المحور الثالث: اختبار الفروض

تمهيد:

اختبار الفرضيات هو أسلوب أو طريقة لاتخاذ قرار حول معلومة أو أكثر للمجتمع باستخدام معلومات العينة المسحوبة من هذا المجمع، لذا يرتبط اختبار الفرضيات بمفهوم الإحصاء الاستدلالي والذي يبدأ بتقدير معالم المجتمع من العينة المسحوبة منه، ثم اختبار ما إذا كانت هذه المعالم المقدرة مطابقة إلى معالم المجتمع ، مثل الاختبار حول المتوسط أو التباين أو غيرها من الاختبارات والتي يكون صحة تقديرها يحتاج إلى اختبار لاتخاذ قرار حولها، ولغرض فهم موضوع اختبار الفرضيات لا بد من التعرف على المفاهيم التالية:

1- مفاهيم حول اختبار الفروض:

1-1- فرضية العدم والفرضية البديلة:

وهما فرضيتان يتم إجراء البحث على أساسهما وهما:

أ- الفرضية الصفرية (فرضية العدم): وتسمى أيضا الفرضية المحايدة ونرمز لها ب (H_0) وهي الفرضية التي تقوم على افتراض يجرى عليه الاختبار لرفضه أو قبوله. مثلا يمكن أن تكون الدراسة قائمة على أساس دراسة تأثير مجموعة متغيرات مستقلة على متغير تابع. فإن الصيغة العامة للفرضية الصفرية [1] هو: $\boldsymbol{H_0}$: لا يوجد تأثير للمتغير المستقل على المتغير التابع

ويجرى الاختبار للتأكد من هذه المعلومة أو رفضها. وذلك بعد اختيار عينة عشوائية من المجتمع الذي تتوفر فيه خصائص البحث، ويتم استخدام المعلومات المتوفرة فيها لحساب احصاءة تساعد في اتخاذ القرار بقبول (H_0) أو رفضها تسمى احصاءة الاختبار (test statistic). وأن مجموعة جميع قيم احصاءة الاختبار التي تؤدي إلى رفض(H_0) تسمى بمنطقة الرفض (rejection region) أو المنطقة الحرجة (critical region)، وأن مجموعة جميع قيم احصاءة الاختبار التي تؤدي إلى قبول(H_0) تسمى بمنطقة القبول (acceptance region).[2]

[1]- ثائر فيصل شاهر، اختبار الفرضيات الإحصائية، دار حامد للنشر والتوزيع، عمان ، 2013، ص 67
[2]- علي عبد السلام العماري، علي حسين العجلي، مرجع سبق ذكره، ص505

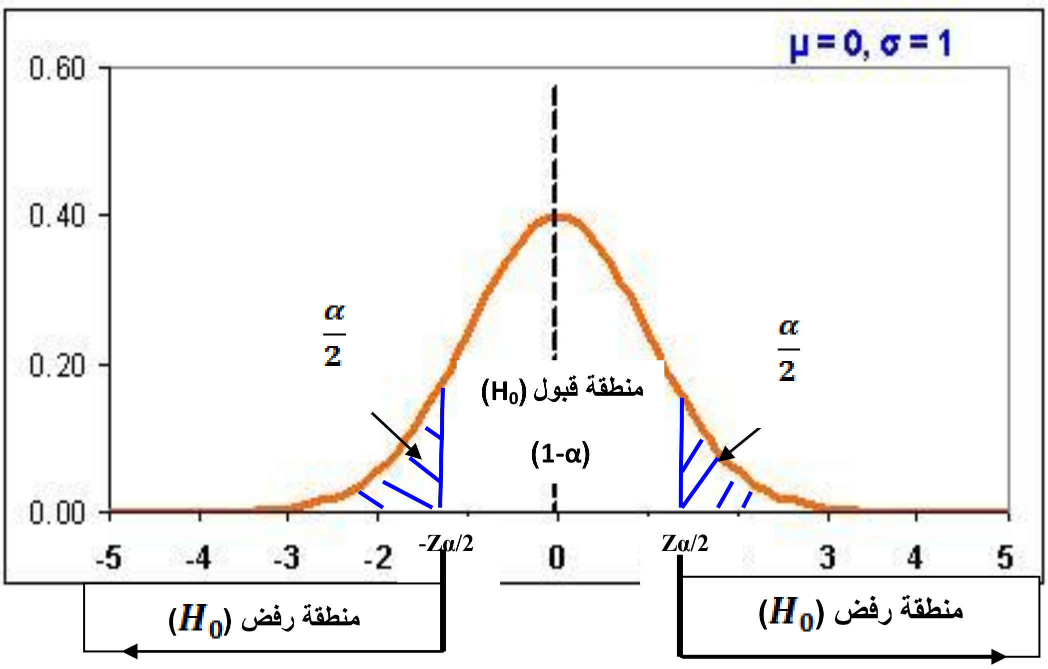
ب– الفرضية البديلة: وهي الفرضية الملازمة أو المكملة للفرضية الصفرية ويرمز لها بالرمز(H_1) وتصاغ بشكل مكمل للفرضية الصفرية، وهناك ثلاثة حالات فإذا درسنا هل يوجد اختلافات معنوية عن هذا المتوسط فإن الفرضية البديلة تصبح ثنائية الاتجاه ويسمى اختبارا من الجانبين، وإذا ما إذا كان الاختبار أحادي الاتجاه سيكون إما من اليمين أي متوسط العينة يزيد عن المتوسط الفرضي، أو من اليسار أي متوسط العينة يقل عن المتوسط الفرضي.[3]

ويتم تحديد مناطق رفض فرضيات العدم (H_0)، وفقا لنوع الفرضية البديلة (H_1)، وعلى النحو الأتي:[4]

❖ **الحالة الأولى: الفرضية البديلة ثنائية الاتجاه (اختبار من الجانبين)**

$H_0 = U_0 = U_{\overline{X}}$

$H_1 = U_0 \neq U_{\overline{X}}$



$U_{\overline{X}}$: متوسط العينة

U_0 : قيمة مفترضة غير مساوية للصفر، تحدد وفقا للخبرة السابقة للباحث

---

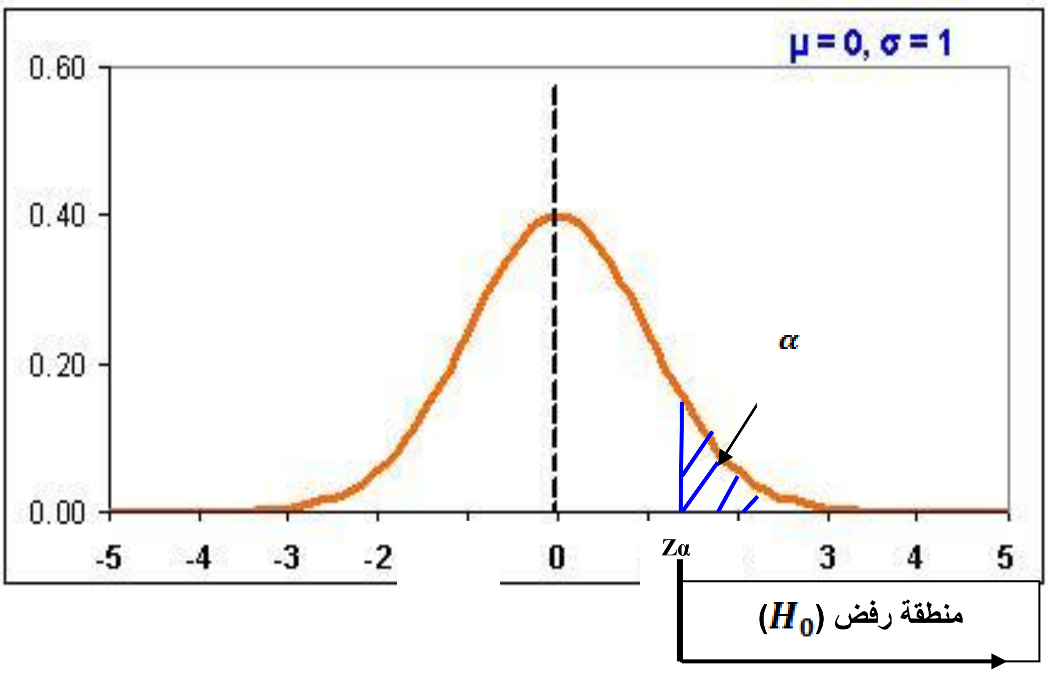
[3]- ثائر فيصل شاهر، اختبار الفرضيات الإحصائية، دار حامد للنشر والتوزيع، عمان ، 2013، ص 68

[4]- حسن ياسين طعمة، إيمان حسين حنوش، مرجع سبق ذكره، ص ص 285،286

❖ الحالة الثانية: الفرضية البديلة أحادية الاتجاه من اليمين

$H_0 = U_{\bar{X}} = U_0$

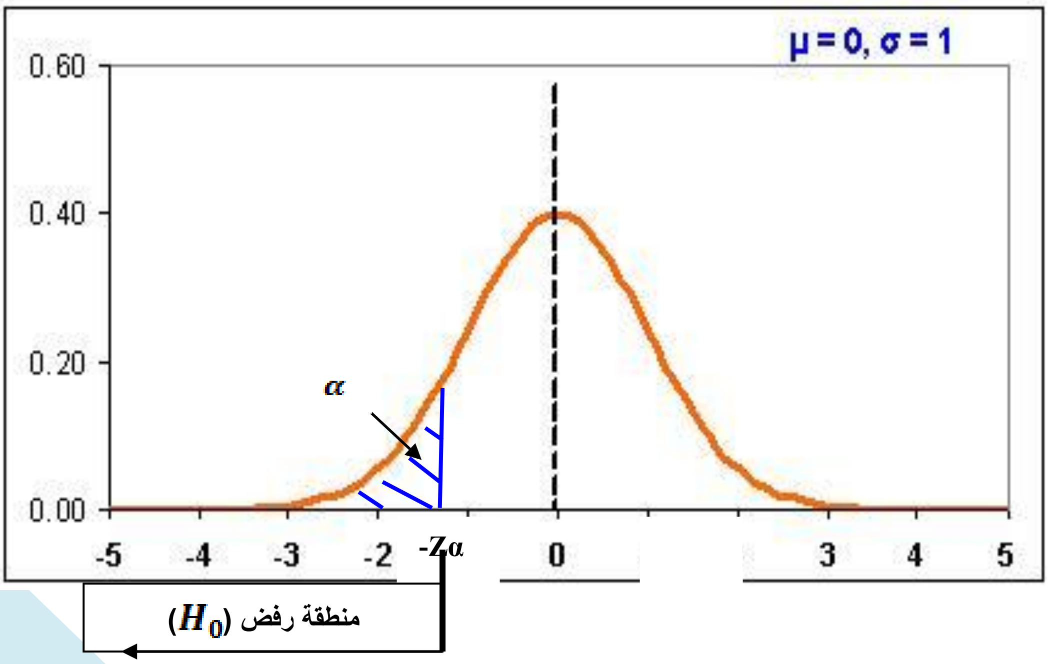
$H_1 = U_{\bar{X}} > U_0$



❖ الحالة الثالثة: الفرضية البديلة أحادية الاتجاه من اليسار

$H_0 = U_{\bar{X}} = U_0$

$H_1 = U_{\bar{X}} < U_0$



1-2- الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني:

وهي أخطاء قد يقع فيها الباحث أثناء إجراء الاختبار إذا اعتمد على معالم أو معلومات مستنبطة من عينة كانت قياساتها غير صحيحة. ولذا فإن اتخاذ القرار يقع في نوعين من الأخطاء وهما:[5]

أ- **الخطأ من النوع الأول:** ومفاده أننا نرفض فرضية العدم (H_0) عندما تكون صحيحة.

ب- **الخطأ من النوع الثاني:** ومفاده أننا نقبل فرضية العدم (H_0) عندما تكون غير صحيحة ويرمز له بالرمز B.

ويمكن إيجاز هاتين الخطأين في الجدول التالي:

القرار / الفرضية (H_0)	رفض (H_0)	قبول (H_0)
صحيحة	قرار خاطئ خطأ من النوع الأول	قرار صحيح
غير صحيحة	قرار صحيح	قرار خاطئ الخطأ من النوع الثاني

و يهمنا كإحصائيين، التعرف على هذه الأخطاء و إلى الطرائق التي يمكن استعمالها للتقليل منها.

1-3- مستوى المعنوية (الدلالة):

وهي احتمال رفض (H_0) عندما يكون الخطأ من النوع الأول ويرمز له عادة بالرمز (α) ويعرفه آخرون بأنه الحد المسموح به للخطأ من النوع الأول وعادة فإن مكملة هذا الاحتمال هو مستوى الثقة بالقرار المتخذ في ظل الاختبار، فإذا كان مستوى المعنوية ($\alpha = 0.05$) فإن الثقة باتخاذ القرار ($1-\alpha=0.95$) وتحدد قيمة (α) مسبقا وجرت العادة أن تكون قيمتها في معظم الاختبارات هي (0.05) و(0.01) وكلما قلت قيمة (α) يقل احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول وازدادت الثقة باتخاذ القرار.

وتجدر الإشارة إلى أن قيمة (α) يتأثر بنوع الاختبار، فإذا كان الاختبار من جانبين فإن قيمة (α) تقسم على 2 وتصبح $(\alpha/2)$ لكل جانب من الجوانب. أما إذا كان الاختبار من جانب واحد فإن قيمة (α)

[5]- ثائر فيصل شاهر، مرجع سبق ذكره، ص ص 70-71.

تبقى كما هي، وهذا يؤثر في القيمة الجدولية المستخرجة للمقارنة مع القيمة المحسوبة والتي تسمى احصاءة الاختبار.

4-1− مراحل اختبار الفرضيات في حالة مجتمع واحد:

- **المرحلة الأولى: صياغة الفرضيات**

يتم فيها تحديد نوع الفرضية (ثنائية الاتجاه، أحادية الاتجاه من اليمين، أحادية الاتجاه من اليسار)

- **المرحلة الثانية: قاعدة القرار**

هي مقارنة القيمة الحسابية المعيارية Z_{cal} (توزيع طبيعي) أو t_{cal} (توزيع ستيودنت) مع القيمة الجدولية Z_{tab} أو t_{tab}.

- **المرحلة الثالثة: حساب القيمة المعيارية**

في حالة توزيع طبيعي $Z_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}}$

في حالة توزيع ستيودنت $t_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}}$

$\boldsymbol{\delta_{\overline{X}}}$: حساب الانحراف المعياري في حالة استخدام معامل التصحيح أو لا، أوفي حالة معلومية أو عدم معلومية تباين المجتمع (تعرضنا له في نظرية المعاينة ونظرية التقدير).

- **المرحلة الرابعة: إيجاد القيمة الجدولية**

في حالة التوزيع الطبيعي:

$$Z_{tab} = Z_c = Z_{1-\frac{\propto}{2}}$$

في حالة توزيع ستيودنت:

$$T_{tab} = T_{(V.\propto)}$$

$$V = n - k$$

- **المرحلة الخامسة اتخاذ القرار:** يتم من خلال النتائج المتوصل إليها وعلى قاعدة القرار

اختبار الفروض

2- اختبار الفروض حول المتوسط في مجتمع واحد:

في هذا الجدول تم تلخيص الحالات الثلاثة لاختبار الفروض التي أشرنا لها سابقا، والتي قد تكون من جانبين أو من جانب واحد وذلك حسب الفرضية البديلة (H_1)، وعليه سيكون فرق بين منطقتي الرفض، بالإضافة إلى أن هذا الاختبار مرتبط بفترات الثقة حول المتوسط (95%, 99%, 90%)، ومرتبط أيضا بحجم المجتمع كبير أو صغير وبمعلومية التباين أو لا ، اللذان يتيحان لنا إما استخدام التوزيع الطبيعي أو توزيع ستيودنت)

الجدول رقم(2): اختبار الفرضيات حول متوسط في حالتي التوزيع الطبيعي أو توزيع ستيودنت

الفرضية ثنائية الاتجاه	الفرضية الأحادية من اليمين	الفرضية الأحادية من اليسار
1) صياغة الفرضية $H_0 = U_0 = U_{\bar{X}}$ $H_1 = U_0 \neq U_{\bar{X}}$ H_0: لا يوجد اختلاف بين متوسط العينة والمتوسط الفرضي H_1: يوجد اختلاف بين العينة والمتوسط الفرضي **2) قاعدة القرار : توزيع طبيعي** $R\,H_0: \lvert Z_{cal}\rvert > Z_{tab}$ نرفض $A\,H_0: \lvert Z_{cal}\rvert < Z_{tab}$ نقبل $R\,H_0: Z_{cal} \in]-\infty, -Z_{tab}] \cup [+Z_{tab}, +\infty[$ $A\,H_0: Z_{cal} \in [-Z_{tab}; +Z_{tab}]$ **2) قاعدة القرار : توزيع ستيودنت** $R\,H_0: \lvert Z_{cal}\rvert > Z_{tab}$ نرفض $A\,H_0: \lvert Z_{cal}\rvert < Z_{tab}$ نقبل	**1) صياغة الفرضية** $H_0 = U_{\bar{X}} = U_0$ $H_1 = U_{\bar{X}} > U_0$ H_0: لا يوجد اختلاف بين متوسط العينة والمتوسط الفرضي H_1: يوجد اختلاف في أن متوسطة العينة أكثر المتوسط الفرض **2- قاعدة القرار : ت. طبيعي** $R\,H_0 = Z_{cal} \geq Z_{tab}$ $A\,H_0 = Z_{cal} < Z_{tab}$ **2- قاعدة القرار : ت. ستيودنت** $R\,H_0 = Z_{cal} \geq Z_{tab}$	**1) صياغة الفرضية:** $H_0 = U_{\bar{X}} = U_0$ $H_1 = U_{\bar{X}} < U_0$ H_0: لا يوجد اختلاف بين متوسط العينة والمتوسط الفرضي H_1: يوجد اختلاف في متوسط العينة أقل من المتوسط الفرضي **2- قاعدة القرار : ت. طبيعي** $R\,H_0 = Z_{cal} \leq -Z_{tab}$ $A\,H_0 = Z_{cal} > Z_{tab}$ **2- قاعدة القرار : ت. ستيودنت** $R\,H_0 = Z_{cal} \geq Z_{tab}$ $A\,H_0 = Z_{cal} < Z_{tab}$

	$A\ H_0 = Z_{cal} < Z_{tab}$	

القرار: يعتمد على نتائج العينة والتي تسمح لنا بقبول (H_0) فرضية العدم ونقول أن ليس هناك فروق جوهرية أو نقبل الفرضية البديلة (H_1) القائلة أن هناك فروق جوهرية عند مستوى معنوية α%

مثال 1: نريد اختبار فرضية حول متوسط دخل الطالب خلال سنة أولى من تخرجه ولتكن قيمة افتراضية 15000دج كمتوسط للدخل الشهري لإثبات أو نفي هذه الفرضية أخذنا عينة من 100 متخرج كان متوسط الدخل الشهري لهم هو 15800 بانحراف معياري 1500 . اختبر الفرضية الثنائية عند درجة ثقة 95%؟

الحل:

$$n = 100 \qquad U_{\overline{X}} = 15800 \qquad U_0 = 15000 \qquad c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

1) صياغة الفرضية (فرضية ثنائية الاتجاه):

$$H_0 = U_0 = U_{\overline{X}}$$

$$H_1 = U_0 \neq U_{\overline{X}}$$

2) قاعدة القرار: حجم العينة أكبر من 30 ومنه نتبع التوزيع الطبيعي

$$R\ H_0 : |Z_{cal}| \geq Z_{tab}$$

$$A\ H_0 : |Z_{cal}| < Z_{tab}$$

3) حساب القيمة المعيارية :

$$Z_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{15800 - 15000}{1500 / \sqrt{100}} = 5{,}33$$

4) حساب القيمة الجدولية: من جداول التوزيع الطبيعي نجد:

$$Z_{tab} = Z_{1-\frac{0{,}05}{2}} = 1{,}96$$

5) اتخاذ القرار:

بما أن $Z_{cal} > Z_{tab}$ وهي $(5,33 > 1,96)$ فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1 القائل بأنه يوجد اختلاف متوسط أجر الطلبة عند تخرجهم وما هو مدعى به.

مثال 2: يعرف مركز تجنيد في الجيش من الخبرة الماضية أن وزن المجندين يتبع توزيع طبيعي بمتوسط 80 كلغ ، يريد مركز التجنيد أن يختبر عند مستوى المعنوية 1% ما إذا كان متوسط وزن مجندي هذا العام أكبر من 80 كلغ بلنحراف معياري 10 كلغ، ولعمل هذا الاختبار أخذت عينة عشوائية مكونة من 25 مجندا حيث وجد أن متوسط الوزن لهذه العينة 85 كلغ. كيف يمكن إجراء هذا الاختبار؟

الحل:

$$n = 25 \qquad \mathrm{U}_{\overline{X}} = 85 \qquad \mathrm{U}_0 = 80 \qquad S = 10 \qquad c = 99\% \to \alpha = 1\%$$

حسب نظرية التقدير بما أن $n < 30$ ، المجتمع موزعا طبيعيا و δ_X مجهول عوض بـS ، فإن التوزيع يتبع توزيع ستيودنت .

1) **صياغة الفرضية: أحادية من اليمين**

$$H_0 = \mathrm{U}_{\overline{X}} = \mathrm{U}_0$$

$$H_1 = \mathrm{U}_{\overline{X}} > \mathrm{U}_0$$

2) **قاعدة القرار : (توزيع ستيودنت)**

$$R\,H_0 = T_{cal} > T_{tab}$$

$$A\,H_0 = T_{cal} < T_{tab}$$

3) **حساب القيمة المعيارية :**

$$T_{cal} = \frac{\mathrm{U}_{\overline{X}} - \mathrm{U}_0}{\delta_{\overline{X}}} \qquad / \qquad \delta_{X_i} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$T_{cal} = \frac{85 - 80}{10/\sqrt{25}} = 2,5$$

4) حساب القيمة الجدولية:

من جداول توزيع ستيودنت

$$T_{tab} = T_{99\%} = 2{,}792$$

5) اتخاذ القرار :

بما أن $T_{cal} < T_{tab}$ نقبل H_0 ونرفض H_1 أي نقبل الفرضية القائلة بأنه لا يوجد اختلاف بين وزن الجنود هذا العام مقارنة وزن الجنود في السنوات السابقة.

2- اختبار الفروض للنسب لمجتمع واحد:

بافتراض لدينا المتغير العشوائي(X) يمثل عدد حالات النجاح في (n) من المحاولات المستقلة باحتمال نجاح المحاولة قدره (P)، أي أن المتغير العشوائي يخضع إلى توزيع ثنائي الحدين. وفي حالة كون عدد المحاولات (n) كبير جدا، وأن احتمال نجاح المحاولة (P) أو فشلها (q) ليس صغيرتين جدا، ففي هذه الحالة توزيع ثنائي الحدين يقترب من التوزيع الطبيعي (Z)عندما تكون (n) كبيرة. وفقا لنظرية النهاية المركزية $X \sim (n.p,\ n.P.q)$ وبالتالي فإن: $Z_{cal} = \frac{U_{P'} - U_{P_0}}{\delta_{P'}} \sim N(0,1)$

الجدول رقم (3):اختبار الفرضيات حول النسبة في حالة التوزيع الطبيعي

الفرضية ثنائية الاتجاه	الفرضية الأحادية من اليمين	الفرضية الأحادية من اليسار
1) صياغة الفرضية	**1) صياغة الفرضية**	**1) صياغة الفرضية**
$\boldsymbol{H_0 = H_{P'} = U_{P_0}}$	$H_0 = U_{P'} = U_{P_0}$	$H_0 = U_{P'} = U_{P_0}$
$\boldsymbol{H = U_{P'} \neq U_{P_0}}$	$H_1 = U_{P'} > U_{P_0}$	$H = U_{P'} < U_{P_0}$
2) قاعدة القرار:	**2) قاعدة القرار:**	**2) قاعدة القرار:**
$\boldsymbol{R\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert \geq Z_{tab}}$	$R\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert \geq Z_{tab}$	$R\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert \leq -Z_{tab}$
$\boldsymbol{A\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert < Z_{tab}}$	$A\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert < Z_{tab}$	$A\ H_0: \lvert Z_{cal}\rvert > -Z_{tab}$

3) إيجاد القيمة الجدولية:

من جداول التوزيع الطبيعي عند درجة ثقة معينة نجد $\rightarrow Z_{tab}$

4) حساب القيمة المعيارية:

$$Z_{cal} = \frac{U_{P'} - U_{P_0}}{\delta_{P'}}$$

اختبار الفروض

5) **اتخاذ القرار:** نرفض أو نقبل H_0 على ضوء النتائج المتوصل إليها

مثال:

يدعي متحدث حكومي لمكافحة الغش الاكترونى أن أكثر 80% من أفراد في منطقة معينة تستوفي أجهزتها الاكترونية معايير الأمن الكتروني ، لكن واحدة من المؤسسات المنتجة لبرمجات الحماية لا تصدق إدعاء الحكومة، فأخذت عينة عشوائية من 64 فرد من نفس المنطقة ووجدت منها 56 فرد فقط يستخدمون معايير الأمن. هل نؤيد إدعاء الحكومة عند مستوى معنوية 5%؟

الحل:

$$P_0 = 0,80$$

$$n = 64$$

$$P = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{56}{64} = 0,87$$

$$q = 1 - P = 1 - 0,87 = 0,13$$

$$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

P: نسبة الأفراد الذين يستخدمون برمجيات الأمن الالكتروني

1) **صياغة الفرضية: أحادية من اليمين**

$$H_0 = \cup_{P\prime} = \cup_{P_0}$$

$$H_1 = \cup_{P\prime} > \cup_{P_0}$$

2) **قاعدة القرار:**

$$R\, H_0 : |Z_{cal}| \geq Z_{tab}$$

$$A\, H_0 : |Z_{cal}| \leq Z_{tab}$$

3) **إيجاد القيمة الجدولية:**

من جداول التوزيع الطبيعي نجد:

$$Z_{95\%} = 1{,}96$$

4) حساب القيمة المعيارية:

$$Z_{cal} = \frac{\mathrm{U}_{P\prime} - \mathrm{U}_{P_0}}{\delta_{P\prime}} = \frac{0{,}87 - 0{,}80}{\sqrt{\frac{0{,}87 * 0{,}13}{64}}}$$

$$Z_{cal} = 1{,}75$$

5) اتخاذ القرار:

بما أن $Z_{tab} < Z_{cal}$ نقبل الفرضية H_0 القائلة بأنه لا توجد اختلاف بين ما ادعت به الحكومة ورفض H_1

3- اختبار الفرضيات للفروق بين المتوسطات لمجتمعين:

لقد أشرنا في المحور الثالث إلى كيفية الحصول على فترة الثقة لتقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين عندما يكون **تباين المجتمعين معلوما**، وأن تكون المعاينة من مجتمعين طبيعيين شرط ضروري للقيام بالتقدير، أما إذا كان المجتمعين غير طبيعيين فإنه يجب أن يكون حجم المجتمعيين كبير أي أكبر من 30، حتى نتمكن من تطبيق نظرية النهاية المركزية التي تسمح وفق هذه الشروط أن يتبع متغير الفرق $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)$ التوزيع الطبيعي كما يلي:

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \sim \boldsymbol{Z} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \mathbf{0}}{\sqrt{\frac{\delta^2_{X_1}}{n_1} + \frac{\delta^2_{X_2}}{n_2}}}$$

أما إذا كان **تباين المجتمعين مجهولا** والمعاينة من مجتمعين طبيعين، والعينتين مستقلتين وحجمهما صغير أي أقل من 30 فإن التوزيع الاحتمالي للمعاينة يتبع توزيع ستيودنت كما يلي:

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \sim \boldsymbol{T} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \mathbf{0}}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S^2_{X_1} + (n_2 - 1)S^2_{X_2}}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

الجدول رقم (4): اختبار الفرضيات حول متوسطين في حالتي توزيع طبيعي وتوزيع ستيودنت

اختبار الفروض

الفرضية ثنائية الاتجاه	الفرضية الأحادية من اليمين	الفرضية الأحادية من اليسار
1) صياغة الفرضية $H_0 = U_{\bar{X}_1} = U_{\bar{X}_2}$ $H_1 = U_{\bar{X}_1} \neq U_{\bar{X}_2}$ 2) قاعدة القرار: توزيع طبيعي $R\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert = Z_{tab}$ $A\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert + Z_{tab}$ 2) قاعدة القرار: توزيع ستيودنت $R\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert > TZ_{tab}$ $A\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert < T_{tab}$	1) صياغة الفرضية $H_0 = U_{\bar{X}_1} = U_{\bar{X}_2}$ $H_1 = U_{\bar{X}_1} > U_{\bar{X}_2}$ 2) قاعدة القرار: توزيع طبيعي $R\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert \geq Z_{tab}$ $A\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert < Z_{tab}$ 2) قاعدة القرار: ت، ستيودنت $R\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert > T_{tab}$ $A\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert < T_{tab}$	1) صياغة الفرضية $H_0 = U_{\bar{X}_1} = U_{\bar{X}_2}$ $H_1 = U_{\bar{X}_1} < U_{\bar{X}_2}$ 2) قاعدة القرار: ت.طبيعي $R\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert < -Z_{tab}$ $A\ H_0: \lvert Z_{cal} \rvert > -Z_{tab}$ 2) قاعدة القرار: ت.ستيودنت $R\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert < T_{tab}$ $A\ H_0: \lvert T_{cal} \rvert > T_{tab}$

3) إيجاد القيمة الجدولية:

- **في حالة توزيع طبيعي:**

$$Z_{1-\frac{\propto}{2}} = Z$$

- **في حالة توزيع ستيودنت:**

$$t = t_{(V.\propto)} \quad / \quad V = n_1 + n_2 - k$$

$$k = 2$$

4) حساب القيمة المعيارية:

- **في حالة توزيع طبيعي:**

$$Z_{cal} = \frac{U_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} - 0}{\delta_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}}$$

$$\delta_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{\frac{\delta^2_{\bar{X}_1}}{n_1} + \frac{\delta^2_{\bar{X}_2}}{n_2}}$$

- **في حالة توزيع ستيودنت:**

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \sim T = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - 0}{\delta_{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}}$$

$$\delta_{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_{X_1}^2 + (n_2 - 1)S_{X_2}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

5) اتخاذ القرار: رفض أو قبول H_0

مثال:

ترغب شركة استثمارية أن تقرر بمستوى معنوية 5% ثم 10%. إذا كان أجور عمال البناء يختلف جوهريا في نيويورك عن منطقة شيكاغو ، وقد أعطت نتائج عينة عشوائية من 100 عامل في نيويورك بمتوسط أجر أسبوعي قدره 400$ بانحراف معياري 100$ أما في منطقة شيكاغو أعطت عينة عشوائية من 75 عامل أن متوسط أجرهم الأسبوعي يقدر بـ 375$ بانحراف معياري قدره 80$. هل هناك فرق معنوي بين أجور عمال البناء في نيويورك عنه في منطقة شيكاغو؟

الحل: معطيات المثال

المجتمع1 (نيويورك)	**المجتمع 2 (شيكاغو)**
$n_1 = 100$ $U_{X_1} = 400$ $S_1 = 100$	$n_2 = 75$ $U_{X_2} = 375$ $S_2 = 80$

$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$

1) صياغة الفرضية: (ثنائية الاتجاه)

$H_0 = U_{\overline{X}_1} = U_{\overline{X}_2}$

$H_1 = U_{\overline{X}_1} \neq U_{\overline{X}_2}$

2) قاعدة القرار: توزيع طبيعي

بمأن حجم العينة $n > 30$ والمجتمع غير معلوم التوزيع والانحراف المعياري للمجتمع δ_x غير معلوم يعوض ب $S \leftarrow$، فإننا نتبع توزيع طبيعي

$R\ H_0: |Z_{cal}| \geq Z_{tab}$

$A\ H_0: |Z_{cal}| < Z_{tab}$

3) القيمة الجدولية:

$$Z_{95\%} = 1,96$$

4) حساب القيمة المعيارية:

$$Z_{cal} = \frac{\cup_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} - 0}{\delta_{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)}}$$

حسب نظرية المعاينة للفروق للمتوسطات

$$\cup_{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)} = \cup_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = 400 - 375 = 25$$

$$\delta_{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)} = \sqrt{\frac{\delta^2_{X_1}}{n_1} + \frac{\delta^2_{X_2}}{n_2}} = \sqrt{\frac{100^2}{100} + \frac{80^2}{75}}$$

$$\delta_{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)} = 13,61$$

$$Z_{cal} = \frac{25 - 0}{13,61} = 1,83$$

5) اتخاذ القرار:

بما أن: $Z_{cal} < Z_{tab}$ فإننا نقبل الفرضية الصفرية القائلة بأنه لا يوجد اختلاف بين متوسط أجور العمال لمنطقة نيويورك عنه في منطقة شيكاغو