التمرين الأول:

فيما يلي التوزيع الاحتمالي (تبعاً للحالة الاقتصادية السائدة) للعوائد المتوقعة من إستثمار مبلغ 100 ألف دينار في أسهم إحدى الشركتين (A) و (B).

الحالة الاقتصادية	إحتمال تحقق العائد	العائد المتوقع للسهم (A)	العائد المتوقع للسهم (B)
رواج	%30	%60	%20
عادية	%40	%15	%15
كساد	%30	%30 -	%10

المطلوب:

1- أحسب معدل العائد المتوقع لكل من السهمين (A) و (B)؛

حل التمرين الأول:

1- حساب معدل العائد المتوقع لكل من السهمين (A) و (B):

$$ER = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i$$

السهم (A):

i	P_i	R_{A_i}	$P_i R_{A_i}$
1	0,3	0,6	0,18
2	0,4	0,15	0,06
3	0,3	- 0,3	- 0,09
$ER_A = \sum_{i=1}^{n} P_i R_{A_i}$			0,15= 15%

السهم (B):

i	P_i	R_{B_i}	$P_i R_{B_i}$
1	0,3	0,2	0,06
2	0,4	0,15	0,06
3	0,3	0,1	0,03
$ER_B = \sum_{i=1}^{n} P_i R_{B_i}$			0,15= 15%

التمرين يرغب مستثمر ما في تقييم بديلين إستثماريين يتمثلان في سهمي الشركتين (A) و (B)، والبيانات التي تمَّ تجميعها بالنسبة لكل بديل تبعاً للحالة الاقتصادية مُوضَّحة في الجدول التالي:

الحالة الاقتصادية	إحتمال تحقق العائد	العائد المتوقع للسهم (A)	العائد المتوقع للسهم (B)
رواج	%10	%12	%10
عادية	%60	%11	%14
كساد	%30	%05	%04

المطلوب:

في ضوء المعطيات السابقة، حدِّد في أي من الشركتين يكون الاستثمار أكثر تعرُّضاً للمخاطر؟

حل التمرين

لتحديد الشركة التي يكون الاستثمار فيها أكثر تَعرُّضاً للمخاطر، نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: حساب معدل العائد المتوقع للسهمين (A) و (B)

$$ER = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i$$

السهم (A):

i	P_i	R_{A_i}	$P_i R_{A_i}$
1	0,1	0,12	0,012
2	0,6	0,11	0,066
3	0,3	0,05	0,015
$ER_A = \sum_{i=1}^{n} P_i R_{A_i}$			0,093= 9,3%

السهم (B):

i	P_i	R_{B_i}	$P_i R_{B_i}$
1	0,1	0,1	0,01
2	0,6	0,14	0,084
3	0,3	0,04	0,012
$ER_B = \sum_{i=1}^{n} P_i R_{B_i}$			0,106= 10,6%

الخطوة الثانية: حساب تباين عوائد السهمين

$$Var = \sum_{i=1}^{n} P_i (R_i - ER)^2$$

السهم (A):

	1	2	3	4	5	6
i	P_i	R_{A_i}	ER_A	2−3	4^2	1×5
1	0,1	0,12	0,093	0,027	0,00073	0,000073
2	0,6	0,11	0,093	0,017	0,00029	0,000174
3	0,3	0,05	0,093	− 0,043	0,00185	0,000555
$Var_A = \sum_{i=1}^{n} P_i(R_{A_i} - ER_A)^2$						0,0008=0,08%

السهم (B):

	1	2	3	4	5	6
i	P_i	R_{B_i}	ER_B	2−3	4^2	1×5
1	0,1	0,1	0,106	− 0,006	0,000036	0,0000036
2	0,6	0,14	0,106	0,034	0,0011	0,0007
3	0,3	0,04	0,106	− 0,066	0,0044	0,0013
$Var_B = \sum_{i=1}^{n} P_i(R_{B_i} - ER_B)^2$						0,002= 0,2%

الخطوة الثالثة: حساب الانحراف المعياري لعوائد السهمين

$$\sigma = \sqrt{Var}$$

السهم (A):

$$\sigma_A = \sqrt{Var_A} = \sqrt{0,0008} = 0,02828 \simeq 2,83\%$$

هذا يعني أنَّ العوائد المتوقعة للسهم (A) تنحرف أو تتشتت عن معدلها بنسبة تقارب 2,83%.

السهم (B):

$$\sigma_B = \sqrt{Var_B} = \sqrt{0,002} = 0,0447 \simeq 4,47\%$$

هذا يعني أنَّ العوائد المتوقعة للسهم (B) تنحرف أو تتشتت عن معدلها بنسبة تقارب 4,47%.

يُلاحَظ من خلال النتائج السابقة بأنَّ معدلات العوائد المتوقعة للسهمين (A) و (B) غير متساوية، وبالتالي فإنه لا يمكن الاعتماد على مقياس الانحراف المعياري لتحديد أي من السهمين أكثر مخاطر. لذا نلجأ لحساب معامل الاختلاف لكليهما.

الخطوة الرابعة: حساب معامل الاختلاف للسهمين

$$CV = \frac{\sigma}{ER}$$

السهم (A):

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{ER_A} = \frac{2,83\%}{9,3\%} = 0,3 \text{ وحدة}$$

هذا يعني أنَّ المستثمر في السهم (A) من أجل أن يتحصل على وحدة واحدة من العائد يتحمل إمكانية خسارة ما مقداره 0,3 وحدة.

السهم (B):

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{ER_B} = \frac{4,47\%}{10,6\%} = 0,42 \text{ وحدة}$$

هذا يعني أنَّ المستثمر في السهم (B) من أجل أن يتحصل على وحدة واحدة من العائد يتحمل إمكانية خسارة ما مقداره 0,42 وحدة.

النتيجة النهائية: تُظهر المُقارنة بين النتائج الفرعية السابقة أنَّ السهم (B) هو الأكثر تعرضاً للمخاطر.

مثال تطبيقي:

توضح البيانات أدناه العائد على الاستثمار في أسهم شركة الياسمين خلال الأربع سنوات من 2014 إلى 2017.

المطلوب:

حساب متوسط العائد و التباين و الانحراف المعياري و معامل الاختلاف لعوائد السهم؟

عوائد شركة الياسمين للفترة 2017/2014.

السنة	معدل العائد على الاستثمار
2014	0.16
2015	0.15
2016	0.12
2017	0.05

السنة	العائد %	$R_t - \bar{R}$	$(R_t - \bar{R})^2$
	(1)	(3) = (1) -(2)	(3)^2
2014	0.16	0.04	0.0016
2015	0.15	0.08	0.0009
2016	0.12	0.0000	0.0000
2017	0.05	0.07-	0.0049
المجموع	0.48	مجموع مربع الانحرافات	0.0074
		التباين	0.0025
متوسط العائد(2)	%12	الانحراف المعياري	0.050

استخراج العائد و المخاطرة حسابيا:

أولا: حساب متوسط العائد.

$$\bar{R} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t$$

وبالتطبيق على المثال نجد:

$$\bar{R} = \frac{1}{4}(16\% + 15\% + 12\% + 5\%) = 12\%$$

ثانيا: حساب خطر الاستثمار في أسهم شركة الياسمين.

سنقوم بحساب كل من:

1- التباين (Variance) و يرمز له بـ : σ^2 Sigma Square.

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - \bar{R})^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4-1}[(0.16-0.12)^2 + (0.15-0.12)^2 + (0.12-0.12)^2 + (0.05-0.12)^2] = 0.0025$$

2- الانحراف المعياري (Standard Déviation) و يرمز له بـ :σ.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - \bar{R})^2}$$

$$\sigma = \sqrt{0.0025} = 0.050$$

3- معامل الاختلاف Coefficient De Variation و يرمز له بـ: CV

$$CV = \sigma/\bar{R}$$

$$CV = \frac{0.05}{0.12} = 0.42.$$

مثال تطبيقي:

يبين الجدول الموالي العائد المتوقع من سهم شركة النور في ظل مجموعة من الأوضاع الاقتصادية المحتملة مع درجات احتمال حدوث كل حالة، و المطلوب هو:

- حساب العائد المتوقع من الاستثمار في سهم شركة النور.
- حساب درجة الخطر من الاستثمار في سهم الشركة (التباين، الانحراف المعياري، معامل الاختلاف).

جدول يوضح الأوضاع الاقتصادية و احتمالات حدوثها و معدل العائد المتوقع من السهم في كل حالة:

الحالة الإقتصادية	الاحتمال	عائد السهم
ازدهار	%40	%15
عادي	%50	%10
انكماش	%10	%4

حساب العائد المتوقع و مخاطر السهم (طريقة الجدول):

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عائد السهم	عائد السهم المرجح	انحراف العائد	مربع انحراف العائد	مربع الانحراف المرجح
	(1)	(2)	(3)=(2) * (1)	(4)=(2)-(3)	(5) = ^{2}(4)	(1) * (5)
ازدهار	%40	%15	%6	0.036	0.001	0.00052
عادي	%50	%10	%5	0.014-	0.000	0.00010
انكماش	%10	%4	%0.4	0.074-	0.005	0.00055
	%100	العائد المتوقع (3)	%11		التباين	0.001
					الانحراف المعياري	0.034
					معامل الاختلاف	0.299

إيجاد العائد المتوقع حسابيا:

$$E(R) = R_1P_1 + R_2P_2 + \ldots\ldots\ldots R_nP_n$$

$$E(R) = 0.15 * 0.4 + 0.1 * 0.5 + 0.04 * 0.1 = 11\%$$

حساب التباين:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R)]^2 . P_i$$

$$\sigma^2 = [(0.15 - 0.11)^2 * 0.4 + (0.1 - 0.11)^2 * 0.5 + (0.04 - 0.11)^2 * 0.1] = 0.01$$

حساب الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R)]^2 . P_i}$$

$$\sigma = \sqrt{0.01} = 0.034.$$

حساب معامل الاختلاف:

$$CV = \sigma / E(R)$$

$$CV = 0.034/0.11$$

$$CV = 0.29$$

ملاحظات ختامية مهمة:

إذا كان لدينا أصلان (استثماران) و نرغب في المفاضلة بينهما فإننا نواجه الحالات الآتية:

1-إذا تساوى المشروعان في العائد فانه يتم تفضيل المشروع ذو الخطر الأدنى(تباين وانحراف معياري أقل).

2-إذا تساوى المشروعان في درجة الخطر يتم تفضيل المشروع ذو العائد الأعلى.

3-إذا كان احد المشروعين اكبر من حيث العائد أو المخاطرة فانه يتم الفصل بينهما على أساس معامل الاختلاف بحيث نفضل المشروع ذو معامل الاختلاف الأقل.

مثال تطبيقي:

يرغب صندوق استثماري في تشكيل محفظة استثمارية مكونة من أصلين ماليين بأوزان متساوية و تتمتع باقل درجة خطر،، أمام الشركة 3 أصول (أ) ، (ب)، (ج) ترغب بالاختيار بينها.

الجدول التالي يوضح عوائد الأصول الثلاثة في مجموعة من الحالات الاقتصادية المتوقعة:

عوائد الأصول (أ) ، (ب)، (ج) في الحالات الاقتصادية المتوقعة:

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	العائد المتوقع لكل مشروع		
		(أ)	(ب)	(ج)
ازدهار	%30	%60	%60	%50
عادي	%40	%0	%10	%20
ركود	%30	%10	%20	%10

المطلوب:

ما المحفظة التي تحقق هدف الصندوق في تقليل الخطر إلى أدنى درجة؟

أولا: حساب العائد المتوقع لكل أصل من الأصول الثلاثة:

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عوائد أصول المحفظة			العوائد المتوقعة المرجحة بالاحتمالات		
		(أ)	(ب)	(ج)	(أ)	(ب)	(ج)
ازدهار	%30	%60	%60	%50	%18	%18	%15
عادي	%40	%0	%10	%20	%0	%4	%8
ركود	%30	-%10	-%20	-%10	%3-	%6-	%3-
				$E(R)_p = \sum_{i=1}^{n} W_i E(R_i)$	%15	%16	%20

ثانيا: حساب الانحراف المعياري لكل أصل من الأصول الثلاث.

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عوائد أصول المحفظة			مربعات الانحرافات مرجحة بالاحتمالات		
		(أ)	(ب)	(ج)	(أ)	(ب)	(ج)
ازدهار	%30	%60	%60	%50	%6.08	%5.81	%2.70
عادي	%40	%0	%10	%20	%0.90	%0.14	%0
ركود	%30	-%10	-%20	-%10	%1.88	%3.89	%2.70
				$E(R)_p = \sum_{i=1}^{n} W_i E(R_i)$	%15	%16	%20
				التباين	0.089	0.098	0.054
				الانحراف المعياري	0.297	0.314	0.232

ثالثا: حساب التغاير (الانحراف المشترك).

الانحراف المشترك (كما يدل اسمه) يكون بين عوائد أصلين و في حالة وجود محفظة مكونة من 03 أصول (ا)، (ب)، (ج)، كما في المثال فانه يكون أمامنا حساب:

التغاير بين (ا) و (ب).

التغاير بين (ا) و (ج)

التغاير بين (ب) و (ج).

حساب التغاير بين (ا) و (ب).

$$Pi[(R_A - E(R)_A).(R_B - E(R)_B)]$$

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عوائد أصول المحفظة				$[(R_A - E(R)_A).(R_B - E(R)_B)]$
		(ا)	(ب)	(ا)	(ب)	
	P_i	R_A	R_B	$R_A - E(R)_A$	$R_B - E(R)_B$	
ازدهار	%30	%60	%60	%45	%44	0.05940
عادي	%40	%0	%10	%15-	%6-	0.00360
ركود	%30	%10-	-%20	%25-	%-36	0.02700
	العائد المتوقع	%15	%16		الانحراف المشترك	0.09

حساب التغاير بين(ا) و (ج):

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عوائد أصول المحفظة				$[(R_A - E(R)_A).(R_B - E(R)_B)]$
		(ا)	(ج)	(ا)	(ج)	
	P_i	R_A	R_c	$R_A - E(R)_A$	$R_c - E(R)_c$	
ازدهار	%30	%60	%50	%45	%30	0.04050
عادي	%40	%0	%20	%15-	%0	0
ركود	%30	%10-	-%10	%25-	%-30	0.02250
	العائد المتوقع	%15	%20		الانحراف المشترك	0.063

حساب التباين المشترك بين (ب) و (ج):

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عوائد أصول المحفظة				$[(R_A - E(R)_A).(R_B - E(R)_B)]$
		(ب)	(ج)	(ب)	(ج)	
	P_i	R_B	R_C	$R_B - E(R)_B$	$R_C - E(R)_C$	
ازدهار	%30	%60	%50	%44	%30	0.03960
عادي	%40	%10	%20	%6-	%0	0.00000
ركود	%30	%20-	%10-	%36 -	%-30	0.03240
	العائد المتوقع	%16	%20		الانحراف المشترك	0.072

حساب الانحراف المعياري للمحافظ الثلاث:

$$\sigma_{(A,B)} = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_AW_BCOV_{(A,B)}}$$

علما أن الأوزان النسبية هي 50%، 50% (كما هو محدد في المثال).

$$W_A=0.5 \; ; \; W_B=0.5$$

حساب الانحراف المعياري للمحفظة الأولى (ا) و ب):

$$\sigma_{(A,B)} = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_AW_BCOV_{(A,B)}}$$

$$\sigma_{(A,B)} = \sqrt{0.5^2 0.29^2 + 0.5^2 0.31^2 + 2 * 0.5 * 0.5 * 0.09}$$

$$\sigma_{(A,B)} = 0.303$$

حساب الانحراف المعياري للمحفظة (ا) و (ج):

$$\sigma_{(A,C)} = \sqrt{0.5^2 0.29^2 + 0.5^2 0.23^2 + 2 * 0.5 * 0.5 * 0.06}$$

$$\sigma_{(A,C)} = 0.258$$

حساب الانحراف المعياري للمحفظة (ب) و (ج):

$$\sigma_{(B,C)} = \sqrt{0.5^2 0.31^2 + 0.5^2 0.23^2 + 2 * 0.5 * 0.5 * 0.07}$$

$$\sigma_{(B,C)} = 0.271$$

المقارنة بين المحافظ من حيث المخاطر:

بعد حساب الانحراف المعياري للمحافظ الثلاث الممكنة نجد أن المحفظة المثلى التي تحقق أدنى درجة خطر هي المحفظة المكونة من الأصلين (ا) و (ج) وهي ذات اقل انحراف معياري.

مثال تطبيقي:

يوضح الجدول التالي عوائد سهم شركة النور وعوائد السوق للفترة 2014/2010.

المطلوب: حساب قيمة β لسهم شركة النور.

الجدول: عوائد سهم شركة النور و عوائد السوق للفترة 2014/2010.

السنة	عائد سهم النور	عائد السوق
2010	%4	%8
2011	%6	%4
2012	%2-	%2-
2013	%3	%2
2014	%4	%2-

الحل النموذجي:

مجموع العوائد	%15	%10
متوسط العائد	%3	%2

ثانيا: حساب التباين المشترك بين عوائد السهم وعوائد السوق.

$$COV_{(A,B)} = \frac{1}{1-n}\sum (R_A - \bar{R}).(R_B - \bar{R})$$

السنة	عائد السهم	عائد السوق	انحراف عائد السهم	انحراف عائد السوق	ضرب الانحرافين
2010	%4	%8	%1	%6	%0.060
2011	%6	%4	%3	%2	%0.060
2012	%2-	%2-	%5-	%4-	%0.200
2013	%3	%2	%0	%0	0.000-
2014	%4	%2-	%1	%4-	%0.040-
متوسط العائد	%3	%2		**مجموع ضرب الانحرافات**	0.0028
				التغاير	0.0007

ثالثا: حساب تباين عوائد السوق:

السنة	عائد السوق	انحراف عائد السوق	مربع انحراف عوائد السوق
2010	%8	%6	%0.360
2011	%4	%2	%0.040
2012	%2 -	%4-	%0.160
2013	%2	%0	%0.000
2014	%2-	%4-	%0.160
متوسط العائد	%2	مجموع مربعات الانحرافات	0.0072
		التباين	0.0018

ثالثا: حساب قيمة بيتا β :

$$\beta = \frac{COV_{(A,M)}}{\sigma_M^2}$$

$$\beta = \frac{0.0007}{0.0018} = 0.39$$

القيمة أعلاه تعني أنه في حالة ارتفاع عائد السوق بنسبة 1% فان عائد السهم سيرتفع بـ : 39%.

نأخذ المثال التالي:

يريد مستثمر تشكيل محفظة استثمارية مكونة من أسهم كل من شركتي «الياسمين"، "النور" و "بنك البركة"، الجدول الموالي يوضح المبلغ المستثمر في كل سهم وبيتا β الأسهم الثلاث.

المطلوب: إيجاد قيمة β للمحفظة؟

الأصل	حجم الاستثمار	قيمة β للسهم
الياسمين	50000	0.4
النور	100000	0.7
البركة	50000	0.5
قيمة المحفظة	200000	

حل المثال التطبيقي:

الحالات التي تأخذها قيمة (β):

الأصل	حجم الاستثمار	قيمةβ للسهم	الوزن النسبي للاستثمار W_i	β المرجحة.
الياسمين	50000	0.4	0.25	0.1
النور	100000	0.7	0.5	0.35
البركة	50000	0.5	0.25	0.125
قيمة المحفظة	200000		βالمحفظة	0.575

مثال تطبيقي رقم (1): إذا توفرت لديك المعلومات التالية عن سهم شركة النور:

- ✓ β السهم : 1.5
- ✓ عائد السوق: 8%.
- ✓ العائد الخالي من الخطر (سعر فائدة سندات الخزينة): 4%

المطلوب: احسب العائد المتوقع للسهم عن طريق استخدام CAPM ؟

الحل النموذجي:

$$E(R) = R_f + \beta(R_M - R_f)$$

$$E(R) = 4\% + 1.5(8\% - 4\%)$$

$$E(R) = 9.6\%$$

إذن فالعائد المتوقع لسهم شركة النور هو 9.6%.

مثال تطبيقي رقم (02):

إذا كان معدل العائد على الاستثمارات عديمة المخاطرة 10% وعائد محفظة السوق 15% ومعامل بيتا β لأسهم شركة الياسمين 1.

المطلوب: ما هو معدل العائد المتوقع لسهم شركة الياسمين؟

الحل النموذجي:

$$E(R) = R_f + \beta(R_M - R_f)$$

$$E(R) = 10\% + 1(15\% - 10\%)$$

$$E(R) = 15\%$$

إذن العائد المتوقع لشركة الياسمين هو 15%.