

Série 03: Calcul intégrales et primitives:

Exercice 01: Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes

$$f_1(x) = 5x^3 - 3x + 7 ; f_2(x) = 2 \cos(x) - 3 \sin(x)$$

$$f_3(x) = 10 - 3e^x + x ; f_4(x) = \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}$$

$$f_5(x) = \frac{x+5}{x^2} ; f_6(x) = \frac{x^2}{5} + \frac{1}{6} ; f_7(x) = e^{4x}$$

$$f_8(x) = e^{4x+3} ; f_9(x) = \sin(2x) ; f_{10}(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f_{11}(x) = (2x+1)^2 ; f_{12}(x) = \frac{3}{\sqrt{5x+1}}$$

Exercice 02: Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} ; g(x) = \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}} ; h(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$k(x) = \cos(x) \sin^3(x) ; p(x) = \frac{1}{x \ln x} ; m(x) = 3x \sqrt{1+x^2}$$

Exercice 03: Calculer les intégrales suivantes:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos(3x)) dx ; \int_0^1 x \sin(x^2) dx ; \int_1^2 \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x} dx$$

Exercice 04: Calculer les intégrales suivantes:

$$1) I = \int_0^1 x e^{bx} dx ; 2) J = \int_0^1 x^2 \ln x dx$$

Exercice 05: Déterminer les primitives des fonctions suivantes:

$$① x \mapsto \arctan(x) ; ② x \mapsto (\ln x)^2 ; ③ x \mapsto \sin(\ln x)$$

Exercice 06: On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$

① Déterminer deux réels a et b tels que pour tout $x \in [1; 2]$, on a: $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$

② Dédurre de la question précédente la valeur de l'intégrale $J = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$

③ Calculer l'intégrale $I = \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2} dt$.

Exercice 07: En effectuant le changement de variables demandé, calculer les intégrales suivantes:

① $\int_1^4 \frac{1-\sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$ en posant $x = \sqrt{t}$

② $\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{1+\cos^2 t} dt$ en posant $x = \cos t$;

③ $\int_1^e \frac{dt}{2t \ln(t) + t}$ en posant $x = \ln t$;

④ $\int_0^1 \frac{dt}{1+e^t}$ en posant $x = e^t$;

⑤ $\int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} dt$ en posant $t = \sin \theta$.

Exercice 08: Donner les primitives des fonctions suivantes:

① $x \mapsto \frac{1}{x^2+4}$

② $x \mapsto \frac{1}{x^2+4x+5}$

③ $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$

Exercice 09: Calculer les intégrales suivantes:

① $\int_0^{\pi} e^x \sin(2x) dx$; ② $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin^2 x dx$

③ $\int_0^2 (x+6) e^{2x} dx$; ④ $\int_0^1 e^x (2x^3 + 3x^2 - x + 1) dx$