I.5- Distributions de charges

Les distributions peuvent être discrètes sur des points bien particuliers ou continues

I.5.1 Distributions de charges continues : elles peuvent être :

- ✓ Répartition sur une ligne : $\lambda = \frac{dq}{dl}$ on aura une densité linéique.
- ✓ Répartition sur une surface : $\sigma = \frac{dq}{dS}$ on aura une densité surfacique.
- ✓ Répartition sur un volume V: $\rho = \frac{dq}{dV}$ on aura une densité volumique.

Toutes ces relations conduisent à un champ électrique et un potentiel électrique en tout point M , connaissant le potentiel V on peut tirer le champ E par la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

chaque charge q en un point M est soumise à une force $\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r})$ et son énergie potentielle sera donnée par $E_P = qV(\vec{r})$.

I.5.2 Exemple de distribution de charges continues :

Soit un plan infini chargé en surface par une densité surfacique $\sigma = cte$

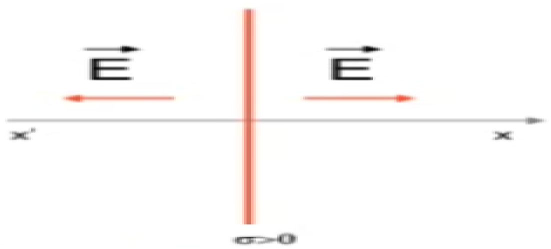


Fig I. 9 Plan infini chargé en surface.

Il plus facile de montrer que le champ est porté par l'axe xx' est perpendiculaire au plan chargé (dans le cas de la figure le champ est sortant car la charge est positive).

pour $\sigma > 0$ ou $\sigma < 0$ le champ est donné par : $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$

et le potentiel par $V(M) = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}|x|$

avec : σ densité surfacique de charges, le plan chargé est sur l'origine de l'axe xx', M est un point quelconque d'abscisse x et ε_0 est la permittivité du vide.

I.6- Le condensateur plan

I.6.1 Constitution

- Définition : le système constitué de deux plans infinis A et B chargés l'un par une densité surfacique $+\sigma$, le deuxième par une densité surfacique $-\sigma$, distants de d , comme le montre la figure suivante, est appelé condensateur plan :

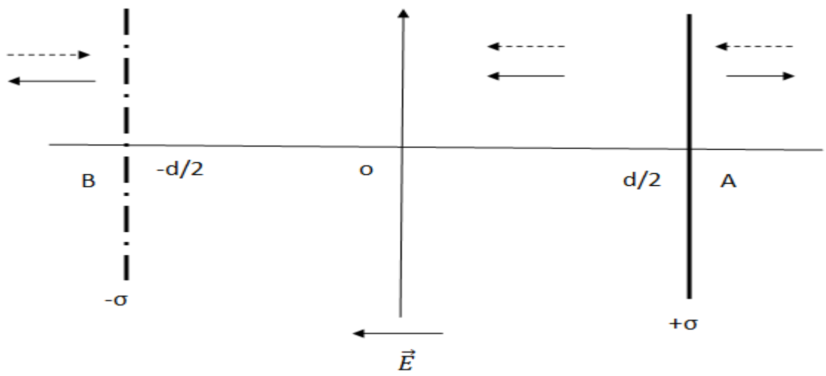


Fig I. 10 Condensateur plan.

I.6.2 Champ électrostatique et différence de potentiel entre les plans du condensateur

- ***Champ électrostatique*** : d'après le paragraphe 1.5.2 nous pouvons connaitre les champs électrique crées par les deux plans dans les différentes régions (voir la figure).

en lignes continues les champs créés par le plan A et en lignes discontinues les champs créés par le plan B.

Les normes des deux champs sont égales on aura comme résultats :

- entres les deux plans chargés : $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$
- A l'extérieur des deux plans chargés : E=0
- ***différence de potentiel (DDP)*** : la différence de potentiel créée par les deux plans chargés $V = V_A - V_B$ tel que V_A est le potentiel créé par le plan $(-\sigma)$ en A et V_B est le potentiel créé par le plan $(+\sigma)$ en B on aura

$V = V_A - V_B = -\frac{(-\sigma)}{2\varepsilon_0}\,\mathrm{d} - \left(-\sigma\,\frac{\mathrm{d}}{2\varepsilon_0}\right)$ donc $V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}$ on remarque que : $V = E.d$

NB/ il s'agit de la différence de potentiel entre les deux plans chargés ainsi que du champ créé par les deux plans, dans le paragraphe 1.5.2 il s'agissait d'un seul plan.

I.6.3- Le condensateur plan réel :

- ***définition*** : le condensateur plan réel est constitué de deux plaques conductrices parallèles de surface S , distantes de d l'une avec une charge +Q et l'autre -Q avec une répartition uniforme.

Si on néglige les effets de bords on aura :

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad \text{et} \quad V = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$$

- ***Capacité d'un condensateur C :*** c'est la quantité Q/V $C = \frac{Q}{V}$ alors $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

Unité SI : Farad (F) et avec ε_0 la permittivité du vide

- ***Symbole du condensateur comme composant dans un circuit électrique*** :

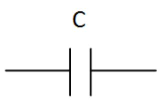


Fig I. 10 Symbole d'un condensateur

- ***Energie emmagasinée par le condensateur :*** on suppose de charger un condensateur d'une charge initiale q vers une charge finale q+dq

L'accroissement en énergie potentielle sera :$dE_P = dq\, V = dq\, \frac{q}{C}$

En générale l'énergie emmagasinée est l'énergie à fournir pour passer de $q = 0$ à $q = Q$

$$W = \int_0^Q dE_P = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

D'autre part on aura :

$$W = \frac{1}{2} QV \quad \text{et} \quad W = \frac{1}{2} CV^2$$

- ***Remarque*** : dans le cas ou entre les plaques (armatures) du condensateur on mis un diélectrique (isolant) alors l'équation de la capacité devient :

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$ avec ε_r la permittivité relative du diélectrique.

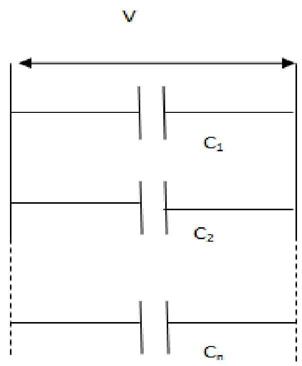
- ***Exemples de quelques permittivités relatives de diélectriques*** :

$\varepsilon_r(air) \sim 1.0006$; $\varepsilon_r(eau) \sim 78$; $\varepsilon_r(mica) \sim 7$; $\varepsilon_r(membrane\ de\ lipide) \sim 8$.

I.6.4- Association des condensateurs

Les condensateurs peuvent être associés en parallèles ou en série

I.6.4.1- Association en parallèle



Soit n condensateurs montés en parallèle c-à-d tous soumis à une même tension v.

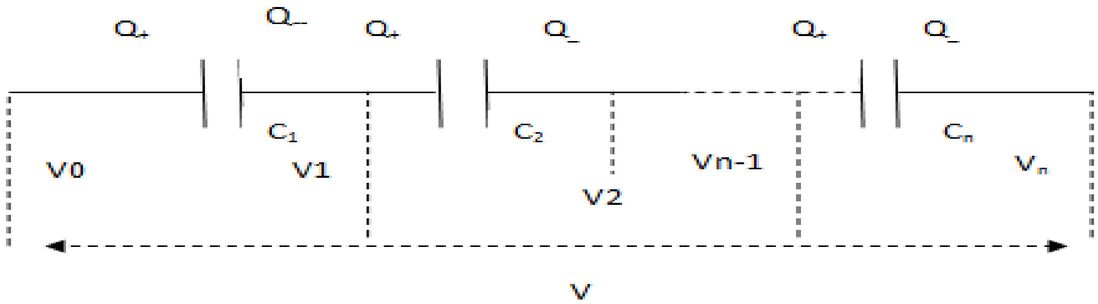
Pour chaque condensateur $Q_i = C_i V$

La charge totale sera donnée par $Q = \sum_1^n Q_i = (\sum_1^n C_i) V$

Alors la capacité équivalente C_{eq} du montage est égale à la somme des capacités individuelles $C_{eq} = \sum_1^n C_i$

I.6.4.1- Association en série

Soit le montage suivant n condensateurs en série l'ensemble est soumis à une tension Vo-Vn



$$V = V_0 - V_n = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + \cdots + (V_{n-1} - V_n)$$

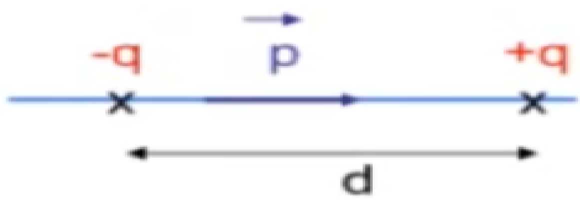
$$V = V_0 - V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \cdots + \frac{Q}{C_n} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right) = Q\sum_1^n 1/C_i$$

$$\frac{V}{Q} = \sum_1^n \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_{eq}}$$

Alors l'inverse de la capacité équivalente $1/C_{eq}$ du montage est égal à la somme des inverses des capacités individuelles

I.7- Le dipôle électrique

I.7.1 Définition : On appelle dipôle le système constitué de deux charges +q et -q , proches l'une de l'autre, localisées à une distance fixe d (la charge totale du système étant nulle)

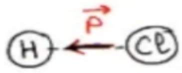


- ***Moment dipolaire*** : chaque dipôle est caractérisé par un moment dipolaire donné par :

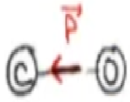
$$\vec{p} = q\,\vec{d}$$

$\vec{d}$ est orienté de la charge (-) vers la charge (+) ; l'unité SI du moment dipolaire est le Coulomb mètre (C m).

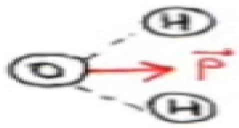
- ***Exemples de dipôles permanents :*** Certaines molécules sont des dipôles permanents



La molécule HCl: p $= 3.4\ 10^{-30}$Cm de Cl vers H



La molécule CO: p $= 0.4\ 10^{-30}$Cm de O vers C



La molécule H_2O: p $= 6.2\ 10^{-30}$Cm de O Vers le milieu du segment entre les deux H

Remarques :

1. pour ces molécules qui présentent un dipôle permanent les barycentres des charges positives et des charges négatives sont différents (ne coïncident pas), dans le cas des molécules où ces barycentres coïncident ces molécules n'ont pas de dipôles permanents.
2. On peut créer un dipôle induit par l'application d'un champ électrique extérieur dont le moment sera donné par : $\vec{p} = \alpha\,\vec{E}$ avec E le champ électrique et α est la polarisabilité.

I.7.2 Potentiel créé par un dipôle

Dans ce qui suit on se mit dans le cas de l'approximation dipolaire c-à-d $d \ll r$

Le potentiel créé par le dipôle en M sera :

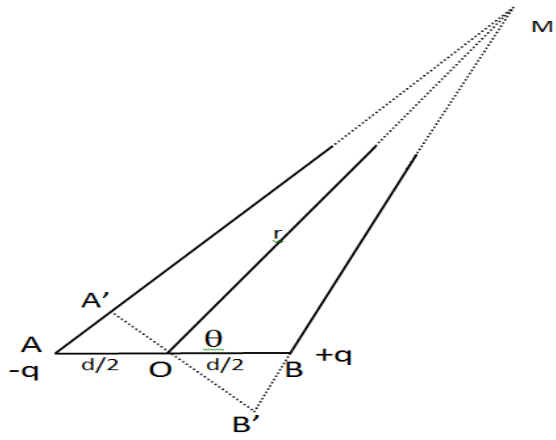
$$V(M) = V_{\frac{A}{M}} + V_{\frac{B}{M}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{AM} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+q}{BM}$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{BM} - \frac{q}{AM}\right)$$

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{AM - BM}{BM.AM}\right)$$

Dans l'approximation dipolaire ($r \gg d$) on peut faire les approximations suivantes :

$$AM \cong BM \cong r \ \ donc \ \ BM.AM \cong r^2$$



$AM = AA' + A'M = AA' + r$

$BM = B'M - B'B = r - B'B$

$AM - BM = AA' + BB'$=2 AA' avec $AA' = BB' = AO\ cos\theta = \frac{d}{2} cos\theta$

Donc $AM - BM \cong d\ cos\theta$ d'où

$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{AM-BM}{BM.AM}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qd\ cos\theta}{r^2}$ donc

$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\ cos\theta}{r^2}$

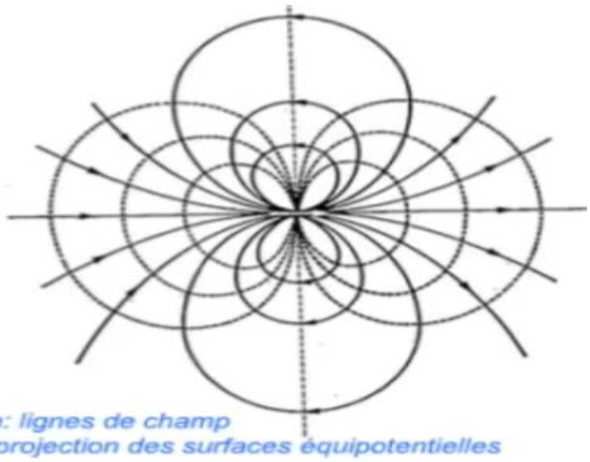
I.7.2 Le champ électrique créé par dipôle

A partir de la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

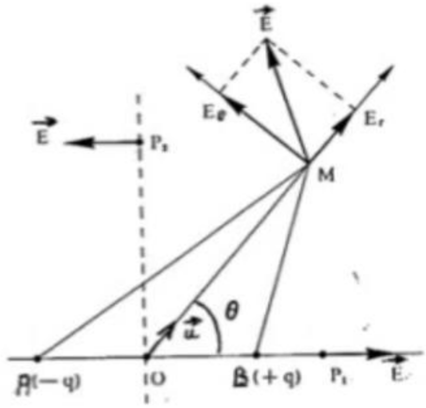
et en utilisant les coordonnées polaires r et θ

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\ cos\theta}{r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\ sin\theta}{r^3}$$



I.7.3 dipôle dans un champ électrique



L'énergie potentielle d'un dipôle est donnée par

$$E_P = qV_B - qV_A = q(V_B - V_A)$$

Si A et B sont très proches alors $V_B - V_A = dV = \overrightarrow{grad}V.\overrightarrow{AB}$

$E_P = q(V_B - V_A) = q.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{grad}V = \vec{p}.(-\vec{E})$

$$E_P = -p.E.cos\alpha$$

NB : On aura un minimum d'énergie potentielle pour α=0 c-à-d quand le dipôle est aligné avec le champ ou on a une position d'équilibre stable.

I.7.3 Moment d'un dipôle dans un champ électrique

Moment du couple créé par les deux forces électrostatiques résultantes de l'application du champ électrique sera donné par :

$$\vec{\Gamma} = \overrightarrow{OB} \wedge (q\,\vec{E}) + \overrightarrow{OA} \wedge (-q\,\vec{E}) = q(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \wedge (\vec{E}) = q\overrightarrow{AB} \wedge (\vec{E})$$

$$\vec{\Gamma} = q\overrightarrow{AB} \wedge (\vec{E}) = q\overrightarrow{AB} \wedge \vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

L'effet du moment du couple est l'alignement du dipôle avec le champ extérieur