Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi

Faculté Sciences Exactes et Sciences de la Nature et de la Vie

Département Mathématiques et Informatiques

$3^{\text{ième}}$ année licence SI **Module : Probabilités Statistique**

Série N°04 : Variables aléatoires continues

Exercice 01 : Trouver la fonction caractéristique φ_X dans les cas suivants :

1. $X \sim \mathcal{B}(p)$: X suit la loi Bernoulli de paramètre p.
2. $X \sim \mathcal{B}(n,p)$: X suit la loi benomiale de paramètres n et p.
3. $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$: X suit la loi de Poisson de paramètres λ.
4. $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$: X suit la loi exponentielle de paramètre λ.
5. $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$: Z suit la loi normale centrée réduite.
6. $X \sim \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$: X suit la loi normale de paramètres μ et σ^2.

Exercice 02 :

La durée de fonctionnement, en heures, d'un ordinateur avant sa première panne est une variable aléatoire continue X dont la densité est donnée par :

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ \lambda e^{-\frac{x}{100}} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1) Déterminer λ.

2)Trouver la probabilité que la durée de fonctionnement soit comprise entre 50 et 150.

3) Trouver la probabilité que l'ordinateur fonctionne moins de 100 heures.

Exercice 03 :

La durée de vie, en heures, d'une ampoule est une variable aléatoire continue $X \sim \mathcal{E}(\frac{1}{10})$. Trouver le nombre t d'heure tel que avec une probabilité 0.9 l'ampoule va brûler avant t heures.

Exercice 04 :

Sachant que la longueur X d'une barre d'acier produite par un laminoir est une variable aléatoire normale, que sur 10000 observations, il y en a 1841 dont la longueur X est inférieur à 82 cm et 668 dont la longueur est supérieur à 130 cm. Déterminer la valeur moyenne μ et l'écart-type σ de la distribution.

Exercice 05 $\star$: En utilisant table 1 et table 2 pour résoudre cet exercice.

1. Soit Z une v.a suit la loi normale centrée réduite. Déterminer les probabilités suivantes :

$$P(Z \leq 0.23), \quad P(Z \geq 0.82), \quad P(-1 \leq Z \leq 1).$$

2. Déterminer $x \in \mathbb{R}$ pour que : $P(Z \leq x) = 0.95 \quad , P(Z \geq x) = 0.10, \quad P(\mid Z \mid \leq x) = 0.90$. **Révisez bien les questions 14, et 15 dans le cours.**
3. Même question 1 pour la v.a $X \sim \mathcal{N}(1,4)$ au lieu de Z. **(Revoir questions 16 dans le cours)**