

Technologie topographique et calculs topométriques

TOP 323

Module 3

Notions de topographie et topométrie

Responsable du cours :

Louis Ramel NGOUAJIO M.
*Ingénieur Géodésien Topographe,
Géomètre Expert*

ramelmezatio@gmail.com



**Ecole Nationale Supérieure des Travaux Publics
(ENSTP)**

Département de Topographie

Session d'hiver 2015

Prémière édition Février 2015

Table des matières

Introduction	4
Objectifs	4
3. Généralités et définitions	5
3.1. Le levé topographique	5
3.2. Les calculs topométriques	5
3.3. Les dessins topographiques	6
3.4. Les projets d'aménagement.....	9
3.5. Les implantations	9
3.6. Le suivi et contrôle des ouvrages	9
3.2. Différentes phases de la topographie	10
3.3. Les outils de la topographie	11
3.3.1. Les appareils	11
3.3.2. les erreurs	11
3.3.3. les méthodes de mesure	11
3.3.4. les méthodes de de calculs et graphiques	11
3.3.5. l'aspect réglementaire	11
3.4. Définitions de la topographie	12
3.5. Buts de la topographie	12
3.6. Système de coordonnées dans le plan de projection	14
3.6.1. Coordonnées planes rectangulaires	14
3.6.2. Coordonnées polaires	15
3.7. Orientation des lignes de référence sur la surface de la terre	15
3.7.1. Angle de direction ou gisement	16
3.7.1.1 Qu'est ce qu'un gisement?	16
3.7.1.2. Gisement direct et gisement inverse	16
3.7.1.3. La course	17
3.7.1.4. Les relations entre le gisement et la course.....	17
3.7.1.5. Gisement d'origine G_0	19
3.7.1.6. Relations gisement-lecture	19
3.7.2. Orientation d'une direction.....	19
3.7.2.1. Définitions.....	19
3.7.2.2. Relations entre les angles orientes	20
3.8 Calcul du gisement et de la distance entre 2 points	20
3.8.1. conversion polaires ->Rectangulaires.....	20
3.8.2. Conversion rectangulaires -> polaires.....	22

3.8.3. G_0 et rayonnement	23
Application 1 : Calcul de V_0 et rayonnement	23
3.9. Cheminement polygonal	24
3.9.1. Définition et principe	24
3.9.2. Orientation d'un cheminement.....	25
3.9.2.1. Transmission des gisements.....	25
3.9.2.2. Ecart de fermeture.....	27
3.10. Calcul de superficies.....	27
3.10.1. Principe.....	27
3.10.2. Calcul de superficies par coordonnées polaires	28
3.10.3. Calcul de superficie par coordonnées planes rectangulaires	29
3.10.4. Applications de calcul de superficies	30
3.10.4.2. Application 2: calcul de superficies par coordonnées rectangulaires	30
3.10.4.2. Application 3: calcul de superficies par coordonnées polaires	31
Référence	32

Introduction

Ce module présente les différentes opérations de topographie et topométrie

Objectifs

Au terme de ce module, vous serez en mesure de:

- Définir de manière concrète la topographie, si possible en ces propres termes ;
- Donner le but de la topographie ;
- Connaître les différents types d'échelles, de plans et cartes topographiques;
- Connaître les différents éléments d'un plan ou d'une carte.
- Connaître les différentes lignes de référence (Azimut magnétique, azimut géographique, gisement...);
- Connaître et définir un gisement, un gisement d'origine et un rayonnement ;
- Connaître et définir la course et la relation entre la course et le gisement ;
- Connaître les conversions de coordonnées (polaires et rectangulaires) ;
- Calcul de superficies par coordonnées polaires et rectangulaires ;
- Connaître et définir le lever topographique ;
- Connaître les types de cheminement et savoir calculer un cheminement ;

3. Généralités et définitions

La topographie, est la technique qui a pour l'objet l'exécution, l'exploitation et le contrôle des observations concernant la position planimétrique et altimétrique, la forme, les dimensions et l'identification des éléments concrets, fixes et durables, existant à la surface du sol à un moment donné ; elle fait appel à l'électronique, à l'informatique et aux constellations de satellites.

La planimétrie est la représentation en projection plane de l'ensemble des détails à deux dimensions du plan topographique ; par extension, c'est aussi l'exécution des observations correspondantes et leur exploitation.

L'altimétrie est la représentation du relief sur un plan ou une carte ; par extension, c'est aussi l'exécution des observations correspondantes et leur exploitation.

Les travaux topographiques peuvent être classés en six grandes catégories suivant l'ordre chronologique de leur exécution : le levé topographique, les calculs topométriques, les dessins topographiques, les projets d'aménagement, les implantations, le suivi et contrôle des ouvrages.

3.1. Le levé topographique

Le lever topographique est l'ensemble des opérations destinées à recueillir sur le terrain les éléments nécessaires à l'établissement d'un plan ou d'une carte.

Le **lever de détails** est l'ensemble des opérations intervenant dans un levé topographique et consistant à déterminer à partir des points du canevas d'ensemble polygonal ou de détails, la position des différents objets d'origine naturelle ou artificielle existant sur le terrain. Le **levé**, nom donné au document résultant d'un lever, est destiné, éventuellement après traitement numérique, à l'établissement de plans graphiques ou numériques : c'est la phase de **report**.

Un levé est réalisé à partir d'observations : actions d'observer au moyen d'un instrument permettant des mesures ; par extension, « les observations » désignent souvent les résultats de ces mesures.

La phase d'un levé topographique, ou d'une implantation, qui fournit ou utilise les valeurs numériques de tous les éléments planimétriques et altimétriques est appelée *topométrie* ; généralement, la topométrie est la technique de levé ou d'implantation mise en œuvre aux grandes et très grandes échelles graphiques ou numériques : c'est la phase de report.

3.2. Les calculs topométriques

Ils traitent numériquement les observations d'angles, de distances et de dénivelées, pour fournir les coordonnées rectangulaires planes : abscisse E, ordonnée N et les altitudes H des points du terrain, ainsi que les superficies ; en retour, les calculs topométriques exploitent ces valeurs pour déterminer les angles, distances, dénivelées non mesurées, afin de permettre notamment les implantations.

3.3. Les dessins topographiques

Une carte est une représentation conventionnelle, généralement plane en positions relatives, de phénomènes concrets ou abstraits, localisables dans l'espace. La carte permet de montrer les variations et les développements des phénomènes dans le temps ainsi que leur facteur de mouvement et de déplacement dans l'espace.

Un plan ou dessin topographique est une représentation conventionnelle du terrain à grande échelle.

L'*échelle* d'un plan ou d'une carte est le rapport constant entre une distance mesurée sur le papier et la distance homologue du terrain : $P/T = 1/E$.

On distingue trois types d'échelles :

- Petite échelle : $100\ 000 \leq E$
- Moyenne échelle : $10\ 000 \leq E \leq 100\ 000$
- Grande échelle : $E < 10\ 000$, en général 1/5000, 1/2000, 1/1000, l'appellation « très grande échelle » s'appliquant plutôt au 1/500, 1/200, 1/100, 1/50.

Une échelle peut se représenter sous deux (02) formes :

- Forme numérique ; elle s'exprime généralement sous la forme d'une fraction dont le numérateur est 1, le dénominateur donnant alors la mesure sur le terrain de la longueur prise comme unité sur la carte. Cette échelle numérique est de la forme $\frac{1}{200000}, \frac{1}{25000}$. Depuis l'adoption du système métrique, on a admis que le dénominateur devrait être de la forme « $n * 10^3$ », ceci facilite l'usage courant puisque dans ce cas « 1mm » représente « n mètres » sur le terrain ; elle se note donc : $1/n \times 10^3$.

Pour matérialiser l'échelle de façon explicite et pour faciliter les mesures, il est d'usage de faire figurer sur la carte une échelle graphique

- Forme graphique, elle comporte généralement une ligne simple divisée en parties égales représentant le sur la carte, l'unité de terrain choisie, par exemple le km. La graduation va de gauche à droite et à gauche du zéro une partie appelée « talon » est subdivisée en sous multiples de l'unité, par exemple en hectomètres (hm).

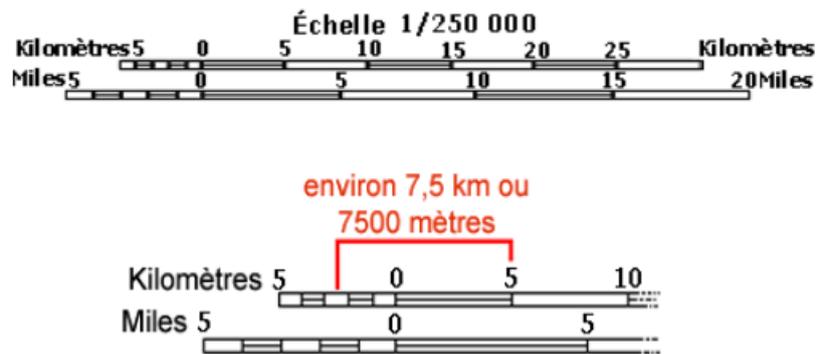


Figure 3.1:exemples d'échelles graphiques

Selon le mode des données et le mode de traitements numériques et graphiques mis en œuvre, on peut distinguer trois (3) types de plans :

- Le *plan graphique* représentation obtenue en reportant les divers éléments descriptifs du terrain sur un support approprié quel que soit le mode d'établissement. Etabli par « dessin du trait », sa précision d'exploitation est au mieux de 0.1mm, valeur qui conditionne la précision des observations (à l'échelle 1/100 les dimensions du terrain inférieures à 10 cm ne peuvent être représentées) et en aval leur exploitation (l'échelle 1/1000 il est illusoire d'espérer évaluer une distance du terrain à mieux que le décimètre) ; définition donnée par le *cahier de charges techniques générales (CCTG50)*
- Le *plan numérique* est le fichier informatique des coordonnées des points et des éléments descriptifs du terrain, quel que soit le mode d'établissement ; ce fichier autorise le dessin du plan à différentes échelles à l'aide de traceurs de Dessin Assisté par Ordinateur (DAO), la précision, indépendante de l'échelle, étant au mieux celle de la saisie des données ;
- Le plan numérisé est un plan numérique dont une partie des données provient d'un plan graphique.

L'appellation *plan topographique* s'applique généralement au plan qui représente les éléments planimétriques apparents, naturels ou artificiels, du terrain et porte la représentation conventionnelle de l'altimétrie ; il a une *qualité géométrique*, c'est-à-dire un degré d'adéquation aux besoins exprimés ou implicites de la géométrie d'une image par rapport au système de référence utilisé. Les plans topographiques ont des finalités très diverses ; c'est souvent leur destination qui imposera la précision du lever et le choix des détails.

Il existe différents types de cartes et de plans comme résumé dans le tableau ci-dessous fonction de l'échelle du dessin :

Echelle	Finalité
1/1 000 000 à 1/500 000	Cartes géographiques
1/250 000 à 1/100 000	Cartes topographiques à petite échelle
1/50 000, 1/25 000 à 1/20 000	Cartes topographiques à moyenne échelle (INC)
1/10 000	Cartes topographiques à grande échelle
1/5000	Plans topographiques d'études, plans d'urbanisme
1/2 000	Plans d'occupation de sols, descriptifs parcellaires
1/1 000, 1/500	Plans parcellaires, cadastres urbains
1/200	Plans de voirie, d'implantation, de lotissement
1/100	Plans de propriété, plan de masse
1/50	Plans d'architecture, de coffrage...

Sur les plans ou cartes topographiques, vous devez toujours rechercher ou mettre les renseignements suivants:

- le **nom** de la zone ou du terrain représenté et/ou la désignation du type de projet dans le cadre duquel il doit être utilisé;
- **l'emplacement exact** du terrain;
- **la projection et l'ellipsoïde utilisés**
- le **nom de la personne ou des personnes** qui ont effectué les levés topographiques sur lesquels reposent le plan ou la carte;
- la (les) **date d'édition ou (s) d'établissement** des levés, l'indication du type de levé, et de la source des données;
- **Les quadrillages** (géographique : donnant les coordonnées géographiques d'un point ; longitude, latitude. Kilométrique : donnant les coordonnées rectangulaires planes X ou E et Y ou N d'un point dans un système de projection UTM et un ellipsoïde WGS84 par exemple).

- **La planimétrie** (phénomènes physiques, biologiques, humains, qu'ils soient naturels ou artificiels)
- la **direction du nord magnétique**; la déclinaison magnétique (en fonction du lieu et du temps)
- **l'échelle** du plan ou de la carte (elle peut être numérique ou graphique)
- **Le relief**, représenté par les courbes de niveau, les points cotés et les lignes spéciales (talus, escarpement...), l'équidistance des courbes de niveau, si la carte indique le relief vertical.
- **La légende** (donnant la signification des signes conventionnels utilisés, en bref une description des symboles de représentation graphique).

3.4. Les projets d'aménagement

Ce sont les projets qui modifient la planimétrie et l'altimétrie d'un terrain: aménagements fonciers comme le remembrement avec les travaux connexes, lotissements avec l'étude de voirie et réseaux divers (VRD), tracés routiers et ferroviaires, gestion des eaux : drainage, irrigation, canaux, fossés, etc.

3.5. Les implantations

Les projets d'aménagement sont des « produits intellectuels », établis généralement à partir de données topographiques, qui doivent être réalisés sur le terrain. Pour ce faire, le topographe implante, autrement dit met en place sur le terrain, les éléments planimétriques et altimétriques nécessaires à cette réalisation.

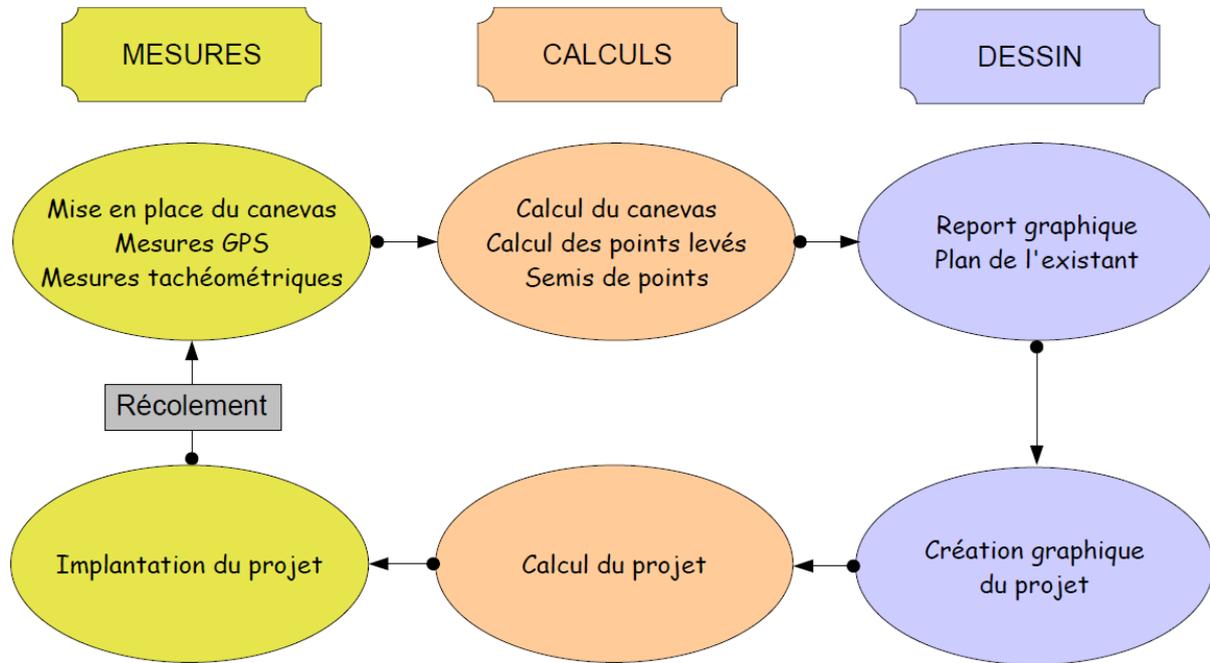
3.6. Le suivi et contrôle des ouvrages

Les ouvrages d'art une fois une fois construits demandent souvent un suivi, c'est-à-dire une *auscultation*, à intervalles de temps plus ou moins réguliers suivant leur destination ; digues, ponts, affaissements, etc. Les travaux topographiques correspondants débouchent généralement sur les mesures des variations des coordonnées ENH de points rigoureusement définis, suivies de traitements numériques divers constatant un état et prévoyant une évolution.

Les travaux topographiques sont très informatisés, à la fois par des progiciels, programmes standards répondant à des besoins prédéfinis aux quels l'utilisateur doit s'adapter, et par des logiciels programmes spécifiques adaptés aux besoins propres de l'utilisateur.

3.2. Différentes phases de la topographie

Les travaux topographiques s'organisent en 3 grandes étapes: Les mesures, les calculs et le dessin comme le présente l'organigramme ci-dessous:



Lors de travaux topographiques, on définit 3 phases obligatoires :

1	2	3
Définir un système de référence	Mettre en place et mesurer un canevas	Mesurer ou positionner les points de détail
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Système de référence général ou système local ▪ Réseaux de points géodésiques et altimétriques (repères de nivellement) ▪ Carte topographique (papier ou numérique) <ul style="list-style-type: none"> ▪ Logiciels de transformation de coordonnées (ex : CIRCE) ▪ Altérations linéaires <ul style="list-style-type: none"> ▪ etc... 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Canevas planimétrique par mesures GNSS ou par méthodes "classiques" (relèvement, intersection, multilatération, cheminement polygonal, etc...) ▪ Canevas altimétrique par mesures de nivellements direct, indirect ou par mesures GNSS <ul style="list-style-type: none"> ▪ etc... 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lever par rayonnement, par abscisses et ordonnées, par mesures GNSS, etc... ▪ Orientation du lever (G0 des stations, orientations) ▪ Cheminements polygonaux secondaires <ul style="list-style-type: none"> ▪ Codification ▪ Implanter des points <ul style="list-style-type: none"> ▪ etc...

Système (géodésique) de référence : repère tridimensionnel géocentrique dans lequel sont positionnés tous les points de la surface terrestre.

Canevas : ensemble de points repartis sur l'ensemble de la surface à lever qui servent de points d'appui pour le lever des points de détail. La précision du canevas doit être au moins égale à celle du lever.

Points de détail (ou détails) : ensemble des points levés, ces points représentant tous les éléments fixes et durables à la surface du sol.

3.3. Les outils de la topographie

La topographie nécessite la connaissance de nombreux outils dans les domaines techniques (appareils de mesure), mathématiques (géométrie, calculs), réglementaires, statistiques (calcul d'erreurs)

3.3.1. Les appareils

- Niveaux ;
- théodolites, tachéomètres, stations totales ;
- IMEL : Instrument de Mesure Electronique des Longueurs ;
- scanner 3D ;
- récepteurs GNSS ;
- petits matériels : chaînes, disto ou lasermètre, équerres optiques,...

3.3.2. les erreurs

- erreurs systématiques : mesurables et pouvant être éliminées ;
- erreurs accidentelles : quantifiables mais ne pouvant pas être éliminées – précision des appareils ;
- Chaque appareil a une précision donnée (erreurs accidentelles) et engendre des erreurs systématiques.
- Il faut ainsi connaître leur utilisation mais également les méthodes pour les contrôler et les étalonner.

3.3.3. les méthodes de mesure

- en planimétrie : le rayonnement (angles, distances), les abscisses et ordonnées, le GNSS, etc...
- en altimétrie : nivellement direct, nivellement indirect, mesures GNSS.

3.3.4. les méthodes de calculs et graphiques

- outils géométriques et trigonométriques ;
- raccordements : circulaires, paraboliques, clothoïdes ;
- surfaces et volumes: mesures, divisions ;
- représentation du relief : courbes de niveau, profils en long et en travers, MNT.

3.3.5. l'aspect réglementaire

- textes réglementaires : lois, codes, arrêtés, décrets, préconisations professionnelles, etc...
- contrôle qualité : normes de qualité.

3.4. Définitions de la topographie

- a) Selon l'étymologie : topographie vient du grec « **topos** » qui signifie « **lieu** » et **graphein** qui signifie « **décrire** », en première approche on peut donc dire que ***l'objectif de la topographie est de décrire le lieu.***
- b) Selon le lexique de l'AFT (Association Française de Topographie) : « ***technique qui a pour objet l'exécution, l'exploitation et le contrôle des observations concernant la position planimétrique et altimétrique, la forme, les dimensions et l'identification des éléments concrets, fixes et durables à la surface du sol à un moment donné.*** »
- c) Michel BRABANT dans son ouvrage « *Maîtriser la topographie ; des observations aux plans* » à la page 23 complète la définition de l'AFT en ajoutant : « (...) identification ***des objets géographiques***, (...) à un moment donné ; ***elle fait appel, à l'électronique, à l'informatique et aux constellations de satellites.***
- d) En définitive, la topographie est la représentation graphique d'un lieu sur le papier : l'opération correspondante implique des mesures de distances et d'angles pour les raisons suivantes :
- (1) la détermination de la position planimétrique des points de la surface terrestre,
 - (2) la détermination de l'élévation ou hauteur des points au-dessus ou en dessous d'une surface de référence telle le niveau moyen de la mer (géoïde),
 - (3) la détermination de la configuration du terrain ou le relief,
 - (4) la détermination de la direction des lignes et phénomènes naturels,
 - (5) la mesure des distances entre les points, la délimitation des frontières, et la détermination des surfaces et volumes.

Ces mesures qui constituent le lever topographique, aboutissent à l'élaboration d'une minute de levé (plan).

3.5. Buts de la topographie

Pour une bonne représentation le terrain est étudié sous deux aspects :

- *En planimétrie* : mesures de distances, d'angles et de directions, d'éléments nécessaires pour la reproduction sur papier des projections horizontales des phénomènes et détails du terrain.

- *En altimétrie* : mesure de hauteurs dans le plan vertical des points de la nature pour définir les irrégularités du sol les mouvements du terrain, le relief.

Il est intéressant de faire cette représentation du terrain pour deux raisons :

- 1) Le lever topographique constitue une fin en soi : c'est le cas des levés à très grandes échelles des zones très limitées en surface. La minute de levé est reproduite directement en quelques exemplaires monochromes (une seule couleur) appelés plans topographiques pouvant servir à des fins variées :
 - Définir les limites de propriétés (plans cadastraux)
 - Implanter des ouvrages de génie civil : ponts, barrages, etc.
 - Implanter des bâtiments (plans d'alignement, plans d'urbanisme, etc.)
- 2) Le lever topographique sert à l'établissement des cartes dont chaque feuille est reproduite en un grand nombre généralement polychromes. Ces levés donnent une vue d'ensemble du terrain couvrant alors une surface étendue : cela peut être un pays par exemple. Après l'exécution des levés, on procède à des opérations cartographiques. La carte issue directement des levés topographiques (*lever direct sur le terrain ou lever photogrammétrique*) est la *carte de base du pays* ; on en tire des cartes dérivées à plus petites échelles. Dans tous les cas, le lever topographique a besoin d'être appuyé sur *un canevas de points géodésiques* (c'est l'ensemble des points connus en planimétrie et/ou en altimétrie avec une précision absolue homogène).

Comme souvent, il est pratique de partir de la finalité pour remonter aux techniques mises en œuvre et les justifier ainsi.

En schématisant, on peut dire que la topographie a pour objectifs principaux de permettre l'établissement de cartes et de plans graphiques sur lesquels sont représentées, sous forme symbolique, toutes les informations ayant trait à la topologie du terrain et à ses détails naturels et artificiels. Cette cartographie de données existantes permettra par exemple de s'orienter sur le terrain ou bien d'étudier un projet de construction.

En quoi consiste donc la Topographie ?

Les procédés topographiques permettent de mesurer les détails de la surface de la terre et d'établir des cartes et des plans afin de les représenter. Il s'agit soit *d'objets naturels* tels que plaines, collines, montagnes, cours d'eau, formations rocheuses ou forêts, soit *d'objets créés par l'homme*, tels chemins de fer, routes, bâtiments, villages ou étangs d'élevage. Une carte topographique peut également indiquée la pente du terrain. En effet, elle mentionne les points dont le niveau est élevé et ceux dont le niveau est bas, mais aussi la pente entre ces mêmes points.

La profession de géomètre consiste à effectuer des mesures topographiques et à les inscrire sur des cartes, des tableaux et des plans. Cela peut comprendre plusieurs opérations :

- L'arpentage se borne à évaluer des surfaces

- Le levé des plans est destiné à représenter des surfaces
- Le nivellement a pour but de déterminer l'élévation des différents points du terrain

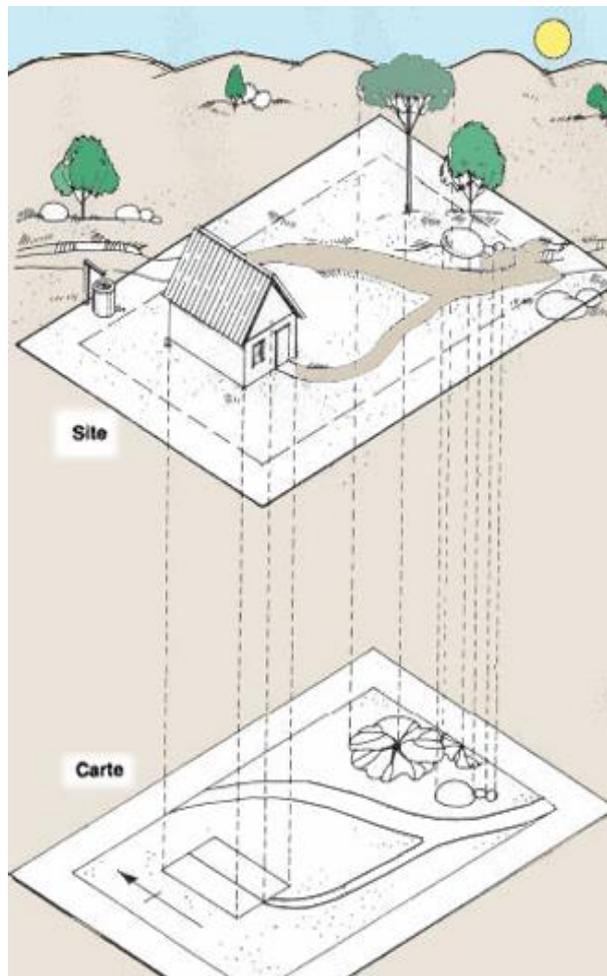


Figure 2.2 : Représentation des objets sur une carte

3.6. Système de coordonnées dans le plan de projection

Il existe différentes façons pour déterminer la position d'un point dans le plan. Dans le cadre de notre cours, nous étudierons principalement les coordonnées rectangulaires et les coordonnées polaires.

3.6.1. Coordonnées planes rectangulaires

Pour représenter la surface de la terre sur une carte ou un plan, il faut effectuer une projection des points de cette surface (ellipsoïde) sur un plan, un cône, un cylindre...

Les points sont alors définis par leurs coordonnées planes (coordonnées dites « en projection »)

Les coordonnées planes sont les coordonnées des points de la surface terrestre représentées sur un plan. Elles sont donc en deux (2) dimensions.

Elles sont définies par rapport à des axes de référence qui varient suivant la projection utilisée.

Les abscisses sont appelées coordonnées **Est** et notées **E**.

Les ordonnées sont appelées coordonnées **Nord** et notées **N**.

On utilise encore régulièrement les notations X et Y, mais celles-ci sont à proscrire pour éviter une confusion avec les coordonnées cartésiennes géocentriques. En géodésie, les coordonnées planes sont appelées Est (E) et Nord (N). Dans ce cours, on utilisera les notations X et Y pour faire le lien avec les notations mathématiques habituelles. (fig3.3)

Un point P connu en coordonnées planimétriques n'est pas transportable à la surface de la terre car il manque une dimension pour l'élévation.

En topographie, on utilise principalement les altitudes avec les coordonnées planes.

- **L'altitude**

L'altitude d'un point est la distance verticale qui le sépare d'une surface de référence appelée géoïde. L'altitude du point P mesurée suivant la verticale du lieu au-dessus du géoïde (surface de niveau zéro). L'altitude est notée **H** (la notation **Z** est encore utilisée, mais à proscrire).

3.6.2. Coordonnées polaires

Le point est défini par sa distance à un point fixe appelé pôle, et par son angle par rapport à une référence. (fig. 3.3)

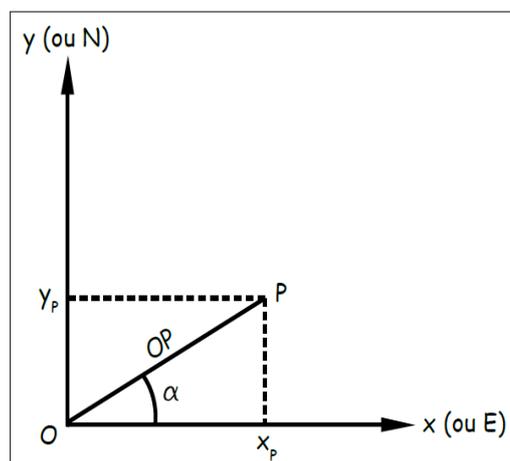


Figure 3.3: Coordonnées rectangulaires et polaires

3.7. Orientation des lignes de référence sur la surface de la terre

3.7.1. Angle de direction ou gisement

3.7.1.1 Qu'est ce qu'un gisement?

Le gisement est l'angle formé par la direction orientée AB avec l'axe parallèle à l'axe des ordonnées (axe Y) de la représentation.

Les gisements sont comptés positivement de 0 à 400 grades dans le sens des aiguilles d'une montre.

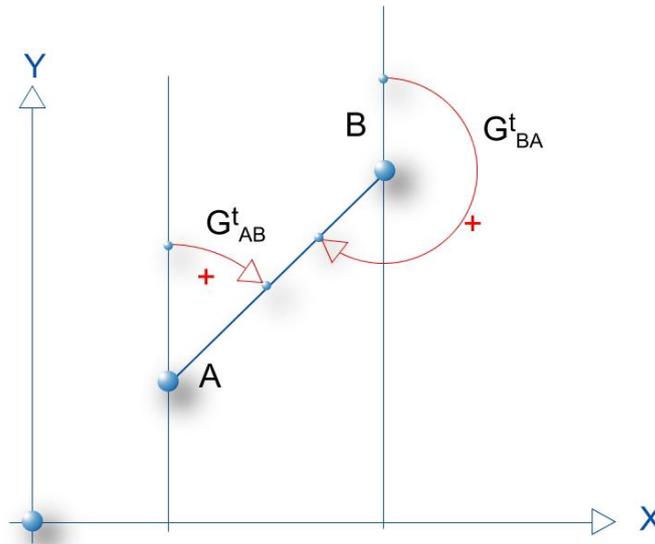
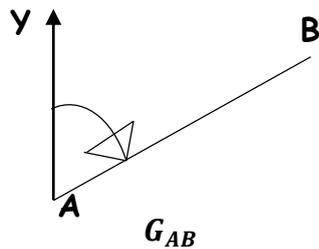


Figure 3.4: Gisement d'une direction

3.7.1.2. Gisement direct et gisement inverse

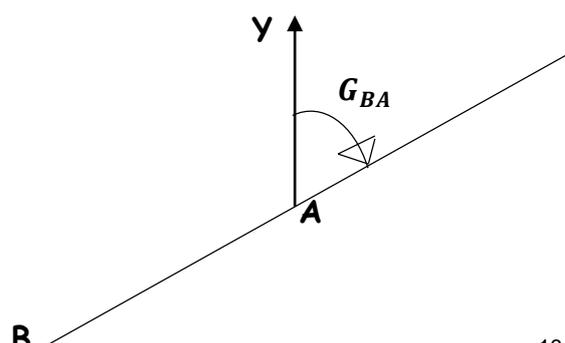
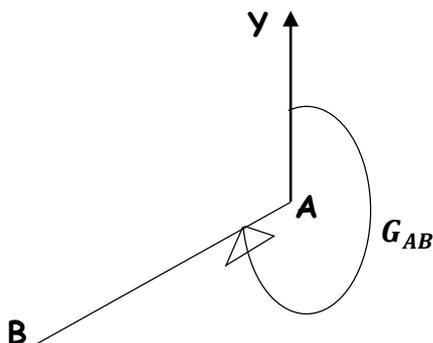
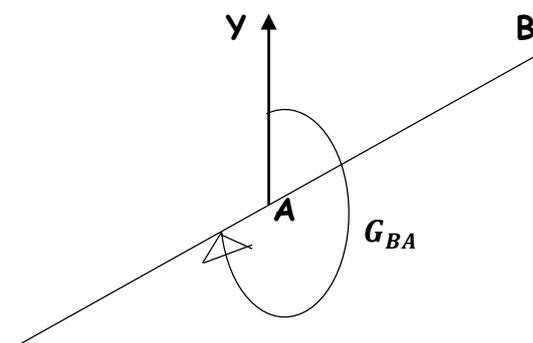
Par rapport au gisement d'une direction AB, appelé *gisement direct* G_{AB} , le gisement de la direction opposée BA est appelé gisement inverse G_{BA}

- G_{AB} compris entre 0 et 200 gon



$$G_{BA} = G_{AB} + 200 \text{ gon}$$

- G_{AB} compris entre 200 et 400 gon



$$G_{BA} = G_{AB} - 200gon$$

En définitive : $G_{BA} = G_{AB} \pm 200gon$

3.7.1.3. La course

La course d'une ligne est l'angle aigu (0° à 90°) qu'on mesure à partir de la direction du Nord ou Sud du méridien et vers l'est ou l'ouest jusqu'à la ligne considérée. Par convention on représente la course par la lettre « N. » ou « S. » qu'in inscrit devant la valeur de l'angle et par la lettre « E. » ou « O. », après la valeur de l'angle par exemple à la figure 3.5. Ci-dessous, on a :

Course AB= N.50°E. ;

Course AC= S.60°E. ;

Course AD= S.20°O. ;

Course AE= N.70°O. ;

Course AD= S.20°O. ;

Course AE=N.70°O. ;

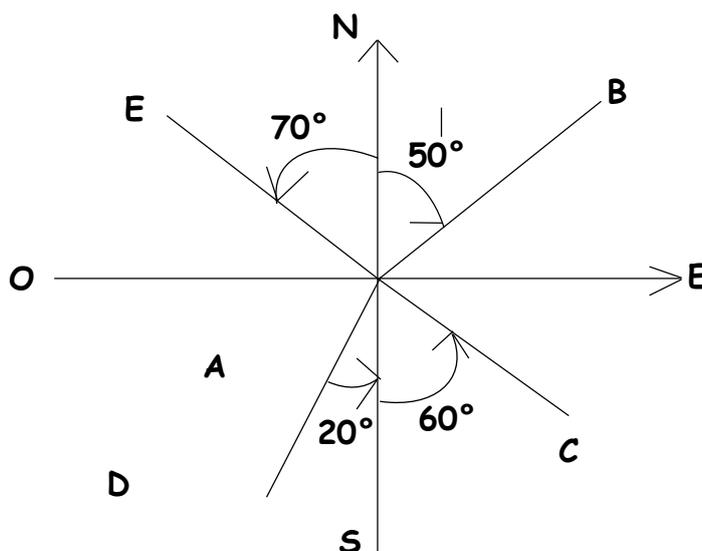


Figure 3.5: La course des lignes

3.7.1.4. Les relations entre le gisement et la course

Voyons les quatre cas courants de même que les cas limites qui illustre les relations entre le gisement et la course (voir fig.3. 6)

1^{er} cas (a): si $0^\circ < G_{AB} < 90^\circ$, alors la course AB = N.G E.

2^{eme} cas (b): si $90^\circ < G_{AB} < 180^\circ$, alors la course AB = S.(180°-G) E.

3^{eme} cas (c): si $180^\circ < G_{AB} < 270^\circ$, alors la course AB = S.(G-180°) O.

1^{er} cas (d): si $270^\circ < G_{AB} < 360^\circ$, alors la course AB = N.(360°-G) O.

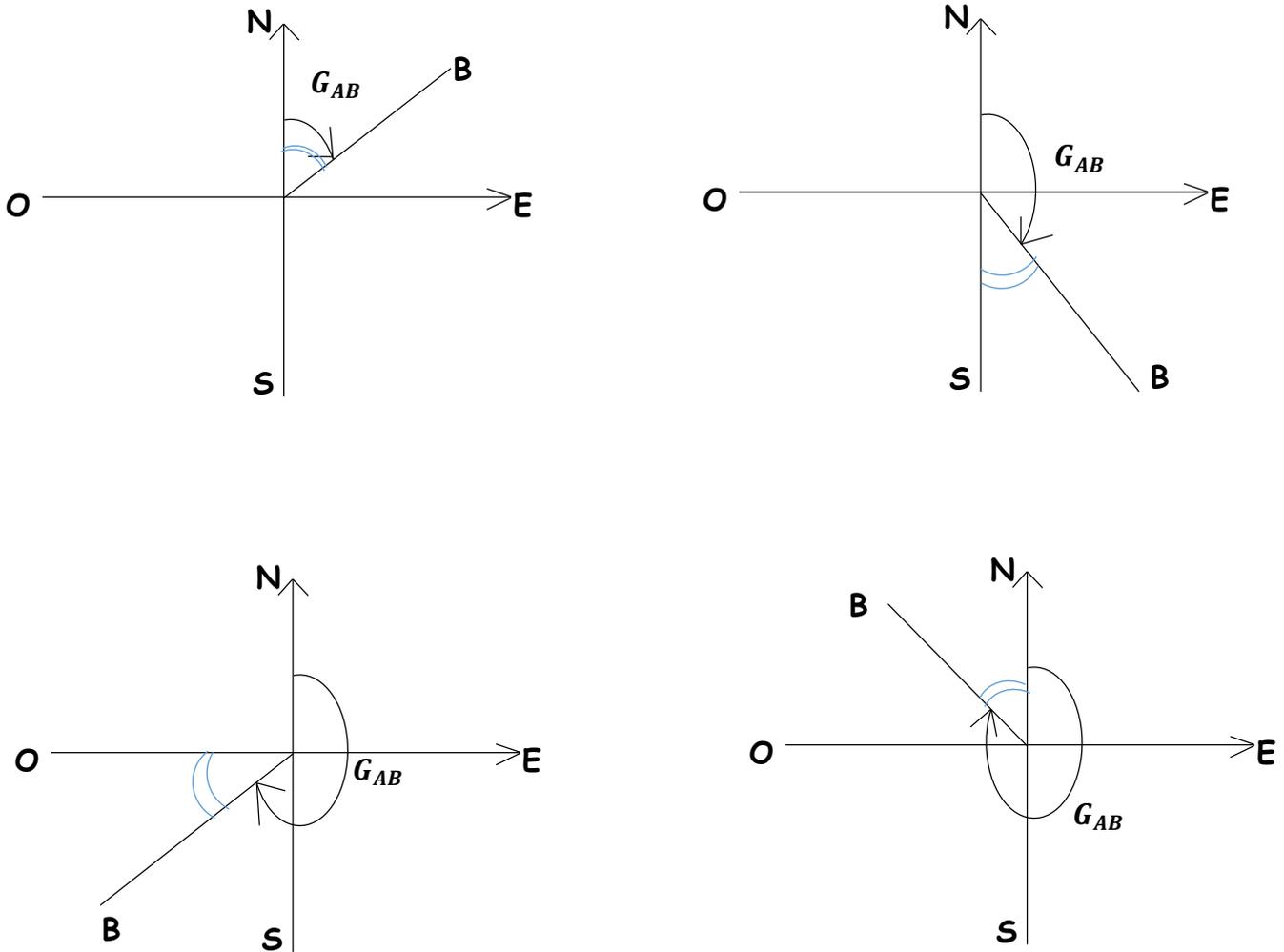


Figure 3.6: Les relations entre le gisement et la course

NB : G_{AB} Représente le gisement de la direction AB

Cas limites :

- Si $G_{AB} = 0^\circ$, alors la course AB= N.0°E. ou N.0°O. ou franc nord.
- Si $G_{AB} = 90^\circ$, alors la course AB= N.90°E. ou S.90°E. ou franc est.
- Si $G_{AB} = 180^\circ$, alors la course AB= S.0°E. ou S.0°O. ou franc sud.
- Si $G_{AB} = 270^\circ$, alors la course AB= S.90°O. ou N.90°O. ou franc ouest.

3.7.1.5. Gisement d'origine G_0

Le gisement d'origine G_0 (ou V_0) représente la direction (gisement) de la lecture $l_0 = 0$ gon du limbe d'un goniomètre (appareil de mesure des angles ; cercle horizontal). Si l'origine du limbe est orientée vers le nord (UTM), le G_0 de la station est nul.

Le gisement de la direction est obtenu en modifiant le gisement direct de $200gr$.

$$G_{AB} = G_{BA} + 200gr$$

3.7.1.6. Relations gisement-lecture

Le gisement d'une direction depuis une station est égal au G_0 auquel on ajoute la valeur de la lecture vers cette direction.

Inversement, la valeur du G_0 d'une station est égale au gisement d'une direction depuis la station auquel on soustrait la lecture vers cette direction.

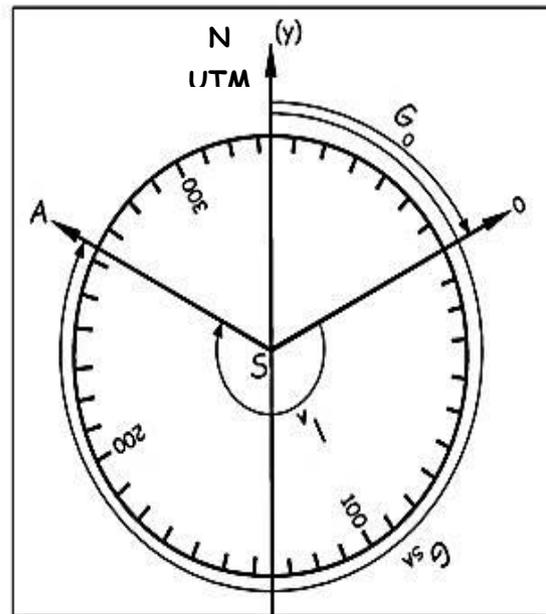


Figure 3.7: Gisement d'origine G_0

$$G_{SA} = G_0 + l_{SA}$$

$$G_0 = G_{SA} - l_{SA}$$

3.7.2. Orientation d'une direction

3.7.2.1. Définitions

- **Le nord géographique NG** est la direction nord du méridien géographique ; On la détermine soit par des visées sur les étoiles ou visées astronomiques, soit par des mesures gyroscopiques.
- **Le nord magnétique NM** est la direction nord du méridien magnétique. Elle est donnée par la pointe bleue de l'aiguille aimantée.
- **Le nord UTM ou le nord du Quadrillage N_{UTM} ou NQ** est le nord du quadrillage correspondant à la projection plane UTM. C'est la direction positive de l'axe Nord (Y positif)
- **La déclinaison magnétique δ** est l'angle que fait le méridien magnétique avec le méridien géographique pris pour origine. Elle varie dans le temps et l'espace. Elle est actuellement ouest. Les mesures angulaires correspondantes sont faites en mode décliné (mesure des gisements).
- **L'angle de convergence γ** ou la convergence des méridiens est l'angle sous lequel le méridien du lieu considéré converge avec le méridien pris pour origine. Angle compris entre le Nord Géographique et le nord UTM.
- **L'azimut géographique Az_g** est l'angle orienté que fait la direction considérée avec la direction nord du méridien géographique mesuré dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre de 0 à 400gon.

- **L'azimut magnétique Az_m** est l'angle orienté que fait la direction considérée avec la direction du méridien magnétique, mesurée dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre de 0 à 400gon.
- **Le Go d'un tour d'horizon Go** est le gisement de la direction pour laquelle la lecture sur le cercle horizontal est égale à 0 gon.
- **Le gisement G** est l'angle orienté que fait la direction considérée avec la direction positive de l'axe des ordonnées (Oy), mesuré dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre de 0 à 400gon. C'est l'angle le plus utilisé dans les calculs topométriques.

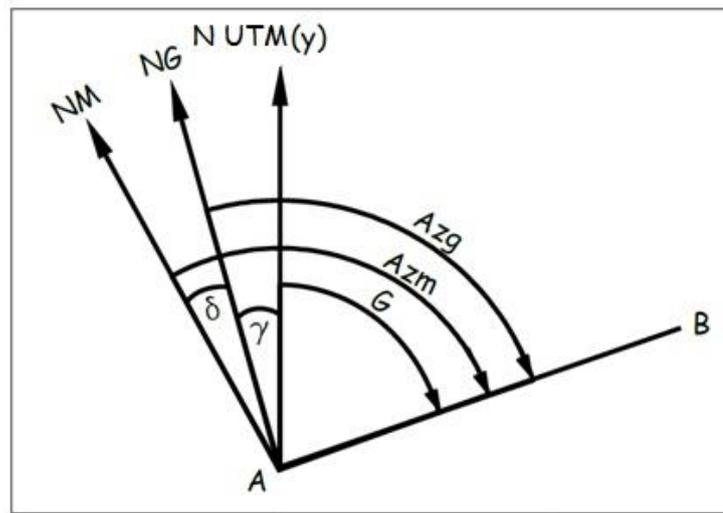


Figure 3.8: ORIENTATION D'UNE DIRECTION

3.7.2.2. Relations entre les angles orientés

Un simple examen de la figure (fig2.5) nous permet d'en déduire les relations élémentaires qui existent entre ces divers angles orientés notamment :

$$Azg = G \pm \gamma \quad \text{et} \quad Azm = Az \pm \delta$$

Il est à noter que le gisement d'une direction est constant. Par contre, l'azimut d'une direction varie le long de cette direction. Ceci est dû à la convergence des méridiens.

3.8 Calcul du gisement et de la distance entre 2 points

Les mesures réalisées lors du lever avec un tachéomètre sont des coordonnées polaires (angles et distances) alors que le report s'effectue avec des coordonnées rectangulaires X et Y. La phase de calculs entre le lever et le report consiste donc principalement en la transformation de coordonnées polaires en coordonnées rectangulaires.

Inversement, une implantation s'effectue en coordonnées polaires avec un tachéomètre alors que les points à implanter sont définis en coordonnées rectangulaires. Il faut donc transformer les coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires.

3.8.1. conversion polaires ->Rectangulaires

Problème direct $(X_A, Y_A, G_{AM}, D_{AM}) \rightarrow (X_M, Y_M)$
 $(E_A, N_A, G_{AM}, D_{AM}) \rightarrow (E_M, N_M)$

Calcul des coordonnées d'un point M inconnu par la donnée des coordonnées d'un point A connu et de la mesure du gisement et de la distance AM.

$$X_M = X_A + D_{AM} * \sin G_{AM}$$

$$Y_M = Y_A + D_{AM} * \cos G_{AM}$$

Entre un point A et un point B on peut écrire :

$$\Delta X = X_B - X_A = D_{AB} * \sin G_{AB}$$

$$\Delta Y = Y_B - Y_A = D_{AB} * \cos G_{AB}$$

Donc : $X_B = X_A + D_{AB} * \sin G_{AB}$

$$Y_B = Y_A + D_{AB} * \cos G_{AB}$$

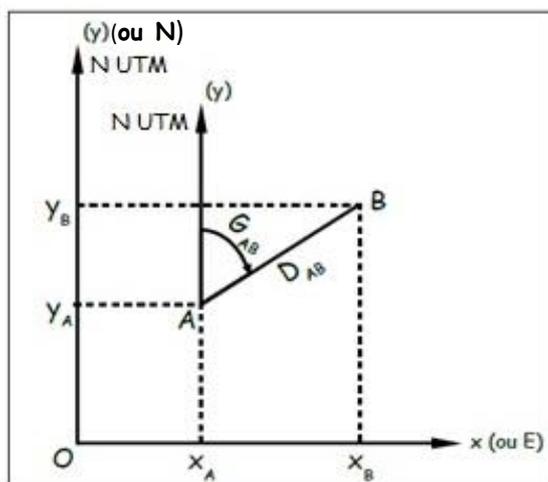


Figure 3.9: Transformation polaire en rectangulaire

Pour ne pas confondre les coordonnées cartésiennes géocentriques (X, Y, Z) aux coordonnées rectangulaires planes (x, y, z), on note dorénavant les coordonnées planes par E pour Est, N pour Nord et H pour Hauteur ou Altitude. Les formules ci-dessous deviennent alors :

$$\Delta E = E_B - E_A = D_{AB} * \sin G_{AB}$$

$$\Delta N = N_B - N_A = D_{AB} * \cos G_{AB}$$

Donc :

$$E_B = E_A + D_{AB} * \sin G_{AB}$$

$$N_B = N_A + D_{AB} * \cos G_{AB}$$

Le gisement du vecteur pouvant varier de 0 à 400 gon, sin (G) et cos (G) sont positifs ou négatifs. On détermine le signe de ΔX et ΔY en fonction du tableau ci-dessous :

Gisement (gon)	ΔX ou ΔE	ΔY ou ΔN
$0 < G < 100$	+	+
$100 < G < 200$	+	-
$200 < G < 300$	-	-
$300 < G < 400$	-	+

3.8.2. Conversion rectangulaires -> polaires

Problème indirect ou inverse $(X_A, Y_A, X_B, Y_B) \rightarrow (G_{AB}, D_{AB})$

$(E_A, N_A, E_B, N_B) \rightarrow (G_{AB}, D_{AB})$

Calcul du gisement et de la distance AB à partir des coordonnées des points A et B connus.

$$D_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

ou

$$D_{AB} = \sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2} = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2}$$

$$G_{AB} = \arctan \frac{(X_B - X_A)}{(Y_B - Y_A)} = \arctan \frac{\Delta X}{\Delta Y} \quad (1)$$

$$G_{AB} = \arctan \frac{(E_B - E_A)}{(N_B - N_A)} = \arctan \frac{\Delta E}{\Delta N} \quad (1)$$

Ou

$$G_{AB} = 2 * \arctan \frac{(X_B - X_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} + (Y_B - Y_A)} \quad (2)$$

$$G_{AB} = 2 * \arctan \frac{(E_B - E_A)}{\sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2} + (N_B - N_A)} \quad (2)$$

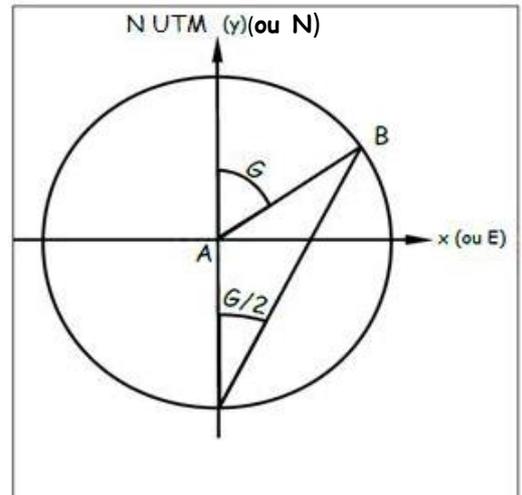


Figure 3.10: Transformation rectangulaire en polaire

Remarque :

La formule (2) permet de lever l'ambiguïté de 200 grades sur le calcul de « arctan ».

Le calcul du gisement effectué avec une calculatrice va donner un résultat g dans le premier quadrant (g entre 0 et 100 gon) ou le quatrième quadrant (g entre -100 gon et 0). Il faut donc tenir compte des signes de ΔX ou ΔE et de ΔY ou ΔN pour savoir dans quel quadrant on se situe (tableau ci-dessous).

ΔX ou ΔE	ΔY ou ΔN	Gisement (gon)
+	+	$G = g$
+	-	$G = g + 200$
-	-	$G = g + 200$
-	+	$G = g + 400$

3.8.3. G_0 et rayonnement

Un théodolite permet d'effectuer des lectures d'angles horizontaux. Ces lectures sont comptées positivement dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à une direction origine correspondant à la lecture « zéro ».

Le gisement d'une direction peut se déduire du gisement de l'origine des lectures d'angles horizontaux mesurés lors du tour d'horizon. Celui-ci appelé G_0 d'orientation peut se calculer à partir de l'observation de points connus en coordonnées.

G_{0i} individuel en station A sur le point visé connu i :

$$G_{0i} = G_{Ai} - l_i$$

▪ Définition

La moyenne de ces valeurs individuelles donne l'orientation moyenne du zéro du limbe au moment du tour d'horizon.

$$\text{moyenne arithmétique: } G_{0(\text{moyen})} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n G_{0i}$$

$$\text{moyenne pondérée: } G_{0(\text{moyen})} = \frac{\sum_{i=1}^n G_{0i} * D_i}{\sum_{i=1}^n D_i}$$

n est le nombre de points visés connus en coordonnées depuis la station.

L'analyse des écarts entre les G_0 individuels et ce gisement moyen d'orientation permet de déceler les éventuelles erreurs de calculs et d'observations mais aussi de montrer un éventuel déplacement des points connus en coordonnées (borne déplacée, mauvaise identification de points visés...).

Le gisement d'une direction à déterminer se calcule simplement ensuite :

$$G_{AM} = G_{0\text{moyen}} + l_M$$

Application 1 : Calcul de V_0 et rayonnement

Un géomètre procède à la détermination de 2 points nouveaux 80 et 81 à partir de points géodésiques les plus proches 50, 51, 52, 53 et 54 de coordonnées planes suivantes.

Points	E(m)	N(m)
50	982 591.010	3 155 242.710
51	983 111.450	3 157 891.810
52	986 130.980	3 154 407.730
53	979 758.400	3 154 999.820
54	982 679.857	3 154 794.980

Il stationne le point 50 et mesure les angles horizontaux suivants :

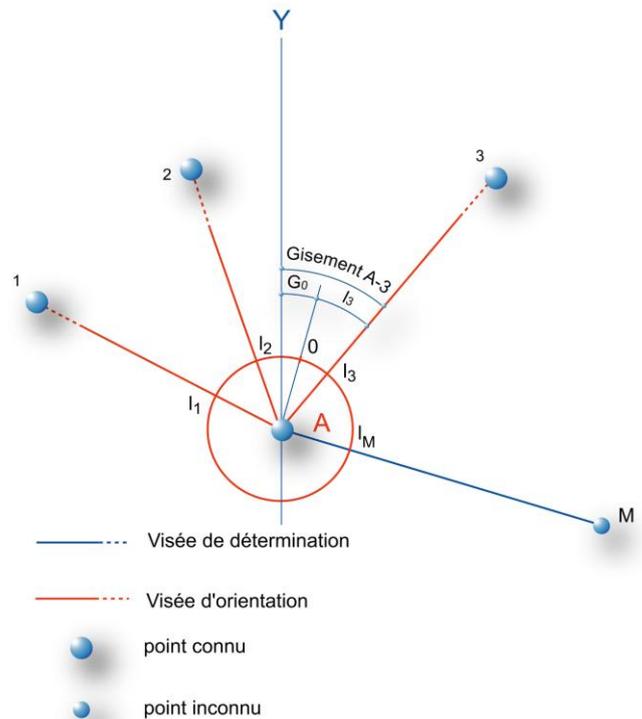


Figure 3.11: G_0 et Rayonnement

Point Visé	Moyenne des lectures réduites (grades)
80	0.0000
52	52.7859
81	156.6256
53	232.5948
51	350.3884
54	125.5665

Point Visé	Distances horizontales (m)
80	300.460
81	216.612

Il mesure également les distances horizontales réduites à la projection depuis la station 50 :

- **Question 1 :**
 - Calculer pour chaque point connu le G_0 individuel
 - Calculer le G_0 moyen de la station 50
- **Question 2 :**
 - Calculer les coordonnées planes des points 80 et 81

3.9. Cheminement polygonal

3.9.1. Définition et principe

Un cheminement polygonal est une ligne brisée orientée dans laquelle on connaît les longueurs des côtés, et les angles que deux cotés consécutifs font entre eux. Le but est de déterminer les coordonnées des sommets de la ligne brisée. Un cheminement polygonal (aussi appelé par simplification une polygonale), peut être soit encadré, soit en antenne.

Un cheminement en antenne ou ouvert est constitué par une ligne polygonale dont on ne connaît que les coordonnées et l'orientation du point de départ.

Un cheminement encadré est constitué par une ligne polygonale qui relie deux points connus en coordonnées, avec une orientation (G_0) au départ et à l'arrivée. Si les points de départ et d'arrivée sont les mêmes, on dit que le cheminement est fermé.

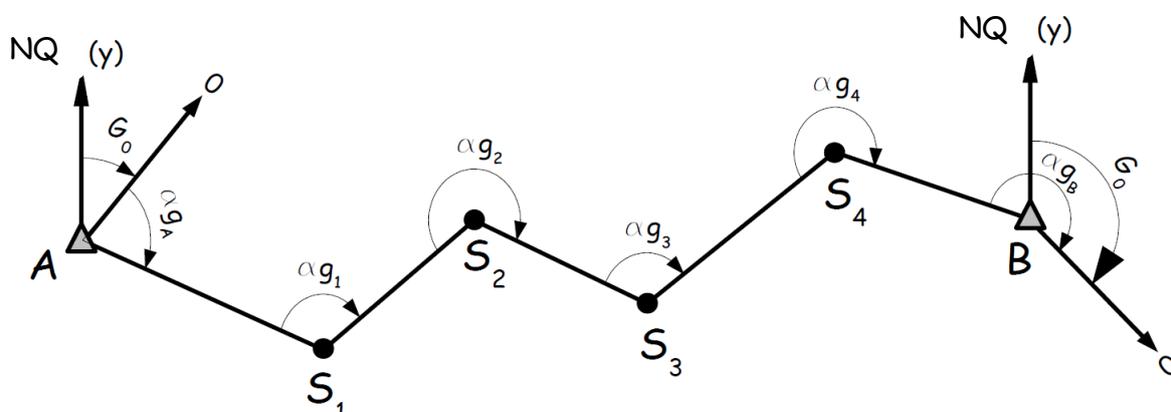
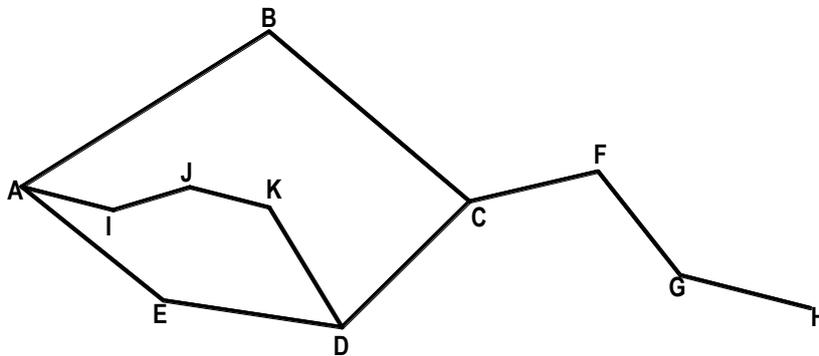


Figure 3.12: Schéma d'un cheminement



Pour déterminer les coordonnées des différents sommets de la polygonale ; il faut connaître :

- Les coordonnées du point de départ ;
- Le gisement origine au départ du cheminement ;
- Les distances horizontales des côtés réduites à la projection, si la précision l'exige ;
- Les angles que font entre eux les différents côtés consécutifs depuis la direction de référence jusqu'à celle de l'arrivée.

Si le cheminement est encadré, il faut en plus connaître :

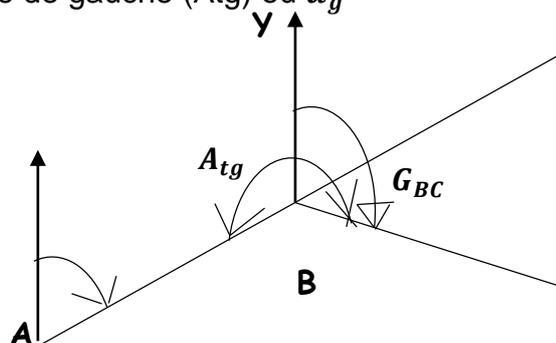
- Les coordonnées du point d'arrivée
- Le gisement origine à l'arrivée du cheminement.

3.9.2. Orientation d'un cheminement

3.9.2.1. Transmission des gisements

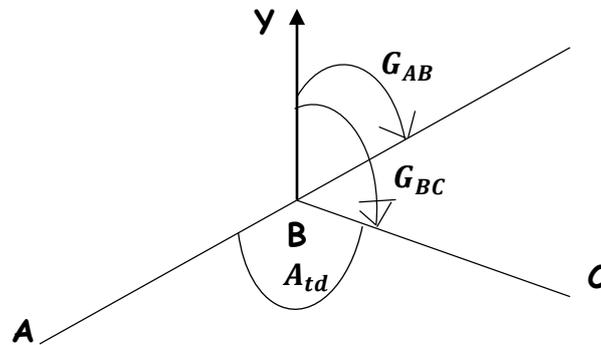
Elle permet de déterminer le Gisement G_{BC} d'un côté du cheminement polygonal connaissant :

- Le gisement du côté précédent G_{AB}
 - L'angle topographique de gauche (A_{tg} ou α_g) ou de droite (A_{td} ou α_d), ici l'angle \widehat{ABC}
- Angle topographique de gauche (A_{tg}) ou α_g



$$G_{BC} = G_{AB} \pm 200gon + Atd$$

- Angle topographique de droite (Atd) ou α_d



$$G_{BC} = G_{AB} \pm 200gon - Atd$$

En général, pour la transmission des gisements (détermination de l'orientation de chaque côté du cheminement polygonal), on utilise les angles de gauche à chaque station.

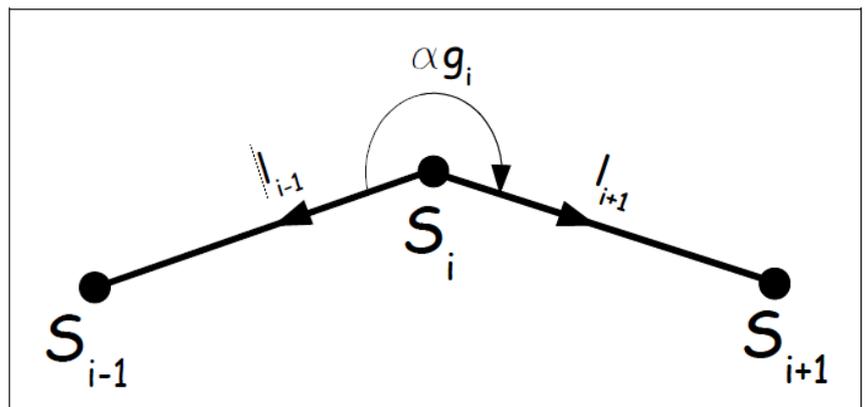


Figure 3.13: mesure de l'angle gauche d'un cheminement

Ces angles correspondent à ceux situés à gauche du sens de parcours du cheminement. Chaque angle de gauche est donc égal à la différence entre les lectures angulaires sur les points avant et arrière. Le gisement du côté "i+1" se déduit de celui du côté "i". On a ainsi :

$$\alpha_{g_i} = l_{S_i \rightarrow S_{i+1}} - l_{S_i \rightarrow S_{i-1}}$$

$$G_{i+1} = G_i \pm 200 + \alpha_{g_i} \text{ ou } G_{i+1} = G_i \pm 200 - \alpha_{d_i}$$

Connaissant le gisement de référence au point de départ G_0^d , on peut donc calculer les gisements de chaque côté du cheminement de proche en proche jusqu'au gisement de référence au point d'arrivée G_0^f .

$$G_1 = G_0^d + \alpha_0$$

$$G_2 = G_1 + \alpha_1 \pm 200$$

.....

$$G_i = G_{i-1} + \alpha_{i-1} \pm 200$$

.....

$$G_0^f = G_n + \alpha_n \pm 200$$

$$G_0^f = G_0^d + \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{gi} \pm (n * 200)$$

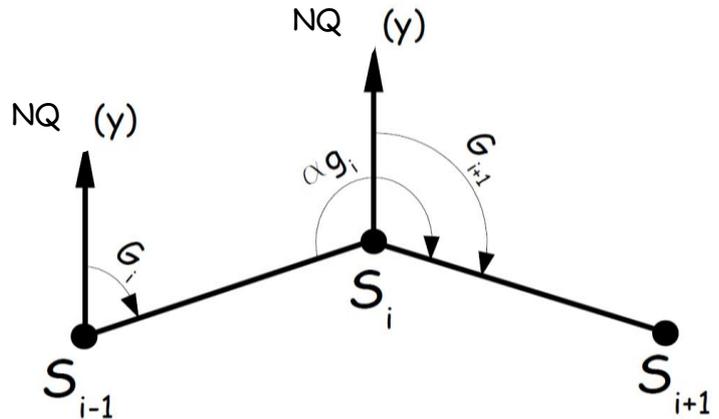


Figure 3.14: Transmission de gisement

$$G_0^f = G_0^d - \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{di} \pm (n * 200)$$

n: nombre de côtés du cheminement)

3.9.2.2. Ecart de fermeture

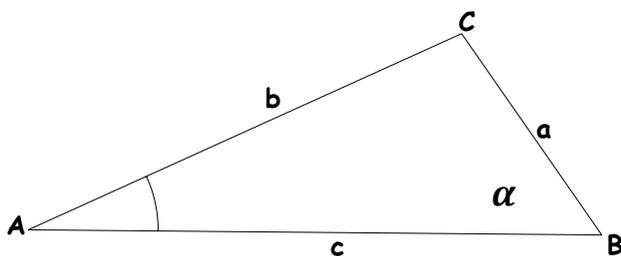
Si le cheminement est encadré, le gisement de référence à l'arrivée est déjà connu. On peut donc comparer le gisement calculé à partir des mesures (entaché des imprécisions de mesure) avec celui connu. L'écart entre les 2 valeurs est appelé « écart de fermeture f_a »

$$f_a = G_{0_{calculé}}^f - G_{0_{connu}}^f$$

3.10. Calcul de superficies

3.10.1. Principe

La superficie d'un triangle est égale à la moitié du produit de deux de ses côtés par le sinus de leur angle.



$$S = \frac{1}{2}bc * \sin \alpha$$

Connaissant, à partir du point A, les coordonnées polaires des points B et C, l'angle α sera égal à : $\alpha = G_{AB} - G_{AC} = L_{AB} - L_{AC}$ (fig.3.15)

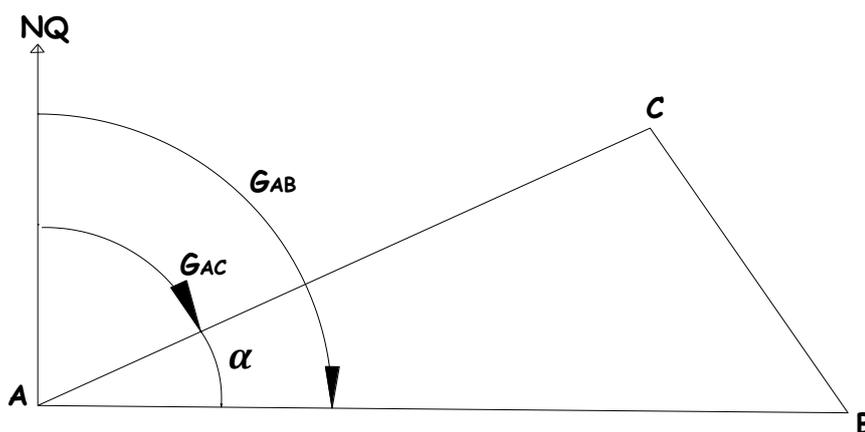


Figure 3.15: différence de deux gisements ou lectures

3.10.2. Calcul de superficies par coordonnées polaires

Dans le cas d'un calcul de superficies par coordonnées polaires à partir d'une station unique située au centre ou à l'extérieur de la parcelle levée, les calculs sont effectués en tableau par application de la formule :

$$2S = \sum_{i=1}^n D_i * D_{i+1} * \sin(L_{i+1} - L_i)$$

Dans le tableau de calcul,

- L représente le gisement ou la lecture angulaire du point visé ;
- L_i le gisement ou la lecture angulaire d'un point baptisé « i » ;
- L_{i+1} le gisement ou la lecture du point suivant « i+1 » ;
- D la distance entre la station et le point visé ;
- D_i la distance entre la station et le point baptisé « i » ;
- D_{i+1} la distance entre la station et le point suivant « i+1 » ;
- α l'angle compris entre les deux lectures L_i et L_{i+1} ($\alpha = L_{i+1} - L_i$)

Tableau de calcul de superficie par coordonnées polaires

Points	L Lectures /gisements	α ($L_{n+1} - L_n$)	D Distances	$2S$ $D_i * D_{i+1} \sin(L_{i+1} - L_n)$
...	
...
...
...
...
...
...

...	...	_____	...	_____
		$\Sigma = 400gr/360^\circ$ contrôle		$\Sigma = \dots$ $1/2 = \dots m^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">$S = \dots ha \dots a \dots ca$</div>

L'inconvénient majeur de ce type de calcul est qu'il ne permet aucun contrôle de la superficie trouvée ; seul le calcul des angles α pourra être contrôlé, leur somme devant être égale à $400gr/360^\circ$

3.10.3. Calcul de superficie par coordonnées planes rectangulaires

Ce procédé offre, de par ses nombreux contrôles, la garantie d'un calcul de superficie exact.

Le calcul de superficie par coordonnées rectangulaires d'un polygone se fait par application de la formule :

$$2S = \sum X_n (Y_{n-1} - Y_{n+1}) = \sum Y_n (X_{n-1} - X_{n+1})$$

Dans laquelle :

- X_n et Y_n représentent les coordonnées rectangulaires d'un point baptisé n ;
- X_{n-1} et Y_{n-1} représentent les coordonnées rectangulaires du point précédant le point n ;
- X_{n+1} et Y_{n+1} représentent les coordonnées rectangulaires du point suivant le point n.

Points	X_n	$\frac{Y_{n-1}}{Y_{n+1}}$	$Y_{n-1} - Y_{n+1}$	$X_n(Y_{n-1} - Y_{n+1})$	Y_n	$\frac{X_{n-1}}{X_{n+1}}$	$X_{n-1} - X_{n+1}$	$Y_n(X_{n-1} - X_{n+1})$
...
...
...
...

...
			$\overline{\sum} = \dots$ Contrôle	$\overline{2S} = \sum = \dots$ $\frac{1}{2} = \dots$	$S = ..ha ..a ..ca$	$\overline{\sum} = \dots$ Contrôle	$\overline{2S} = \sum = \dots$ $\frac{1}{2} = \dots$	

3.10.4. Applications de calcul de superficies

3.10.4.2. Application 2: calcul de superficies par coordonnées rectangulaires

M.ABEGA, ami de votre père désire connaître les dimensions exactes, les gisements, ainsi que la superficie de son bâtiment nouvellement acheté. Sachant que vous faites des études en géomatique et que la topographie fait partie de vos matières scolaires. Papa vous demande d'aider son ami et vous confie donc ces calculs en vous donnant comme support le tableau 2.3 des coordonnées rectangulaires

Identification	Coordonnées	
	X	Y
A	252,106	434,360
B	251,067	452,330
C	261,050	452,907
D	260,358	464,887
E	280,324	466,042
F	280,786	458,055
G	286,776	458,402
H	287,469	446,422
I	271,496	445,498
J	272,073	435,514

- Calculer les dimensions de ce bâtiment.
- Calculer les gisements des côtés AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, et IJ

c) Quelle est la superficie de ce bâtiment ?

3.10.4.2. Application 3: calcul de superficies par coordonnées polaires

En vous servant des données ci-dessous, calculer directement dans le tableau la superficie du futur ouvrage. Effectuer un contrôle de vos calculs d'angles et de surfaces.

Station	Points Visés	Gisements en grades	Distances en mètres
50	51	12,3497	2699,739
	52	114,7495	3637,111
	53	94,5544	2843,004
	54	187,5290	456,460

Points	<i>L</i> Lectures angulaires	α $(L_{n+1} - L_n)$	<i>D</i> Distances	<i>2S</i> $D_i * D_{i+1} \sin(L_{i+1} - L_n)$
...	...			
	
...	...			
	
...	...			
	
...	...			
	
...	...			
	
...	...			
		$\Sigma = \dots$		

		contrôle		$\Sigma = \dots \dots \dots$ $1/2 = \dots \dots \dots m^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $S = \dots ha \dots a \dots ca$ </div>
--	--	-----------------	--	--

Référence

Roger Duquette, Ernest P.Lauzon, 1996, Topométrie générale, *troisième édition*.

Serge Milles , Jean Lagofun, 1999,Topographie et Topométrie générale, *Tome 1 & 2*.

Cours de l'école Nationale des sciences géographiques, France