الفصل الرابع : الانتاج في الفترة القصيرة Production in short run

1- تعريف الإنتاج

يعرف الإنتاج على انه عميلة مزج لعوامل الإنتاج و التي تسمى المدخلات مثل العمل و راس المال و تسمي العناصر المحسوسة tangible و تنظيم و تكنولوجيا او العناصر غير المحسوسة Intangible و هذا للحصول على منتوجات تسمى المخرجات Outputs.

و اذا كنا في المدى القصير فان تغير حجم الانتاج يكون بتغير العناصر المتغيرة مثل العمل و المواد الاولية بينما تبقى العوامل الاخرى ثابتة ومن ثم فانه في المدى القصير تقسم عوامل الإنتاج إلى عوامل ثابتة و عوامل متغيرة.

و العوامل الثابتة هي التي تميز الطاقة الانتاجية و لذلك فهي لا تتغير في المدى القصير، و بما ان عوامل الانتاج نادرة ندرة نسبية فان لكل عامل تكلفة و من هنا نجد تكاليف الانتاج في المدى القصير تنقسم الى تكاليف متغيرة خاصة بعناصر الإنتاج المتغيرة و تكاليف ثابتة خاصة بعناصر الانتاج الثابتة.

اما في المدى الطويل و نقصد به المدة الزمنية التي يمكن للمؤسسة ان تغير فيها من طاقتها الانتاجية كادخال استثمارات جديدة، فكل العوامل تصبح متغيرة و بالتالي يمكن زيادة الانتاج و الطاقة الانتاجية معا، و تعتبر الكمية المنتجة كدالة لعناصر الانتاج و ان كمية الانتاج هي المتغير التابع و عناصر الانتاج هي المتغيرات المستقلة و التي تتحكم في كمية الإنتاج، و يمكن كتابة كما يلي:

$$Q= F (L،K،T،\dots)$$

حيث يمثل كل من:

Q = كمية المنتجة

L = العمل

K = راس المال

T = التكنولوجيا

F = دالة

و من اجل تبسيط الدراسة نقتصر على عاملين فقط هما العمل و رأس المال. و دوال الانتاج متعددة و معقدة و تعتبر دالة الانتاج المتجانسة من الدرجة الأولى من نوع دالة **كوب دوغلاس** ابسط و اشهر هذه الدوال. ان دالة الانتاج مستمرة و قابلة للاشتقاق، فلها مشتقات من الدرجة الاولى معرفة في المجال الموجب.

1- خصائص الانتاج في الفترة القصيرة

تعتبر الفترة القصيرة فترة انتاجية واحدة وقد تكون سنة او اكثر او اقل. و في الفترة القصيرة هناك عوامل انتاج ثابتة و اخرى متغيرة، فاذا كان لدينا عاملي انتاج هما العمل و رأس المال فان العمل يعتبر عامل الانتاج المتغير و راس المال عامل الانتاج الثابت لان هناك حواجز تقنية و مالية تمنع تغيره في المدى القصير.

1-1- الانتاج الكلي و المتوسط و الحدي Total, Average and Marginal product

2-1-1- الانتاج الكلي:

الانتاج الكلي هو عبارة عن كمية المخرجات المتحصل عليها بعد بعد استعمال عوامل الانتاج المتغيرة و الثابثة. و نرمز له ب Pt او Qt .

2-1-2- الانتاج المتوسط Average Product

الانتاج المتوسط للعامل المتغير هو الحصة المتوسطة للعامل من الانتاج الكلي و بالتالي:

الانتاج المتوسط = الانتاج الكلي \ العامل المتغير

و يكتب رياضيا كما يلي :

$$AP_L=TP/L$$

2-1-3-الانتاج الحدي Marginale Production (MP)

الانتاج الحدي هو عبارة عن التغير في الانتاج الكلي و الناتج عن التغير في عنصر الانتاج المتغير (العمل) بوحدة واحدة اي انتاجية العامل الاخير و بالتالي:

الانتاج الحدي = التغير في الانتاج الكلي \ التغير في عنصر الانتاج المتغير

و تكتب كما يلي:

$$MP_L=TP/L$$

مثال : لديك الجدول التالي و الذي يبين الانتاج الكلي و المتوسط و الحدي لمنتج ما

MP_L	AP_L	TP_L	L	K
-	-	0	0	5
19	19	19	1	5
25	22	44	2	5
28	24	72	3	5
28	25	100	4	5
25	25	125	5	5
19	24	144	6	5
10	22	154	7	5
-2	19	152	8	5
-17	15	135	9	5

نأخذ الالات و العمل كعناصر إنتاجية ، في الجدول تعتبر الالات العنصر الثابت و تساوي 5، وبالتالي نلاحظ ان مساهمة العامل الاول في الانتاج بمقدار 19 وحدة ولهذا الإنتاج الكلي 19 بالنسبة للعامل الأول، والإنتاج الحدي هو 19، والإنتاج المتوسط هو 19 ، لان إنتاج العامل الأول هو نفس الإنتاج الحدي و هو نفس الإنتاج الكلي.

وإذا وظفنا عامل آخر نجد أن الإنتاج الكلي ارتفع الى 44 وحدة، أما الإنتاج الحدي فنحن نعرف أن العامل الأول أنتج 19 وحدة، وبذلك أنتج العامل الثاني 25 وحدة. إذا نستطيع القول أن العامل الثاني يسهم في الإنتاج بمقدار 25 وحدة.

و الإنتاج المتوسط للعامل الثاني يمكن حسابها عن طريق قسمة الإنتاج الكلي للعامل الأول والثاني على عدد العمال و تساوي 22 وحدة، إذاً الإنتاج الحدي للعامل الثاني هو 25 وحدة، والإنتاج المتوسط للعامل الثاني هو 22 وحدة.

بالنسبة للعامل الثالث، نجد أن الإنتاج الكلي ارتفع من 44 إلى 72، إذاً نحسب الإنتاج الحدي بنفس الطريقة السابقة لأن التغير في الإنتاج الكلي = 72-44= 28 والتغير في عدد العمال = 3-2=1. أي إن العامل الثالث أسهم بالإنتاج بمقدار 28 وحدة هذه هي الإنتاجية الحدية .

أما متوسط الإنتاج = الإنتاج الكلي ÷ عدد العمال =72 ÷ 3 = 24، إذا الانتاج المتوسط للعمال الثلاثة هو 24 ، وبنفس الطريقة نحسب أيضا بالنسبة للعامل الرابع والخامس وهكذا . ويمكن الاستمرار بنفس الطريقة إلى أن نصل إلى العامل الثامن، فنجد أن العامل الثامن يسهم بمقدار (-4) من الإنتاج، لأن الإنتاج الكلي ينخفض. وبالتالي نجد أن الإنتاج الحدي سالب والإنتاج المتوسط =152 ÷ 8 =19.

و نستنتج من الجدول الملاحظات التالية:

- **تزايد الغلة:** تتزايد الغلة بسبب التخصص وتقسيم للعمل لان الطاقة الإنتاجية للعنصر الثابت مازالت لم تستغل استغلالا امثلا، وبالتالي نجد أن العامل الاضافي يتسبب في زيادة الإنتاج بكمية أكبر من العامل السابق (الانتاجية الحدية) نلاحظ ان الإنتاج الحدي بدأ بالتزايد من (18) إلى (25) إلى (28)، و من مصلحة المؤسسة زيادة عدد العمال.
- **تناقص الغلة** : نلاحظ انه ابتداءا من العامل الخامس بدأت زيادة الانتاج في التناقص حيث ساهم فقط ب (25) وحدة أي ب 3 وحدات اقل من العامل السابق، ونفس الشيء بالنسبة للعامل السادس و السابع، اما بالنسبة للعامل الثامن و التاسع فالانتاجية الحدية سالبة مما يعني أنه تسبب بانخفاض الإنتاج الكلي . إن سبب تناقص الغلة هو تزاحم

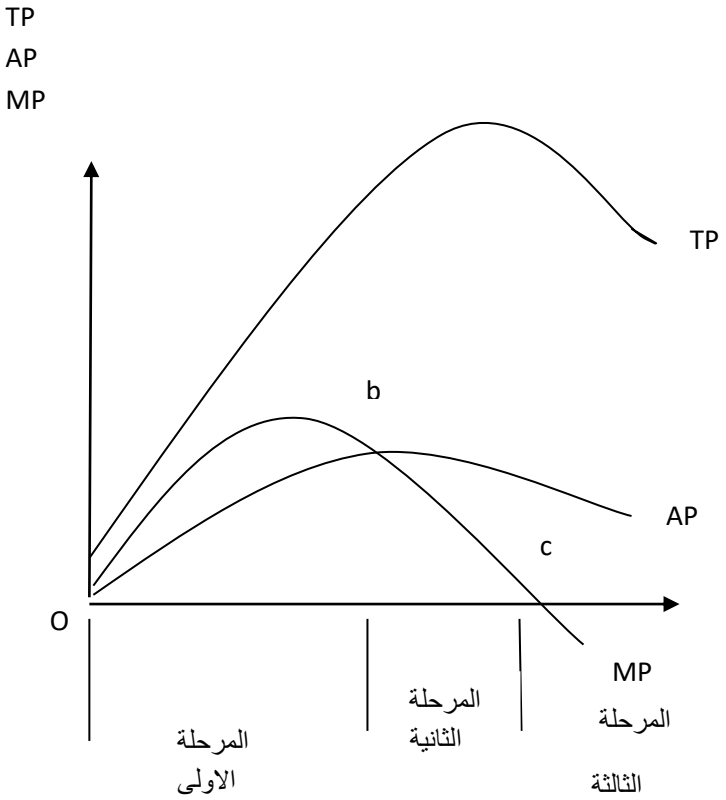
العمال على الآلات وبالتالي إنتاجية كل عامل ستكون أقل من الذي سبقه . و يطلق على هذه الظاهرة مصطلح قانون تناقص الغلة.

2-1- العلاقة بين الانتاج الكلي، الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط

ان الفرق بين الانتاج الحدي و الانتاج المتوسط هو ان الانتاج المتوسط هوعبارة عن متوسط حصة كل عامل من الانتاج الكلي و هي متساوية بالنسبة لكل العمال، اما بالنسبة للانتاج الحدي فهو انتاجية أخر عامل و تختلف من عامل لآخر. و إذا كان الإنتاج الحدي يتزايد فلابد أن يكون الإنتاج المتوسط أقل من الإنتاج الحدي وهو ما نطلق عليه تزايد الغلة. و إذا وصل الإنتاج المتوسط أعلى مستوى له فلابد أن يتساوى مع الإنتاج الحدي أي ان منحنى الانتاج الحدي يقطع منحنى الانتاج المتوسط في اعلى قيمة له. اما إذاً كان الإنتاج المتوسط يتناقص فلابد أن يكون الإنتاج الحدي أقل منه.

و بالنسبة العلاقة بين الإنتاج الحدي والإنتاج الكلي، فإذا كان الإنتاج الحدي موجباً فإن الإنتاج الكلي يكون في تزايد، لأن الإنتاج الحدي هو التغير في الإنتاج الكلي . و إذا كان الإنتاج الحدي يتزايد نجد أن الإنتاج الكلي يتزايد بمعدل متزايد. و العكس اذا ملن الانتاج الحدي متناقص فان الانتاج الكلي يتزايد بمعدل متناقص حتى يصل الانتاج الكلي الى اعظم قيمة له عندما يكون الانتاج الحدي مساويا للصفر. و إذا كان الإنتاج الحدي سالبا فإن الإنتاج الكلي يتناقص .

يمكن ان نوضح أيضاً الإنتاج الكلي والإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط من خلال الرسم التالي:



يمثل المحور العمودي الإنتاج الكلي و المتوسط و الحدي اما المحور الأفقي فيمثل عدد العمال، نجد أن الإنتاج الكلي و الذي نرمز له بالرمز Qt يبدأ بالتزايد بمعدل متزايد ثم يتزايد بمعدل متناقص تبعا لقانون تناقص الغلة، ويصل إلى أعلى مستوى له (154)عند زيادة العامل الثامن حيث يكون الإنتاج الحدي يساوي صفر، بعد هذه النقطة يبدأ الانتاج الكلي بالتناقص.

بالنسبة للإنتاج الحدي والذي رمزنا له بالرمز Pm نلاحظ أنه بدأ بالتزايد إلى أن وصل إلى أعلى مستوى له (28) عند العامل الرابع و هو ما نطلق عليه تزايد الغلة ، ثم يبدأ بالتناقص و هو ما نطلق عليه تناقص الغلة أي تناقص الإنتاجية الحدية للعامل" .

اما بالنسبة للإنتاج المتوسط و الذي نرمز له بالرمزPM، نجد أن الإنتاج المتوسط يبدأ بالتزايد إلى أن يصل إلى أعلى مستوى له ثم بدأ بالتناقص تدريجياً، و لكن يبقى موجبا.

2-2- مراحل الانتاج Stages of Production

ان زيادة العنصر المتغير لها اثار مختلفة على كل من الانتاج الكلي و الانتاج المتوسط و الانتاج الحدي و نميز ثلاث مراحل للانتاج و هي:

المرحلة الاولى:

وتبدأ المرحلة الأولى من بداية الإنتاج وتنتهي عندما يتقاطع منحنى الإنتاج الحدي مع الإنتاج المتوسط في هذه المرحلة يكون منحنى الانتاج الحدي اعلى من منحنى الانتاج المتوسط، و تكون فعالية استعمال العنصر المتغير في تزايد و من مصلحة المؤسسة زيادة عدد العمال.و يقطع منحنى الانتاج الحدي منحنى الانتاج المتوسط في اعلى قيمة له.

ويمكن استنتاج المرحلة الأولى من خلال منحنى الإنتاج الكلي ، ونلاحظ أنها بدأت بالتزايد بمعدل متزايد ثم بدأت تتزايد بمعدل متناقص ، وهذه هي النقطة التي تنتهي فيها المرحلة الأولى ، و هي النقطة الوحيدة التي يتساوى فيها مماس الدالة مع المماس الخطي الذي ينطلق من نقطة الأصل إليها، ومماس دالة الإنتاج الكلي هو الإنتاج الحدي، اما مماس الخط الذي ينطلق من نقطة الأصل ويقطع دالة الإنتاج الكلي يقيس الإنتاج المتوسط ، وهذه النقطة الوحيدة التي يتوازى فيها المماسين .

المرحلة الثانية:

في هذه المرحلة نجد ان منحنى الانتاج المتوسط اعلى من منحنى الانتاج الحدي و منحنى الانتاج الحدي متناقص و لكن موجب و عندما تصبح الانتاجية الحدية معدومة يكون الانتاج الكلي في اعلى قيمة له. في هذه المرحلة تكون فعالية استخدام العنصر المتغير في تناقص.

و يتناقص الإنتاج المتوسط حتى يصل الإنتاج الحدي الى الصفر، و من الرسم نجد أن المرحلة الثانية تبدأ من نقطة التقاطع بين منحنيي الانتاج المتوسط و الحدي حتى يكون الإنتاج الحدي مساوياً للصفر عند نقطة تقاطعه مع المحور الأفقي ، وهي مرحلة مهمة جداً ويجب أن يكون الإنتاج داخلها، و هي مقبولة اقتصادياً.

المرحلة الثالثة:

يكون الإنتاج الحدي فيها سالبا وهي مرحلة غير اقتصادية ، و فيها تكون فعالية كل عناصر الانتاج المتغيرة و الثابتة متناقصة. فلو اضفنا عنصر العمل فانه يتسبب في تخفيض الإنتاج الكلي.

2-4-قانون تناقص الغلة : The law of diminishing returns

في الأجل القصير يكون عندنا عنصر ثابت و الآخر متغير، مثلا راس المال هو العنصر الثابت وعنصر العمل عنصر متغير، إن زيادة العنصر المتغير بوحدات متتالية يؤدي بعد حد معين إلى تناقص في الناتج الحدي ، وقانون تناقص الغلة من خصائص الأجل القصير.

وهو متعلق بالانتاج الحدي، فإذا كانت الإنتاجية الحدية متناقصة فهذا يعني تناقص الغلة.

ونعني به أن العامل المضاف يسهم في الإنتاج بمقدار اقل ممن سبقه أي انه يضيف إلى الإنتاج الكلي مقدار اقل ممن سبقه. و بالتالي فان الإنتاج الكلي يتزايد بمعدل متناقص.

تمرين:

اكمل الجدول التالي ثم حدد مراحل الانتاج

الالات	العمل	الناتج الكلي	الناتج الحدي	الناتج المتوسط
6	1	8		
6	2	20		
6	3	36		
6	4	60		
6	5	90		
6	6	108		
6	7	112		
6	8	112		
6	9	108		

1- دالة الانتاج في الفترة الطويلة The Production Function in long term

الفترة الطويلة هي عبارة عن مجموعة من الفترات القصيرة و في الفترة الطويلة لا يوجد عائق امام تغير أي عنصر من عناصر الانتاج و بالتالي فكل العناصر تكون متغيرة.

1-1- تغير عوامل الانتاج

1-1-1- تجانس دالة الإنتاج Homogeneity of production function

تعتبر دالة الانتاج Q=f(L,K) بانها دالة متجانسة من الدرجة N ، اذا كان من اجل كل عدد حقيقي موجب λ تحقق العلاقة التالية:

$$Q_{(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n} Q_{L,K}$$

مثال:اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية : $Q_{L,K} = 3K^2 + 5KL + 3L^2$

اذا قمنا بضرب كل المتغيرات المستقلة L وK بثابت موجب λ فاننا نحصل على ما يلي :

$$Q_{\lambda L,\lambda K} = \lambda^{2} Q$$

هنا نستطيع ان نقول ان دالة الانتاج هي دالة متجانسة من الدرجة الثانية N=2

فاذا قمنا بمضاعفة المتغيرات المستقلة L و K بحيث انه اذا كان λ=2 نحصل على:

$$Q_{\lambda L,\lambda K} = \lambda^{2} Q = 4Q$$

1-1-2- خصائص دوال الانتاج المتجانسة

نقول عن دالة انتاج بانها متجانسة من الدرجة n اذا كانت تحقق الخصائص التالية :

الخاصية الاولى:

المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى لدالة الانتاج المتجانسة من الدرجة nهي دوال متجانسة من الدرجة n-1 اي

$$Q'_{L(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n-1} Q'_L$$

$$Q'_{K(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n-1} Q'_K$$

الخاصية الثانية:

دوال الانتاج المتجانسة تحقق متطابقة ايلر Euler identity

$$LQ'_L + KQ'_K = nQ$$

و هذا يعني انه اذا كنا في اقتصاد عيني و حصل كل اصحاب عناصر الانتاج على الانتاج الحدي العيني للعنصر الذي ساهم في عملية الانتاج فان تسديد عوامل الانتاج سوف يستنفذ n من الكمية المنتجة.

و بالتالي :

- اذا كان n>1 فان المنتج سوف يحقق خسارة
- اذا كان n<1 فان المنتج سوف يحقق ربح
- اذا كان n=1 فان المنتج سوف يحقق التعادل

1-2- دالة الانتاج كوب دوغلاس Coob-Douglas Production Function

اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية :

$$Q = bL^{\alpha}K^{\beta}$$

حيث يمثل Q حجم الانتاج

L و K عناصر الانتاج

b و α و β ثوابت موجبة

نقول عن هذه الدالة انها دالةانتاج كوب دوغلاس اذا كانت متجانسة من الدرجة الاولى

$$Q_{(\lambda L,\lambda K)} = b(\lambda L)^{\alpha}(\lambda K)^{\beta} = b(\lambda)^{\alpha+\beta} L^{\alpha} K^{\beta}$$

حتى تكون هذه الدالة متجانسة من الدرجة الاولى لا بد ان يكون:

$$\alpha + \beta = 1$$

و تكتب الدالة كما يلي:

$$Q = bL^{\alpha}K^{1-\alpha}$$

و هي تحقق متطابقة ايلر اي ان:

$$LQ'_L + KQ'_K = Q$$

1-3- غلة الحجم Return to scale

في الأجل القصير نتكلم عن تزايد الغلة وتناقصها ، و هذا بسبب وجود العناصر الثابتة. أما في الأجل الطويل فالذي يوجد لدينا هو غلة الحجم ، و هي تعبر عن العلاقة بين عناصر الإنتاج وحجم الإنتاج ، فمثلا لو قمنا بزيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة محددة و لتكن λ=100% فسوف يرتفع الانتاج بنسبة محددة ، و نميز ثلاث حالات:

الحالة الأولى:

وتسمى ثبات غلة الحجم وتكون عندما يزيد الإنتاج بنفس نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج أي λ=100%.

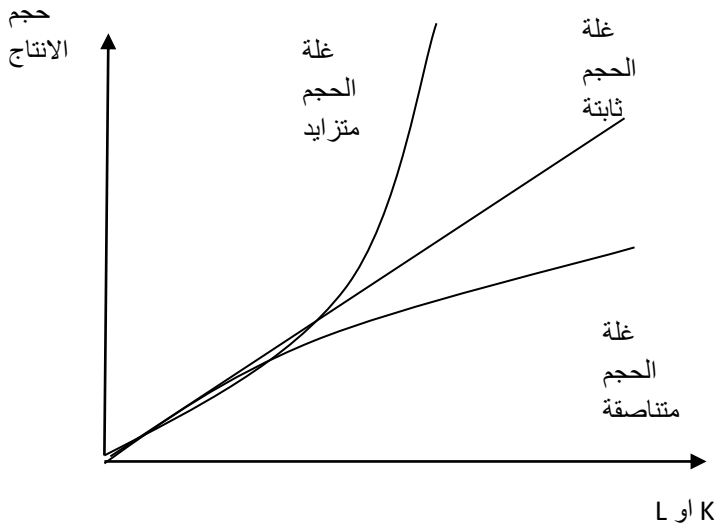
الحالة الثانية:

تسمى تزايد غلة الحجم، فلو قمنا بزيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة λ=100% فتزايد غلة الحجم، يعني أن حجم الإنتاج سيزيد بنسبة اكبر من λ=100% أي 200% مثلا.

الحالة الثالثة:

تناقص غلة الحجم لو قمنا بزيادة عناصر الإنتاج بمقدار λ=100%، فإن الإنتاج سيزيد بنسبة اقل من العشرة λ=100% أي 50% مثلا.

لو أردنا أن نمثل غلة الحجم من خلال الرسم :



2- الانتاج عند وجود عاملين متغيرين

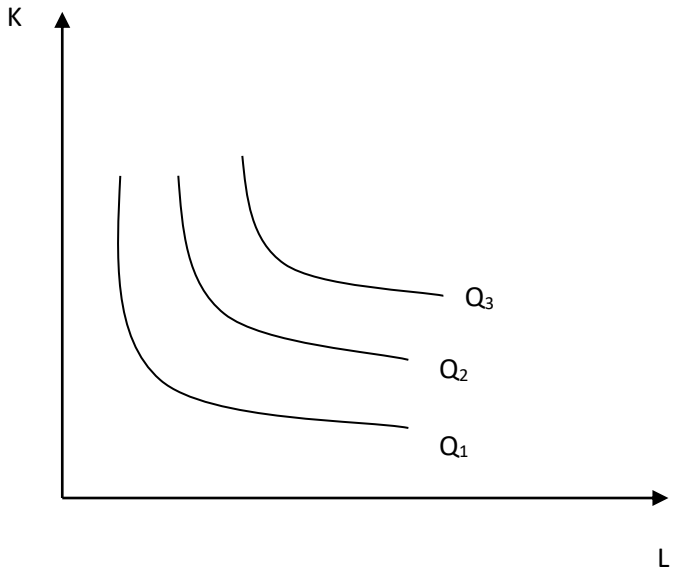
2-1- منحنيات الناتج المتساوي Isoquant Curve

هو مجموع النقاط و التي تمثل توليفات لعوامل الانتاج من عمل و راس المال و التي تعطي نفس الكمية من الانتاج.

و لمنحنيات الناتج المتساوي مجموعة من الخصائص و هي : **CHARACTERISTICS OF ISOQUANTS**

- منحنى الناتج المتساوي مستمر
- ميل منحنى الناتج المتساوي سالب
- منحنى الناتج المتساوي يكون محدب نحو نقطة الاصل
- منحنيات الناتج المتساوي متوازية

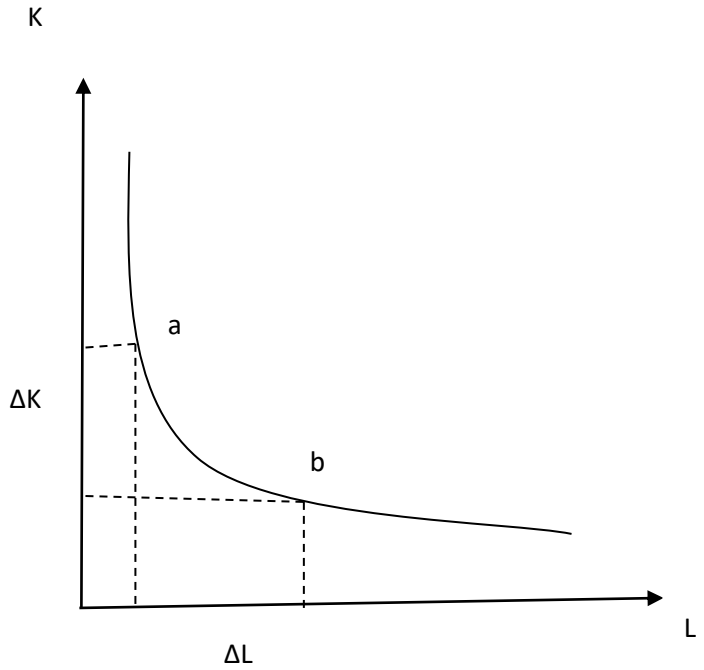
مجموع منحنيات الناتج المتساوي تعطينا ما يسمى خريطة الناتج المتساوي و كلما ارتفعنا الى اعلى حصلنا على مستوى انتاج اكبر



2-2- المعدل الحدي للاحلال التقني **The marginal rate of technical substitution of L for K (MRTS$_{LK}$)**

يعبر المعدل الحدي للاحلال التقني على مقدار التخلي على نسبة من راس المال اي ΔK مقابل الحصول على نسبة العمل ΔL بشرط البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي

$$MRTS_{LK} = \Delta K / \Delta L$$



المعدل الحدي للاحلال التقني = الانتاجية الحدية للعمل ÷ الانتاجية الحدية لراس المال

و تكتب كما يلي :

$$MRTS_{LK} = MP_L/MP_K$$

مثال:

لديك دالة الانتاج التالية: $Q=L^{1/2}K^{1/2}$

احسب المعدل الحدي للاحلال التقني $MRTS_{LK}$

Example: Consider the production function as $Q= L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$

Find the Marginal Rate of Technical Substitution of L for K

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{2}L^{-1/2}K^{1/2}}{\frac{1}{2}L^{1/2}K^{-1/2}} = \frac{K}{L}$$

2-3- توازن المنتج PRODUCER EQUILIBRIUM

اذا كان المنتج يهدف الى تعظيم انتاجه تحت قيد تكلفة معينة، فانه يتوازن عند نقطة تماس خط التكلفة المتساوي مع منحنى الناتج المتساوي.

2-3-1- خط التكلفة المتساوي Isocosts

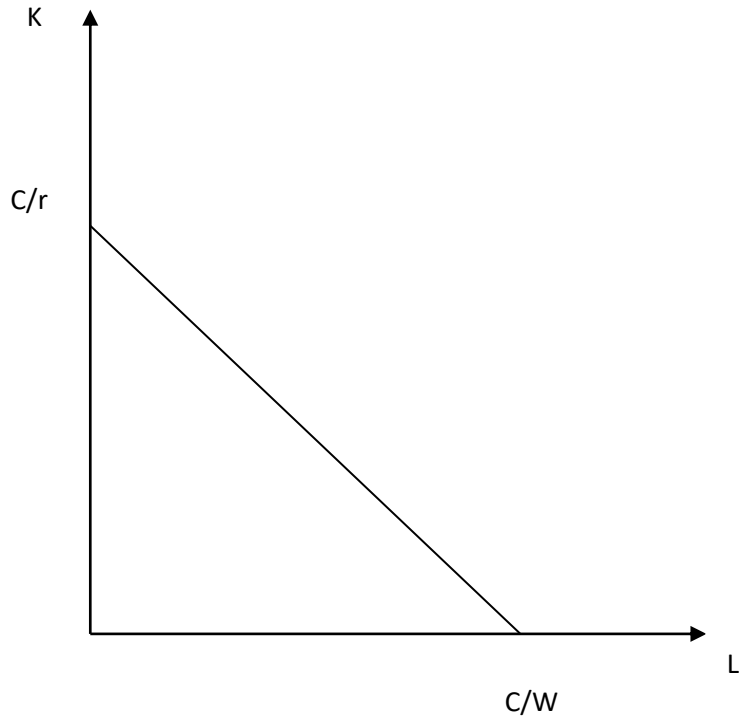
اذا كان C تمثل مقدار التكلفة التي سيتحملها المنتج و اذا كان اجرة العامل هي W (wage) و تكلفة راس المال هي الفائدة r (rate) فان معادلة التكلفة تكتب كما يلي:

$$C=wL+rK$$

و يكن كتابتها في شكل دالة كما يلي:

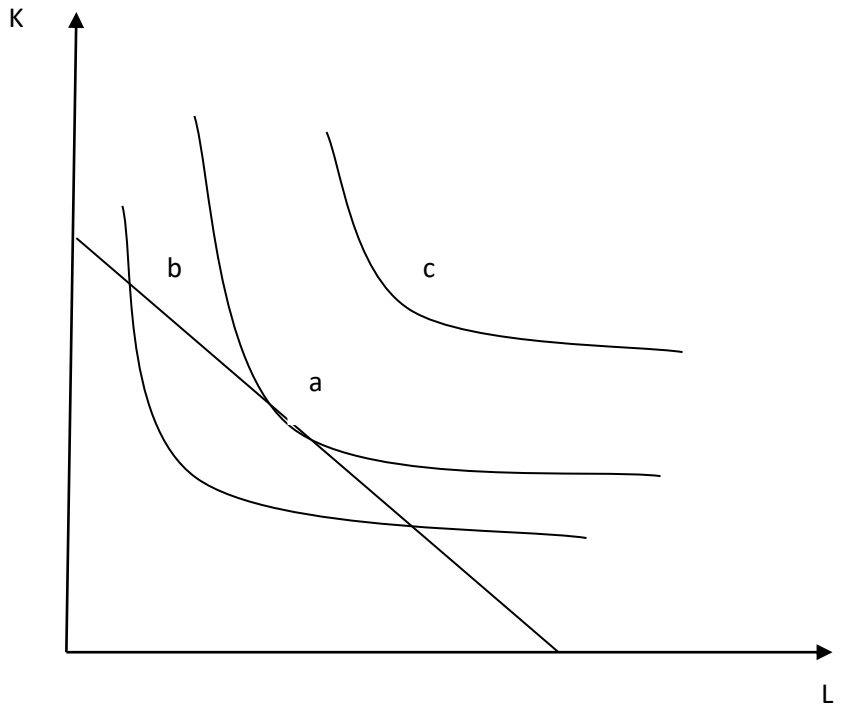
$$K=f(L)$$

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L$$



2-3-2- تحديد التركيبة المثلى لعوامل الانتاج

يتوازن المنتج عندما يتساوى ميل منحنى الناتج المتساوي مع ميل خط التكلفة المتساوي، كما يوضحه الشكل التالي:



عند النطة a يتساوى ميل منحنى السواء مع ميل خط التكلفة المتساوي اي ان :

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{w}{r}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة كما يلي:

$$\frac{Q'_L}{w} = \frac{Q'_K}{r}$$

اي ان شرط التوازن لا بد ان تتساوى الانتاجيات الحدية منسوبة الى اسعار عوامل الانتاج.

و يكن حل اشكالية المنتج ياستعمال طريقة مضاعف لاجرانج كما يلي:λ

$$L = f(L,K) + \lambda(\mathrm{C} - \mathrm{wL} - \mathrm{rk})$$

و عند استخراج المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى نحصل على ما يلي:

$$L'_{\mathrm{L}} = \frac{\delta \mathrm{f}}{\delta \mathrm{L}} - \lambda \mathrm{w} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$L'_{\mathrm{K}} = \frac{\delta \mathrm{f}}{\delta \mathrm{L}} - \lambda \mathrm{w} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$L'_{\lambda} = \mathrm{C} - \mathrm{wL} - \mathrm{rK} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

و بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نحصل على ما يلي:

$$\frac{\frac{\delta \mathrm{f}}{\delta \mathrm{L}}}{w} = \frac{\frac{\delta \mathrm{f}}{\delta \mathrm{K}}}{\mathrm{r}}$$

و بالتالي يتوازن المنتج عندما تتساوى الانتاجيات الحدية منسوبة الى اسعار عوامل الانتاج.

مثال

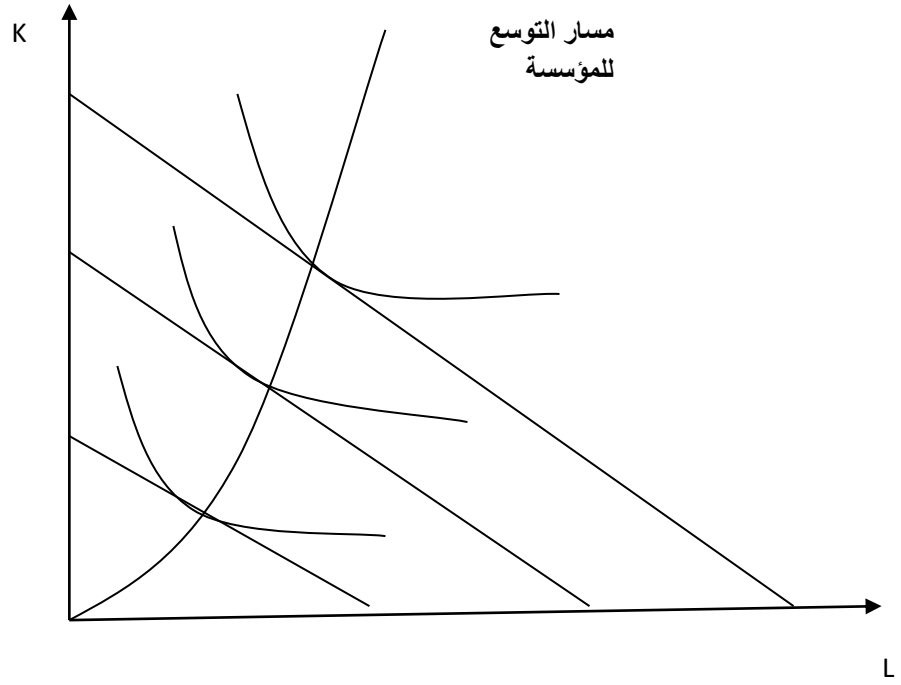
لديك دالة الانتاج التالية: $Q=2KL$

اذا كان الاجر w و سعر الفائدة r و تكلفة الانتاج C_0

- حدد دوال الطلب على عوامل الانتاج تحت قيد مستوى ثابت من التكلفة C_0

4-2- مسار التوسع EXPANSION PATH

اذا قامت المؤسسة بتغيير نفقاتها الانتاجية نحو الارتفاع فسيتغير خط التكلفة المتساوي و بالتالي تتغير نقاط التوازن و عند الربط بينها نحصل على منحنى يسمى منحنى التوسع للانتاج او مسار التوسع للمؤسسة، كما يوضحه الشكل التالي:



3- مرونة الانتاج

3-3- مرونة عوامل الانتاجُ Elasticity of Production Factors

اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية :

$$Q = bL^{\alpha}K^{\beta}$$

مرونة عوامل الانتاج تكتب كما يلي:

مرونة العمل Elasticity of Labour $E_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\ \frac{L}{Q} = \alpha$

مرونة راس المال Elasticity of Capital $E_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}\ \frac{K}{Q} = \beta$

3-4- مرونة الاحلال The elasticity of technical substitution

لتحديد درجة الاحلال بين L و K على طول منحنى الناتج المتساوي نستعمل ما يسمى بمرونة الاحلال و هي تحدد كيفية الاحلال بين راس المال و العمل.

مرونة الاحلال= التغير النسبي لـ K/L ÷ التغير النسبي لـ $MRTS_{LK}$

$$\theta = \frac{d(\frac{K}{L})}{d(TMST)} \quad \frac{TMST}{K/L}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة كما يلي:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{d(TMST)}{d(\frac{K}{L})} \quad \frac{K/L}{TMST}$$

Example: Consider the production function as $Q= L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$

Find the elasticity of substitution of L for K

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{4}L^{-3/4}K^{1/4}}{\frac{1}{4}L^{1/4}K^{-3/4}} = \frac{K}{L}$$

Substituting this value into the formula for the coefficient of elasticity of technical substitution, we get:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{\partial MRTS_{LK}}{\partial(\frac{K}{L})} \frac{(\frac{K}{L})}{MRTS_{LK}} = \frac{K/L}{K/L} = 1$$

مصطلحات

Short run The time period when at least one factor of production or input is fixed.

Production function An equation, table, or graph showing the (maximum) quantity of a commodity that can be produced per unit of time for each of a set of alternative inputs, when the best production techniques available are used.

Average product (AP) Total product divided by the number of units of the input used.

Law of diminishing returns As more units of an input are used per unit of time with fixed amounts of another input, the marginal product of the variable input declines after a point.

Long run The time period when all factors of production are variable. Marginal product (MP) The change in total product per unit change in the quantity used of one input.

Isoquant Shows the different combinations of two inputs that a firm can use to produce a specific quantity of output.

Isocost Shows all the different combinations of two inputs that a firm can purchase or hire, given the total outlay of the firm and input prices.

Isocline The locus of points on different isoquants at which the marginal rate of technical substitution of factors of production or slope is constant.

Marginal rate of technical substitution (MRTS) The amount of an input that a firm can give up by increasing the amount of the other input by one unit and still remain on the same isoquant.

Producer equilibrium The point where a producer maximizes output for the given total outlay.

Constant returns to scale When all inputs are increased in a given proportion and the output produced increases exactly in the same proportion.

Decreasing returns to scale The case when output grows proportionately less than inputs.

Increasing returns to scale The case when output grows proportionately more than inputs.
Expansion path The locus of points of producer equilibrium resulting from changes in total outlays while keeping factor prices constant.

المراجع باللغة العربية

1-دومنيك سالفاتور،**نظرية اقتصاديات الوحدة،** دار ماكجروهيل للنشر، 1982.

2-رشيد بن الذيب و نادية شطاب عباس، **اقتصاد جزئي نظرية و تمارين،** ديوان المطبوعات الجامعية،الجزائر، 1999.

3- زعباط عبد الحميد ، **الاقتصاد الجزئي،** ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر ،2001.

4-زغيب شهرزاد و بن ديب رشيد، **الاقتصاد الجزئي اسلوب رياضي،** ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر ،2010.

5-عماري عمار، **الاقتصاد الجزئي، ملخص الدروس و تطبيقات محلولة،** دار النشر جيلطي، 2011.

6-عمر صخري، **الاقتصاد الجزئي الوحدوي،** ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،1992.

7- كساب علي، **النظرية الاقتصادية التحليل الجزئي،** ديوان المطبوعات الجامعية،2004.

8 -محمد علي الليثي، **مقدمة في الاقتصاد الرياضي،** الدار الجامعية للنشر و التوزيع ، الاسكندرية، 1997.

المراجع باللغات الأجنبية

9-Pierre Medan, **Microeconomie**, Edition Dunod,Paris, 1999.

10- Salanie Bernard، **Microéconomics of Market failures**، the Mit press Massachusetes، Institut of Technology. USA 1998.

11-Samuelson P.A، W. Nordhaus، **Economie**، 6 Edition، Economica، Paris، 1996.

12-Schotter A. **Microéconomie**، Edition Economica. Paris، 1994.