات و المخرجات كالاستهلاك الوسيط في بعض القطاعات الإنتاجية و الاستهلاك النهائي من الحسابات الوطنية السنوية, و من تستهدف كل طرق تحديث جداول المدخلات و المخرجات الحصول على مصفوفة المعاملات الفنية المناسبة لسنة الهدف, و من بين هذه الطرق ما يلي:

4-1- طريقة محاكاة هيكل الاقتصادات القريبة و المشابهة: تقوم هذه الطريقة على إمكانية استخدام المعاملات الفنية لاقتصاد معين لتديث جدول المدخلات و المخرجات للاقتصاد المعني إذا قرر الخبراء أن هذين الاقتصادين متماثلين أو متشابهين هيكليا, و هنا يمكن استخدام هذه المعاملات مباشرة أو بعد تعديلات مناسبة حسب رأي الخبراء.

4-2- طريقة RAS: تعتبر طريقة RAS إحدى الطرق الأكثر استخداما لتحديث بيانات جدول المدخلات و المخرجات لبلد ما في سنة معينة سواء من خلال توفر بعض البيانات. وتأخذ هذه الطريقة اسمها من المصفوفات المستخدمة في عملية التقدير، حيث يتم حساب مصفوفة المعاملات الفنية (A_t) لسنة معينة t (سنة الهدف) انطلاقا من مصفوفة المعاملات الفنية (A_0) لسنة الأساس من خلال عملية ضرب سابقة بمصفوفة قطرية R لمضاعفات الأسطر و التي تعبر عن الإحلال في المدخلات الوسيطية, و عملية ضرب لاحقة في مصفوفة قطرية S لمضاعفات الأعمدة و التي تعبر عن تغير القيمة المضافة في القطاعات الاقتصادية أي: $A_t = R^* A_0 * S$

و تعرّف طريقة RAS التي تسمى أيضا بتقنية توازن المصفوفة ثنائية التناسب على أنها : تقنية تكرارية لتحديث جداول المدخلات و المخرجات تهدف إلى الحصول على مصفوفة التشابك القطاعي X لسنة الهدف, اعتمادا على وجود جدول مدخلات و مخرجات لسنة أساس و مجاميع جديدة لأسطر و أعمدة الجدول في سنة الهدف.

4-3- طريقة RAS المعدلة: تتميز هذه الطريقة عن الطريقة السابقة بكونها لا تعتمد على توفر مجاميع أسطر و أعمدة جدول المدخلات و المخرجات في سنة الهدف فقط, و إنما تأخذ بعين الاعتبار كل البيانات التي يمكن أن تتوفر في سنة الهدف كمعرفة بعض المعاملات الفنية لقطاع معين، أو قيم عمود المدخلات الوسيطية لقطاع محوري

في الاقتصاد الوطني و غيرها, و تظهر هذه المعلومات الإضافية في مصفوفة K بحيث يتم تعديل علاقة التقدير في الطريقة السابقة لتصبح على الشكل: $A_t = K + R * A_0 * S$

4-4- طريقة Cross Entropy (C. E): تمثل هذه الطريقة أيضا توسيعا لطريقة RAS حيث تستخدم كل البيانات التي يمكن أن تتوفر في سنة الهدف استنادا إلى نظرية المعلومات. و تقوم هذه الطريقة على إيجاد مجموعة جديدة من المعاملات الفنية بتدنئة الفرق بين معاملات مصفوفة سنة الأساس A_0 و معاملات مصفوفة سنة الهدف A_t و تكون دالة الهدف في هذه الحالة على الشكل:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}(1) * \ln\left[\frac{\tilde{a}_{ij}(1)}{a_{ij}(0)}\right]$$

تحت القيود التالية:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^* = X_i^*$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1$$

$$0 \leq a_{ij} \leq 1$$

و تمثل دالة الهدف في هذه المسألة المعلومات المتعلقة بقياس المسافة بين مصفوفة سنة الأساس A_0 و المصفوفة $\tilde{A}_t$ المقدرة لمصفوفة سنة الهدف A_t.

و يتم الحصول على المعاملات الفنية الجديدة بتطبيق طريقة مضاعف لاغرانج من خلال العلاقة التالية:

$$a_{ij} = \frac{a_{ij}(0)\exp(\lambda_i X_j^*)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(0)\exp(\lambda_i X_j^*)}$$

حيث:

$a_{ij}(0)$ المعاملات الفنية لسنة الأساس

$\tilde{a}_{ij}(1)$ المعاملات الفنية المقدرة لسنة الهدف

X_i^* مجموع أسطر سنة الهدف

X_j^* مجموع أعمدة سنة الهدف

λ_i مضاعف لاغرانج

5- تحديث جداول المدخلات و المخرجات بإستخدام طريقة RAS :

5- 1- فرضيات طريقة RAS: تقوم طريقة RAS على افتراض أساسي يعرف بفرض التناسب الثنائي الذي يعني وجود تغير في العلاقات الاقتصادية و الفنية بين سنة الأساس و سنة معينة لاحقة، و يمتد أثره إلى سنوات لاحقة, حيث يخضع كل معامل لنوعين من التأثيرات هما: تأثير الإحلال و تأثير التصنيع. و يشير تأثير الإحلال إلى مدى قابلية منتج القطاع i للإحلال بمنتجات أخرى أو لمنتجات أخرى في عملية الإنتاج, كإحلال العبوات البلاستيكية محل العبوات الزجاجية في عملية الإنتاج و هو ما يؤدي إلى ارتفاع قيمة المعاملات الممثلة للعبوات

البلاستيكية و انخفاض تلك الممثلة للعبوات الزجاجية. أما تأثير التصنيع فيشير إلى ارتفاع أو انخفاض حجم الاستخدام الوسيط في عملية إنتاج منتجات القطاع j مقارنة باستخدام عوامل الإنتاج الأولية المكونة للقيمة المضافة. و يفترض أن هذين التأثيرين يسيران بالوتيرة نفسها لجميع العناصر الواقعة في السطر نفسه بالنسبة لتأثير الإحلال, ولجميع العناصر الواقعة في العمود نفسه بالنسبة لتأثير التصنيع.

و يراعى عند استخدام طريقة RAS أن تكون مصفوفة المعاملات الفنية لسنة الأساس مستخرجة من جدول مدخلات و مخرجات مبني على أساس المسح الإحصائي الميداني.

5- 2- البيانات المطلوبة للتقدير بطريقة RAS : يتطلب تطبيق طريقة RAS توفر مجموعة من المعطيات لسنة الأساس و سنة الهدف.

- **في سنة الأساس:** يجب أن يتوفر لدينا مصفوفة المبادلات الوسيطية $[X_{ij}(0)]$=Z(0)، و يتوفر من هذه المصفوفة ما يلي:

- مصفوفة المعاملات الفنية في سنة الأساس $A(0)$.
- شعاع سطر المدخلات الوسيطية لكل قطاع $V(0)= [v_1(0)\ v_2(0) \dots . v_n(0)]$، حيث: $V_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$
- شعاع عمود الطلب الوسيط على مخرجات كل قطاع $U(0) = \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \\ . \\ . \\ u_n(0) \end{bmatrix}$، حيث: $U_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$

- **في سنة الهدف:** يجب أن تتوفر البيانات التالية:

- شعاع عمود إجمالي المخرجات لكل قطاع أو نشاط $X(1) = \begin{bmatrix} X_1(1) \\ X_2(1) \\ . \\ . \\ X_n(1) \end{bmatrix}$.
- شعاع سطر المدخلات الوسيطية لكل قطاع $V(1) =[v_1(1)\ v_2(1) \dots . v_n(1)]$
- شعاع عمود الطلب الوسيط على مخرجات كل قطاع $U(1) = \begin{bmatrix} u_1(1) \\ u_2(1) \\ . \\ . \\ u_n(1) \end{bmatrix}$.

5-3- تحديث مصفوفة المعاملات الفنية بطريقة RAS: بافتراض أن لدينا بيانات حول اقتصاد مكون من ثلاث قطاعات كما يلي:

- مصفوفة المعاملات الفنية لسنة الأساس:

$$A(0) = \begin{pmatrix} a_{11}(0) & a_{12}(0) & a_{13}(0) \\ a_{21}(0) & a_{22}(0) & a_{23}(0) \\ a_{31}(0) & a_{32}(0) & a_{33}(0) \end{pmatrix}$$

- شعاع إجمالي المخرجات, شعاع الطلب الوسيط و شعاع الاستخدام الوسيط لمنتجات كل قطاع في سنة الهدف:

$$X(1) = \begin{bmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \\ x_3(1) \end{bmatrix}, \quad V_j(1) = \begin{bmatrix} v_1(1) \\ v_2(1) \\ v_3(1) \end{bmatrix}, \quad U_i(1) = \begin{bmatrix} u_1(1) \\ u(1) \\ u_3(1) \end{bmatrix}$$

يتم تحديث جدول المدخلات و المخرجات وفقا للخطوات التالية :

5-3-1- تقدير مصفوفة التبادل الوسيط لسنة الهدف Z(1): تتضمن هذه المرحلة الخطوات التالية

أ- نحسب مصفوفة التبادل الوسيط Z(0) التي تمثل تقديرا لمصفوفة التبادل الوسيط لسنة الهدف Z(1) عند دورة التحديث الابتدائية k = 0 وفقا للعلاقة التالية:

$$Z^{(0)} = A(0) * \hat{X}(1)$$

حيث: $\hat{X}$ (1) مصفوفة قطرية عناصر قطرها الرئيسي تمثل إجمالي إنتاج كل قطاع

$$Z^{(0)} = \begin{pmatrix} a_{11}(0) & a_{12}(0) & a_{13}(0) \\ a_{21}(0) & a_{22}(0) & a_{23}(0) \\ a_{31}(0) & a_{32}(0) & a_{33}(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(1) & 0 & 0 \\ 0 & x_2(1) & 0 \\ 0 & 0 & x_3(1) \end{pmatrix}$$

ب- نحسب مجموع أسطر و مجموع أعمدة المصفوفة Z^0 أي :

- شعاع عمود الطلب الوسيط u^0 الذي يمثل تقديرا لشعاع الطلب الوسيط لسنة الهدف U(1) عند دورة التحديث k = 0 وفقا للعلاقة التالية:

$$u^0 = Z^0 * i$$

حيث: i شعاع عمود جميع عناصره تساوي الواحد

- شعاع سطر المدخلات الوسيطية v^0 الذي يمثل تقديرا لشعاع المدخلات الوسيطية لسنة الهدف V(1) عند دورة التحديث k = 0 وفقا للعلاقة التالية:

$$v^0 = ì * Z^0$$

حيث: الشعاع ì شعاع هو منقول الشعاع i

ج- نقارن الشعاع u(1) مع الشعاع u^0 و نقارن الشعاع v (1) مع الشعاع v^0، و هنا نواجه حالتين:

- إذا كان $u(1) = u^0$ و $v(1) = v^0$ فإن ذلك يعني أن مجاميع الأسطر صحيحة و مجاميع الأعمدة صحيحة و تكون المصفوفة Z^0 هي نفسها مصفوفة التبادل الوسيط في سنة الهدف Z(1).

- إذا كان $u(1) \neq u^0$ و/أو $v(1) \neq v^0$ ننتقل إلى المرحلة الموالية.

5-3-2- التعديل النسبي للأسطر: تمثل هذه المرحلة دورة التحديث الثانية k = 1 حيث نعيد تقدير مصفوفة التبادل الوسيط لسنة الهدف Z(1) بتعديل أسطر مصفوفة المعاملات الفنية وفقا للخطوات التالية:

أ- نحسب الشعاع $r^1 = [r_1^1\ r_2^1 \dots r_n^1]$ الذي تمثل عناصره نسبة الطلب الوسيط لكل قطاع في سنة الهدف إلى الطلب الوسيط المقدر في المرحلة السابقة للقطاع نفسه وفقا للعلاقة التالية:

$$r_i^1 = \frac{u_i(1)}{u_i^0}$$

ثم نجد مصفوفة التعديل النسبي للأسطر و هي المصفوفة القطرية $\hat{r}^1$ التي يتكون قطرها الرئيسي من عناصر الشعاع r^1 على الشكل التالي:

$$\hat{r}^1 = \begin{pmatrix} r_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & r_3^1 \end{pmatrix}$$

تقيس هذه المصفوفة تأثير إحلال منتج معين بمنتج آخر كمدخلات وسيطية في عملية الإنتاج على المعاملات الفنية في سنة الأساس.

ب- نحسب مصفوفة المعاملات الفنية الجديدة A(1) وفقا للعلاقة التالية:

$$A(1) = r^1 * A(0)$$

ج- نحسب مصفوفة التبادل الوسيط Z(1):

$$Z^{(1)} = A(1) * X(1)$$

د- نحسب مجموع أسطر و مجموع أعمدة المصفوفة $Z^{(1)}$ أي :

- شعاع عمود الطلب الوسيط u^1 الذي يمثل تقديرا لشعاع الطلب الوسيط لسنة الهدف U(1) عند دورة التحديث k = 1 وفقا للعلاقة التالية :

$$u^1 = Z^1 * i$$

- شعاع سطر المدخلات الوسيطية v^1 الذي يمثل تقديرا لشعاع المدخلات الوسيطية لسنة الهدف V(1) عند دورة التحديث k = 1 وفقا للعلاقة التالية

$$v^1 = i * Z^1$$

و- نقارن الشعاع u(1) مع الشعاع u^1 و نقارن الشعاع v (1) مع الشعاع v^1، و هنا نواجه حالتين:

- إذا كان $u(1) = u^1$ و $v(1) = v^1$ فإن ذلك يعني أن مجاميع الأسطر صحيحة و مجاميع الأعمدة صحيحة و تكون المصفوفة Z^1 هي نفسها مصفوفة التبادل الوسيط في سنة الهدف Z(1).

- إذا كان $u(1) \neq u^0$ و/أو $v(1) \neq v^0$ ننتقل إلى المرحلة الموالية.

5-3-3- التعديل النسبي للأعمدة: تمثل هذه المرحلة دورة التحديث الثالثة k = 2 حيث نعيد تقدير مصفوفة التبادل الوسيط لسنة الهدف Z(1) بتعديل أعمدة مصفوفة المعاملات الفنية وفقا للخطوات التالية:

أ- نحسب الشعاع $S^1 = [S_1^1\ S_2^1 \dots S_n^1]$ الذي تمثل عناصره نسبة المدخلات الوسيطية لكل قطاع في سنة الهدف إلى المدخلات الوسيطية المقدرة في المرحلة السابقة للقطاع نفسه وفقا للعلاقة التالية:

$$S_j^1 = \frac{v_j(1)}{v_j^1}$$

ثم نجد مصفوفة التعديل النسبي للأعمدة و هي المصفوفة القطرية $\hat{S}^1$ التي يتكون قطرها الرئيسي من عناصر الشعاع S^1 على الشكل التالي:

$$\hat{S}^1 = \begin{pmatrix} S_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & S_3^1 \end{pmatrix}$$

تقيس هذه المصفوفة أثر الكفاءة التكنولوجية للعملية الإنتاجية على المعاملات الفنية في سنة الأساس, أي أثر التغير النسبي للمدخلات الوسيطة إلى المدخلات الأولية في إنتاج قطاع معين.

ب- نحسب مصفوفة المعاملات الفنية الجديدة A(2) وفقا للعلاقة التالية:

$$A(2) = A(1) * S^1 = r^1 * A(0) * S^1$$

ج- نحسب مصفوفة التبادل الوسيط Z(1):

$$Z(2) = A(2) * X(1)$$

د- نحسب مجموع أسطر و مجموع أعمدة المصفوفة Z^1 أي :

- شعاع عمود الطلب الوسيط u^2 وفقا للعلاقة التالية :

$$u^2 = Z^2 * i$$

- شعاع سطر المدخلات الوسيطية v^2 وفقا للعلاقة التالية

$$v^2 = i * Z^2$$

- نكرر الخطوات السابقة للتعديل النسبي للأسطر و الأعمدة حتى نصل عند دورة التعديل k إلى $u^k = u(1)$ أي عندما يكون شعاع الطلب الوسيط في سنة الهدف مساويا لشعاع الطلب الوسيط المقدر في المرحلة k و $v^k = v(1)$ أي عندما يكون شعاع المدخلات الوسيطية في سنة الهدف مساويا لشعاع المدخلات الوسيطية المقدر في المرحلة k و بعبارة أخرى عندما يكون $r^k = i$ و $S^k = i$ أي عندما يكون شعاعا التعديل النسبي للأسطر و الأعمدة عند دورة التعديل k مساويين لشعاع الوحدة.

نشير إلى أن عدد دورات التحديث المطلوبة *k* يعتمد على تقارب كل من شعاع الطلب الوسيط في سنة الهدف و شعاع الطلب الوسيط المقدر في المرحلة k وكذلك شعاع المدخلات الوسيطية في سنة الهدف و شعاع المدخلات الوسيطية المقدر في المرحلة k بحيث لا يزيد الفرق بينهما على التوالي بالقيمة المطلقة عن عدد موجب صغير ε أي:

$$|u(1) - uk| \leq \varepsilon \quad \text{و} \quad |v(1) - vk| \leq \varepsilon$$

بعد تحديث مصفوفة المعاملات الفنية يمكن إعادة تشكيل جدول المدخلات و المخرجات لسنة الهدف إذا علمت قيم الاستهلاك النهائي و القيمة المضافة لكل قطاع, و في حالة عدم توفرها يمكن تقديرها على التوالي كما يلي:

$$Y(1) = X(1) - u(1)$$

حيث:

Y(1): شعاع الطلب النهائي

X(1): شعاع إجمالي المخرجات

u(1): شعاع الطلب الوسيط

$$V(1) = X(1) - v(1)$$

حيث:

V(1): شعاع القيمة المضافة

X(1): شعاع إجمالي المخرجات

u(1): شعاع المدخلات الوسيطية

6- اختبار جودة تقدير المعاملات الفنية: تعتبر RAS طريقة تقاربية لتقدير المعاملات الفنية بجعل فروقات التقدير أدنى ما يمكن، و لتحقق من ذلك هناك عدة معايير لقياس هذه الفروق، منها ما يلي:

6-1- مصفوفة الخطأ: تعبر هذه المصفوفة عن انحراف قيم مصفوفة المعاملات الفنية لسنة الهدف عن قيم مصفوفة المعاملات المقدرة لها وفقا للعلاقة التالية:

$$E(A) = \tilde{A}(1) - A(1)$$

نشير إلى أن مجموع أعمدة مصفوفة الخطأ E(A) يساوي الصفر و هذا يعني أن مجموع أعمدة المصفوفتين A(1) و $\tilde{A}(1)$ متساويين.

6-2- مصفوفة الخطأ النسبي: تمثل هذه المصفوفة بديلا للتعبير عن الخطأ لكل معامل, و ذلك بتحويل القيم المطلقة لمصفوفة الخطأ إلى نسب مئوية لتعبر عن الإنحرافات النسبية للمعاملات المقدرة عن قيمها الحقيقية, و تحسب مصفوفة الخطأ النسبي وفقا للعلاقةالتالية:

$$P(A) = [P(a)_{ij}] = \frac{[|\tilde{a}_{ij} - a_{ij}(1)|]}{a_{ij}(1)} * 100 = \frac{[|e(a)_{ij}|]}{a_{ij}(1)} * 100$$

6-3- الإنحراف المطلق المتوسط: و هو مقياس للاختلاف بين مصفوفتين و هو عبارة عن المتوسط الحسابي للقيم المطلقة لعناصر مصفوفة الخطأ, و يمثل متوسط انحراف المعاملات المقدرة عن قيمتها الحقيقية وفقا للعلاقة التالية:

$$MAD = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |e(a)_{ij}|$$

6-3- متوسط الخطأ النسبي المطلق: و هو أيضا مقياس للاختلاف بين مصفوفتين و هو عبارة عن المتوسط الحسابي لعناصر مصفوفة الخطأ النسبي, و يمثل الانحراف النسبي المتوسط للمعاملات المقدرة عن قيمتها الحقيقية وفقا للعلاقة التالية:

$$MAPE = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P(a)_{ij}$$

7- **مثال:** لتكن لدينا المعطيات التالية المستخرجة من جدول المدخلات و المخرجات لاقتصاد مكون من ثلاث قطاعات:

- مصفوفة المعاملات الفنية لسنة الأساس t = 0

$$A(0) = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.2 & 0.05 & 0.4 \\ 0.3 & 0.25 & 0.05 \end{pmatrix}$$

- وبافتراض أن لدينا في السنة t = 1 شعاع إجمالي المخرجات و شعاع الطلب الوسيط و شعاع المدخلات الوسيطية على التوالي كما يلي:

$$X(1) = \begin{bmatrix} 1200 \\ 2500 \\ 1400 \end{bmatrix} \quad u(1) = \begin{bmatrix} 780 \\ 810 \\ 1050 \end{bmatrix} \quad v(1) = \begin{bmatrix} 740 \\ 1270 \\ 630 \end{bmatrix}$$

- جد تقديرا لمصفوفة المعاملات الفنية t = 1 باستخدام طريقة RAS بوضع ε = 0.005 ثم تحقق من دقة التقدير.

- **الحل:** يتم تحديث مصفوفة المعاملات الفنية وفقا للخطوات التالية:

- الخطوة الأولى I(0):

- تقدير مصفوفة التبادل الوسيط Z^0: $Z^0 = A(0) * \hat{}(1)$

$$Z^0 = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.2 & 0.05 & 0.4 \\ 0.3 & 0.25 & 0.05 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 2500 & 0 \\ 0 & 0 & 2400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 & 625 & 70 \\ 240 & 125 & 560 \\ 360 & 625 & 70 \end{pmatrix}$$

- نحسب شعاع الطلب الوسيط u^0 (مجموع أسطر مصفوفة التبادل الوسيط $Z^{(0)}$) و شعاع المدخلات الوسيطية v^0 (مجموع أعمدة مصفوفة التبادل الوسيط $Z^{(0)}$) و نقارنهما بالشعاعين u(1) و v(1) على التوالي:

$$u^0 = Z^0 * i = \begin{bmatrix} 875 \\ 925 \\ 1055 \end{bmatrix}$$

$$v^0 = i * Z^0 = [780 \quad 1375 \quad 700]$$

بمقارنة الشعاعين u(1) و u^0 و الشعاعين v (1) و v^0، نجد أن $u^0 \neq u(1)$ و $v^0 \neq v(1)$

- الخطوة الثانية I(1):

- نحسب شعاع تعديل الأسطر ^{1} , حيث: $r_i^1 = \frac{u_i(1)}{u_i^0}$

$$r_1^1 = \frac{780}{875} = 0.8914$$

$$r_2^1 = \frac{810}{925} = 0.8757$$

$$r_2^1 = \frac{1050}{1055} = 0.9953$$

و يكون الشعاع r^1 على الشكل: [0.9953 0.8757 0.8914]

و تكون المصفوفة القطرية $\hat{r}^1$ على الشكل:

$$\begin{pmatrix} 0.8914 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8757 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9953 \end{pmatrix}$$

- نحسب مصفوفة المعاملات الفنية A(1) باستخدام مصفوفة التعديل النسبي للأسطر: $A(1) = r^1 * A(0)$

$$A(1) = \begin{pmatrix} 0.8914 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8757 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9953 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.15 & 0.25 & 0.05 \\ 0.2 & 0.05 & 0.4 \\ 0.3 & 0.25 & 0.05 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1337 & 0.2229 & 0.0446 \\ 0.1751 & 0.0438 & 0.3503 \\ 0.2986 & 0.2488 & 0.0498 \end{pmatrix}$$

- تقدير مصفوفة التبادل الوسيط Z^1 : $A(1) * \hat{X}(1)$

$$Z^1 = \begin{pmatrix} 0.1337 & 0.2229 & 0.0446 \\ 0.1751 & 0.0438 & 0.3503 \\ 0.2986 & 0.2488 & 0.0498 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 2500 & 0 \\ 0 & 0 & 2400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 160.4571 & 557.1429 & 62.4 \\ 210.1622 & 109.4595 & 490.3784 \\ 358.2938 & 622.0379 & 69.6682 \end{pmatrix}$$

- نحسب شعاع الطلب الوسيط u^1 و شعاع المدخلات الوسيطية v^1 و نقارنهما بالشعاعين u(1) و v(1) على التوالي:

$$u^1 = Z^1 * i = \begin{bmatrix} 780 \\ 810 \\ 1050 \end{bmatrix}$$

$$v^1 = i^{\prime} * Z^1 = [728.9131 \quad 1288.6402 \quad 622.4466]$$

بمقارنة الشعاعين u(1) و u^1 و الشعاعين v (1) و v^1، نجد أن$u^1 = u(1)$ و $v^1 \neq v(1)$

- الخطوة الثالثة I(2):

- نحسب شعاع تعديل الأعمدة ^{1} , حيث: $S_j^1 = \frac{v_j(1)}{v_j^1}$

$$S_1^1 = \frac{740}{728.9131} = 1.0152$$

$$S_2^1 = \frac{1270}{1288.6402} = 0.9855$$

$$S_2^1 = \frac{630}{622.4466} = 1.0121$$

و يكون الشعاع s^1 على الشكل: [1.0121 0.9855 1.0152]

و تكون المصفوفة القطرية$\hat{s}^1$ على الشكل:

$$\begin{pmatrix} 1.0152 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9855 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0121 \end{pmatrix}$$

- نحسب مصفوفة المعاملات الفنية A(2) باستخدام مصفوفة التعديل النسبي للأعمدة: $A(2) = r^1\ A(0)\ \hat{s}^1$

$$A(2) = \begin{pmatrix} 0.1337 & 0.2229 & 0.0446 \\ 0.1751 & 0.0438 & 0.3503 \\ 0.2986 & 0.2488 & 0.0498 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.0152 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9855 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0121 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.1357 & 0.2196 & 0.0451 \\ 0.1778 & 0.0432 & 0.3545 \\ 0.3031 & 0.2452 & 0.0504 \end{pmatrix}$$

- تقدير مصفوفة التبادل الوسيط $Z^1 : A(2) * \hat{X}(1)$

$$Z^2 = \begin{pmatrix} 0.1357 & 0.2196 & 0.0451 \\ 0.1778 & 0.0432 & 0.3545 \\ 0.3031 & 0.2452 & 0.0504 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1200 & 0 & 0 \\ 0 & 2500 & 0 \\ 0 & 0 & 2400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 162.8977 & 549.0838 & 63.1572 \\ 213.3588 & 107.8761 & 496.3291 \\ 363.7435 & 613.0401 & 70.5137 \end{pmatrix}$$

- نحسب شعاع الطلب الوسيط u^2 و شعاع المدخلات الوسيطية v^2 و نقارنهما بالشعاعين u(1) و v(1) على التوالي:

$$u^2 = Z^2 * i = \begin{bmatrix} 775.1387 \\ 817.564 \\ 1047.2973 \end{bmatrix}$$

$$v^2 = i * Z^2 = [740 \quad 1270 \quad 630]$$

بمقارنة الشعاعين u(1) و u^2 و الشعاعين v (1) و v^2، نجد أن$u^2 \neq u(1)$ و $v^2 = v(1)$

- الخطوة الرابعة I(3):

- نحسب شعاع تعديل الأسطر r_i^2 , حيث: $r_i^2 = \frac{u_i(1)}{u_i^2}$

$$r_1^2 = \frac{780}{775.1387} = 1.0063$$

$$r_2^2 = \frac{810}{817.564} = 0.9907$$

$$r_3^2 = \frac{1050}{1047.2973} = 1.0026$$

و يكون الشعاع r^2 على الشكل: [1.0026 0.9907 1.0063]

و تكون المصفوفة القطرية$\hat{r}^2$ على الشكل:

$$\begin{pmatrix} 1.0063 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9907 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0026 \end{pmatrix}$$

- نحسب مصفوفة المعاملات الفنية A(3) باستخدام مصفوفة التعديل النسبي للأسطر: $A(3) = r^2 * A(2)$

$$A(3) = \begin{pmatrix} 1.0063 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9907 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0026 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1337 & 0.2229 & 0.0446 \\ 0.1751 & 0.0438 & 0.3503 \\ 0.2986 & 0.2488 & 0.0498 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.1366 & 0.221 & 0.0454 \\ 0.1762 & 0.0428 & 0.3512 \\ 0.3039 & 0.2458 & 0.0505 \end{pmatrix}$$

- تقدير مصفوفة التبادل الوسيط $Z^3 : A(3) * \hat{X}(1)$

$$Z^3=\begin{pmatrix}0.1366 & 0.221 & 0.0454\\ 0.1762 & 0.0428 & 0.3512\\ 0.3039 & 0.2458 & 0.0505\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1200 & 0 & 0\\ 0 & 2500 & 0\\ 0 & 0 & 2400\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}163.9193 & 552.5274 & 63.5533\\ 211.3848 & 1068781 & 491.7371\\ 364.6822 & 614.6221 & 70.6956\end{pmatrix}$$

- نحسب شعاع الطلب الوسيط U^3 و شعاع المدخلات الوسيطية V^3 و نقارنهما بالشعاعين u(1) و v(1) على التوالي:

$$u^3 = Z^1 * i = \begin{bmatrix}780\\ 810\\ 1050\end{bmatrix}$$

$$v^3 = i * Z^1 = [739.9863 \quad 1274.0276 \quad 625.9861]$$

بمقارنة الشعاعين u(1) و U^3 و الشعاعين v (1) و v^3، نجد أن $u^1 = u(1)$ و $v^1 \neq v(1)$

- نستمر في تحديث مصفوفة التبادل الوسيط Z حتى نحصل على الشعاعين r و S مساويين لشعاع الوحدة مع الأخذ بعين الاعتبار $\varepsilon = 0.005$