CHAPITRE 6 : LIGNES D'INFLUENCE

Dans ce chapitre on définira les lignes d'influence, et on les présentera pour une poutre isostatique.

6.1 DEFINITION DES LIGNES D'INFLUENCES

On définit une ligne d'influence Li(α) comme étant la représentation graphique d'un effet en un point donné d'une structure, dû à une force mobile unité. Le terme effet désigne une réaction d'appui, un effort intérieur ou un déplacement. L'ordonnée à l'abscisse α de la ligne d'influence donne la valeur de l'effet en un point donné de la structure lorsque la force unité est placée à l'abscisseα.

6.2 LES LIGNES D'INFLUENCES D'UNE POUTRE ISOSTATIQUE

Dans cette étude on se limitera aux lignes d'influence d'une poutre isostatique sur 2 appuis simples, sur laquelle est placée une force verticale unité à l'abscisse α, puis on déterminera la réaction à un appui, ou encore les efforts intérieurs ou le déplacement dus à cette force en un point x donné de la poutre. La force verticale unité étant mobile, à chaque valeur de l'abscisse α correspond une nouvelle valeur pour la réaction, les efforts intérieurs ou le déplacement.

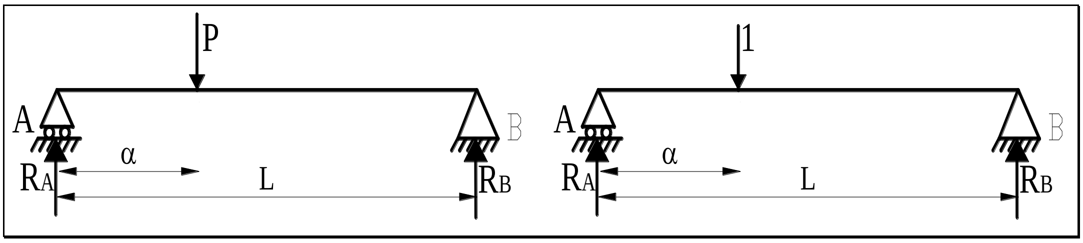

Figure 6-1 : Schéma statique de la poutre isostatique

6.2.1 Les lignes d'influence des réactions

Pour une charge ponctuelle P à la position α on a :

$$R_A = \frac{P}{L}(l-\alpha) = P(1-\frac{\alpha}{L}) = P.Li(\alpha) \Rightarrow Li(\alpha) = 1-\frac{\alpha}{L}$$

$$R_B = \frac{P}{L}\alpha = P(1-\frac{\alpha}{L}) = P.Li(\alpha) \Rightarrow Li(\alpha) = \frac{\alpha}{L}$$

6.2.2 Lignes d'influence de l'effort tranchant

$$V(x) = \begin{cases} P(1 - \frac{\alpha}{L}) \text{ pour } \alpha > x \\ -P\frac{\alpha}{L} \text{ pour } \alpha < \mathrm{x} \end{cases}$$

$$V(x) = P.Li(\alpha) \Rightarrow \begin{cases} Li(\alpha) = (1 - \frac{\alpha}{L}) \text{ pour } \alpha > x \\ Li(\alpha) = -\frac{\alpha}{L} \text{ pour } \alpha < \mathrm{x} \end{cases}$$

6.2.3 Lignes d'influence du moment fléchissant

$$M^f(x) = \begin{cases} Px(1 - \frac{\alpha}{L}) \text{ pour } \alpha > x \\ P\frac{\alpha}{L}(\mathrm{L - x}) \text{ pour } \alpha < \mathrm{x} \end{cases}$$

$$M^f(x) = P.Li(\alpha) \Rightarrow \begin{cases} Li(\alpha) = x(1 - \frac{\alpha}{L}) \text{ pour } \alpha > x \\ Li(\alpha) = \alpha(1 - \frac{x}{L}) \text{ pour } \alpha < \mathrm{x} \end{cases}$$

6.3 Les representations des lignes d'influences

Voir figure 6.2.

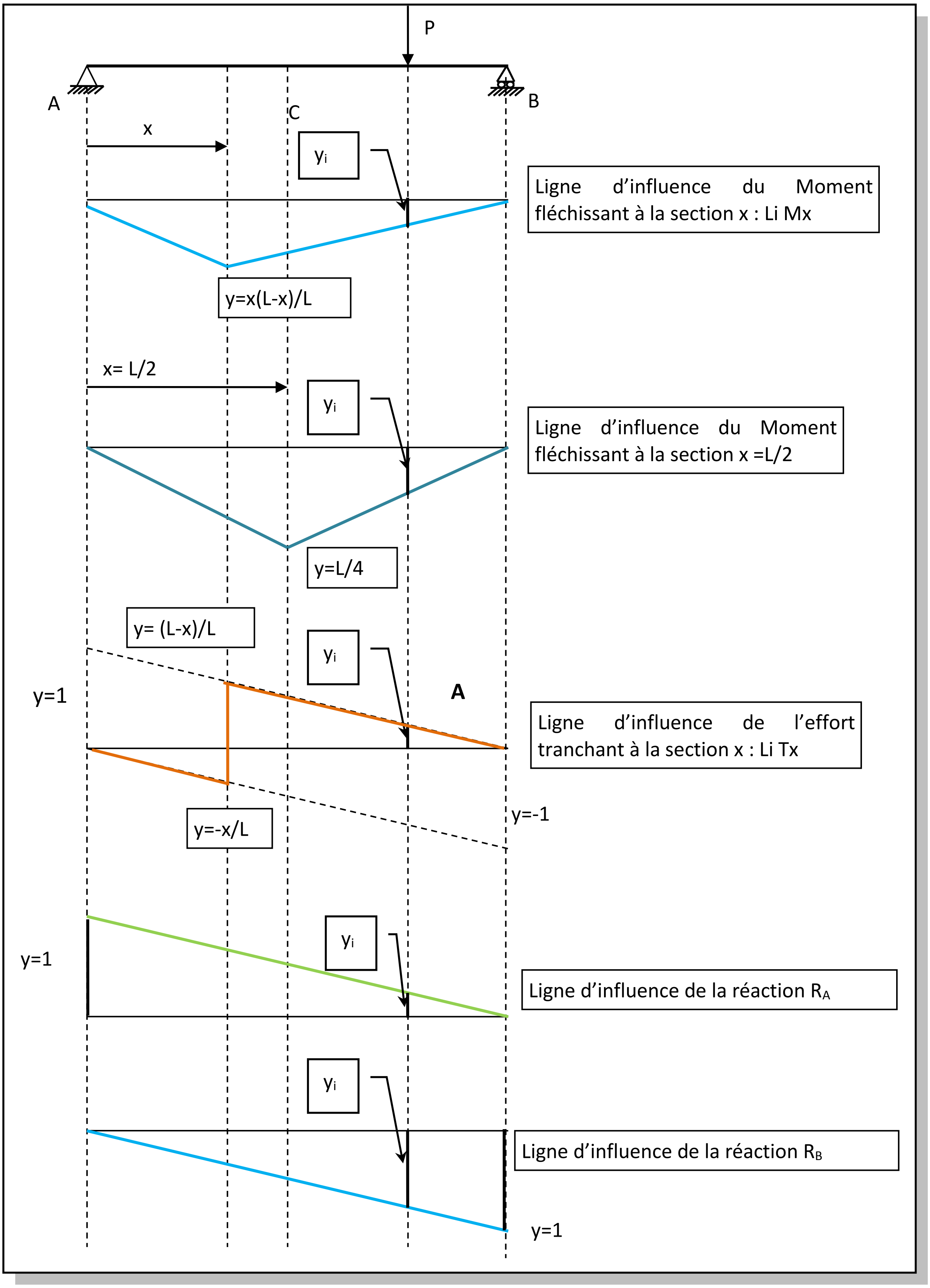

Figure 6-2 : Les lignes d'influence d'une poutre isostatique

6.4 LECTURE D'UNE LIGNE D'INFLUENCE

6.4.1 Charge ponctuelle

Effet = $P.y_i$

yi : lecture directe sur la ligne d'influence

6.4.2 Charge uniformément répartie

Effet = $\int q.y.dx. = q.\int_a^b y.dx$ avec $\int_a^b \mathrm{y.dx}$ l'aire sous la courbe de la ligne d'influence.

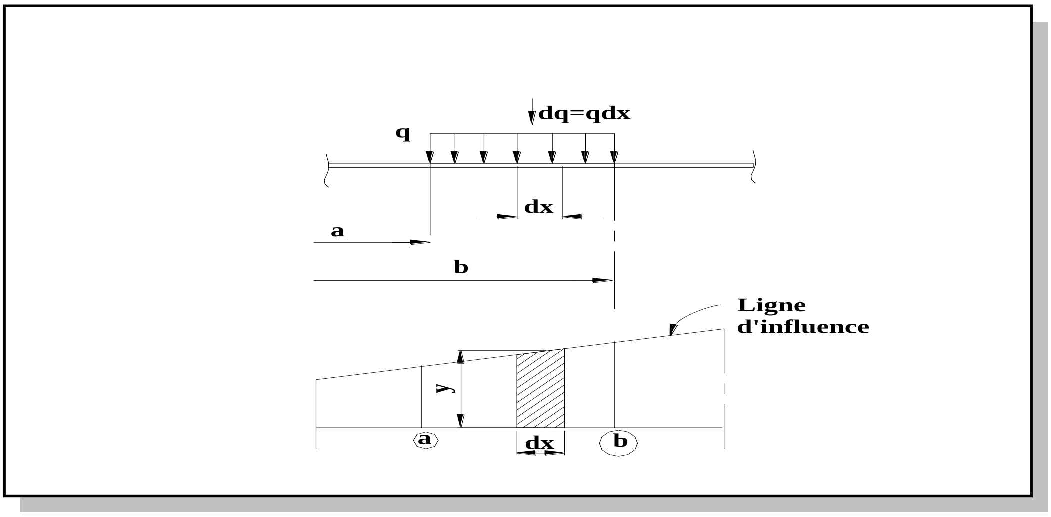

Figure 6-3 : la lecture de ligne d'influence pour une charge uniformément répartie

6.4.3 Exemples

Ligne d'influence de M_C

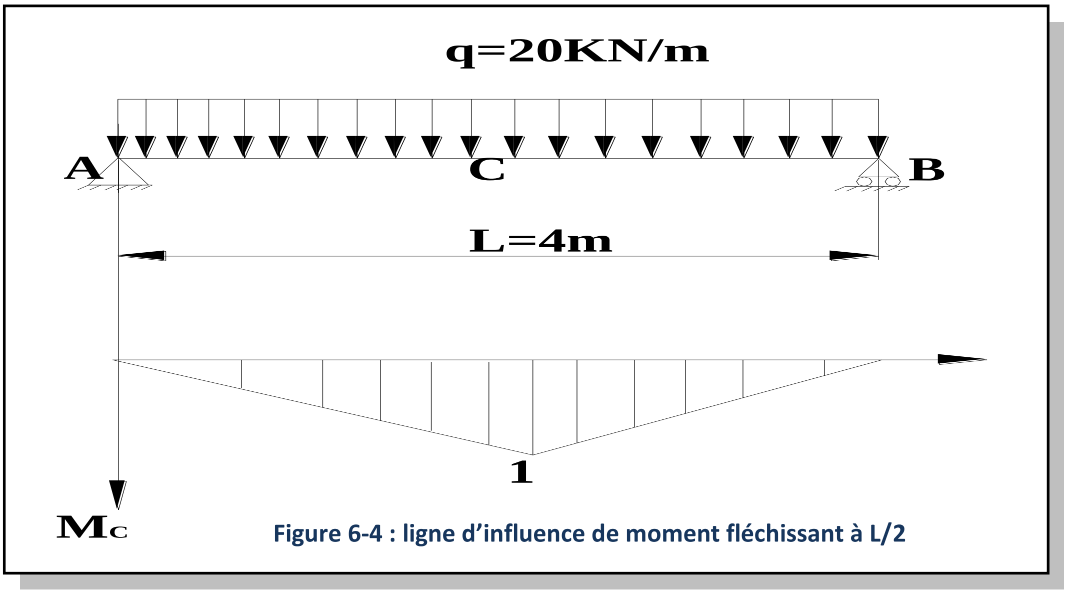

Figure 6-4 : ligne d'influence de moment fléchissant à L/2

$$M_C = q.\int_0^L y.dx = 20.\frac{1x4}{2} = 40KNm$$

$$M_C = \frac{qL^2}{8} = 40KNm$$

6.5 UTILISATION DE LA LIGNE D'INFLUENCE

Les lignes d'influence servent à déterminer la valeur des effets dus à plusieurs chargements verticaux mobiles qui peuvent être soit des charges concentrées ou des charges réparties.

En appliquant le principe de superposition, on aura :

$$\text{Effet} = \sum_{i=1}^{n} P_i y_i + q\int_a^b y.dx$$

Avec

- y_i : ordonnée de la ligne d'influence sous charge Pi
- $\int_a^b y.dx$: Surface sous ligne d'influence sous charge repartie de a à b.

Effet : Réaction d'appui, effort tranchant, moment fléchissant ou déplacement.