## المقدمة:

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على رسوله الكريم الذي بعث رحمه للعالمين وعلى اله وصحبه أجمعين إلى يوم الدين أما بعد...

لقد أصبح من الضروري أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحي الاستثمارية في سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مده زمنية معينة,فإذا أودع شخص مبلغا من المال في احد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه فأنه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك وكذلك هو الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنه في نهاية مده زمنية معينة,فإذا اقترض شخص مبلغ من المال من احد البنوك لمده معينه وبمعدل فائدة متفق عليه فأنه يدفع إلى البنك في نهاية مده القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك.

وسوف يتناول البحث كيفيه استخدام طرق وأساليب الرياضة المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل مدعوما بالأمثلة المتنوعة.

# الفصل الأول

## الربا في الشريعة الإسلامية

## مقدمة:

كل دارس للشريعة الإسلامية وفقهها يعلم علم اليقين أن هناك دائرتين متمايزتين لكل منهما خصائصها وأحكامها

**الأولى:**دائرة مفتوحة وقابله لتعدد الإفهام,وتجدد الاجتهادات ومن شأنها أن تختلف فيها الأقوال وتتنوع المذاهب ,وهذه الدائرة تشمل نصوص الشريعة وأحكامها فهي دائرة مرنة منفتحة, وهذا من رحمه الله بعباده لتتسع شريعته للعقول المتباينة والمشارب المختلفة والوجهات المتعددة.

**الثانية:**دائرة مغلقة لا تقبل التعدد ولا الاختلاف لأنها تقوم على نصوص قطعية الثبوت والدلالة ولا تحتمل إلا وجها واحدا ومعنى واحدا لأنها تجسد وحدة الأمة الفكرية والشعورية والعملية ولولاها لانفرط عقد الأمة وتحولت إلى أمم شتى لا تربطها رابطة عملية, وقد حافظت الأمة طوال العصور الماضية على أحكام هذه الدائرة وانعقد الاجتماع عليها علما وعملا.

والمؤامرة اليوم تتجه إلى هذه الدائرة تريد اختراقها وإذابتها لتتمزق الأمة وتنحل ولا يبقى لها شيء تجتمع عليه وهذا ما نراه من تشكيك في البديهيات واليقينيات وما علم من الدين بالضرورة مثل التشكيك في تحريم الخمر والربا.

وربما يمكن أن يفهم هذا حين يصدر من العلمانيين واللا دينيين والشيوعيين وأمثالهم , أما الذي لا يفهم ولا يعقل فهو أن يحطب في هذا الحبل بعض من يتحدثون باسم الدين ويرجوا بضاعة أعداء الدين ,لان من أعظم الفتن الفكرية ومن أخبث المؤامرات على العقل الإسلامي المعاصر , تلك المحاولات الجريئة لتحويل المحكمات إلى متشابهات والقطعيات إلى محتملات قابله للقيل والقال والنقاش والجدال مع أن هذه المحكمات والقطعيات هي التي تمثل ثوابت الأمة التي انعقد عليها الإجماع المستيقن واستقر عليه الفقه والعمل وتوارثته الأجيال جيلا إثر جيل ولكن الذي يطمئن هو وضوح الحق بنصاعة أدلته وقوه رجاله ووهن الباطل وتهافت منطقه وتناقض أصحابه وكما قيل الحق أبلج والباطل لجلج وقال تعالى في كتابه الكريم:(وقل جاء الحق وزهق الباطل أن الباطل كان زهوقا)[1].

الآن حصحص الحق وتبين الرشد من الغي فليختر كل امرئ لنفسه الطريق الذي يريد ولعل ما يسمى الأعجاز اليوم نوع من أنواع الحفظ لهذه الثوابت حيث يثبت الأعجاز قطعيه الثبوت والدلالة للنصوص من خلال تجانس الفكرة والمضمون واتحاد الهدف والغاية.

**أولا: تعريف الربا لغتاً وشرعاً**

الربا في اللغة هو الزيادة قال تعالى:(أن تكون أمة هي أربى من امة)[2] أي أكثر عددا.

يقال:أربى فلان على فلان أي زاد عليه واصل الربا الزيادة أما في نفس الشيء وأما في مقابله كدرهم بدرهمين.

1.سوره الإسراء الآية 81

2.سوره النحل الآية 92

والربا في الشرع : هو الزيادة في أشياء مخصوصة. يقال ربا الشيء إذا زاد, ومن ذلك قوله تعالى:(ويمحق الله الربا ويربى الصدقات والله لا يحب كل كفار اثيم)[3] وأربى الرجل أي عامل بالربا أو دخل فيه، ويطلق الربا على كل بيع محرم أيضا.

فمفهوم الربا عند جميع الأمم القديمة كان واحدا ومتعارفا عليه وهو الزيادة المشروطة سلفا في القرض نظير الأجل، فالفائدة ليست إلى زيادة في رأس المال المقترض وكل زيادة عليه بسبب الأجل هي ربا لغته وشرعا وعرفا.

**ثانيا: مراحل تحريم الربا في القران الكريم**

اقتضت حكمه الله تعالى العليم الخبير أن لا يفاجأ المسلمين الذين اختارهم الله لحمل رسالته بالتكليف والتحريم والمنع جملة واحدة في بعض الأمور منها الربا وشرب الخمر كي لا تثقل كواهلهم وتنفر نفوسهم , فلذلك سلك الله بهم مسلك الأناة والتدرج بالتشريع لتهيئه النفوس للقبول رحمة بنا فلم يكن تحريم الربا مفاجئا بل كان على أربعة مراحل متصاعدة وقبل أن يتم تحريم الربا صراحة مهد الله عز وجل له بفرض الزكاة في أموال الأغنياء والحض على القرض الحسن ورغب فيه , أما مراحل تحريم الربا فهي:

**المرحلة الأولى**: قوله تعالى:(وما أتيتم من ربا ليربوا في أموال الناس فلا يربوا عند الله وما أتيتم من زكاه تريدون وجه الله فأولئك هم المضعفون).[4]

**المرحلة الثانية:**قوله تعالى:(فبظلم من الذين هادوا حرمنا عليهم طيبات أحلت لهم وبصدهم عن سبيل الله كثيرا160 وأخذهم الربا وقد نهوا عنه وأكلهم أموال الناس بالباطل واعتدنا للكفرين منهم عذابا اليما)[5].

**المرحلة الثالثة**:قوله تعالى:(يا أيها الذين امنوا لا تاكلو الربا أضعافا مضاعفه وأتقو الله لعلكم تفلحون130 واتقوا النار التي أعدت للكافرين131 واطيعوا الله والرسول لعلكم ترحمون132)[6].

**المرحلة الرابعة**:قوله تعالى:( الذين يأكلون الربا لا يقومون إلا كما يقوم الذي يتخبطه الشيطان من المس ذلك بأنهم قالوا إنما البيع مثل الربا وأحل الله البيع وحرم الربا فمن جاءه موعظة من ربه فانتهى فله ما سلف وأمره إلى الله ومن عاد فأولئك أصحاب النار هم فيها خالدون275)[7].

3.سوره البقرة الآيه276.

4.سوره الروم الآيه39.

5.سوره النساء الآيات 160-161

6.سوره آل عمران الآيات 130-132

7.سوره البقرة الآيات 275-276

**وأخيرا :**

لا يشك المسلم في أن الله عز وجل لا يأمر بأمر ولا ينهى عن شيء إلا وله فيه حكمه عظيمه, فأن علمنا بالحكمة فهذا زيادة علم ولله الحمد, وإذا لم نعلم بتلك الحكمة فليس علينا جناح في ذلك إنما الذي يطلب منا هو أن ننفذ ما أمر الله به وننهى عما نهى الله عنه ورسوله عليه الصلاة والسلام, ولا شك أن للربا أضرار جسيمه وعواقب وخيمة، والدين الإسلامي لم يأمر البشرية بشيء إلا وفيه سعادتها وعزها في الدنيا والآخرة ولم ينهها عن شيء إلا وفيه شقاوتها وخسارتها في الدنيا والآخرة ,ثم إن المصلحة من تحريم الربا لان أضراره أكثر من منافعه , ومن ثم لا يصح القول بأن العلة من تحريم الربا هي الاستغلال أو الظلم , لان الظلم أو الاستغلال هو الحكمة من تحريم الربا وهناك فرق بين الحكمة والعلة , فالحكم الشرعي يدور مع العلة لا مع الحكمة وجودا وعدما.

ولابد من الإشارة هنا إلى إننا لا ندرس الفائدة تبشيرا بها أو دعوة إلى اعتمادها في حياتنا أليوميه بل ندرسها لعده أسباب أولها إننا وجدناها ومجبرون على التعامل بها في بعض الأحيان, سواء في التعامل الدولي أو المحلي ,كما إننا ندرسها لان العالم أجمعه يتعامل بها ,فمعرفتنا بها هي معرفه الملاحظ المشاهد الذي لابد أن يتعرف على الواقع الفعلي لحركه الاقتصاد العالمي الذي يرتكز أساسا على الفائدة وأيضا ندرسها لأنه يمكن اعتمادها في مجالات أخرى غير الربا ، كما في النظريات المالية والاستثمارية ودراسة وتقييم المشاريع ودراسات الجدوى ألاقتصاديه وتحديد تكاليف رأس المال ودراسة ألفرصه البديلة ,كلها تعتمد على قوانين الفائدة والقيمة الحالية.

# الفصل الثاني

## الفائدة البسيطة والفائدة المركبة

# القسم الأول

## ( الفائدة البسيطة)

**أولا:مفهوم الفائدة الاقتصادي والمصرفي والشرعي:-**

يبرر الاقتصاديون الفائدة بأنها حصة رأس المال من العوائد إذ أن عناصر الإنتاج الأربعة هي: الأرض والعمل والرأس المال والتنظيم ولكل من هذه العناصر عائده الخاص من العملية الإنتاجية فالأرض والعقارات تكون لها حصة تدعى الريع يمنح لمالكها نظير مساهمته في العملية الإنتاجية والعمل يحصل من يقدمه على الأجر والمنظم يحصل القائم به على الربح , أما من يقدم رأس المال فله الفائدة ومن هنا يطرح هؤلاء مفهوم للفائدة بأنها :- العائد على رأس المال المستخدم أو ثمن استخدام الأموال أو أجره المال المقترض.

فهي في مفهومهم كمستحقه لصاحب رأس المال نظير تخليه عن أمواله وعدم تمتعه بالاحتفاظ بها . ومن الناحية المصرفية ,فأن الفائدة هي حق المصرف أو حق العميل نظير احدهما للأخر عن مبلغ معين لفترة محدده فالمصرف يستحق الفائدة عندما يمنح قروضه أو تسهيلاته الائتمانية إلى عملائه لفترة معينه والعميل يستحق من المصرف على الفائدة عند إيداع الأول لدى الثاني لمبلغ معين لفترة معينه وبالتالي فأن الفائدة وفق هذا المفهوم هي عائد الأموال المستخدمة من قبل الغير ومن الناحية التشريعية فقد اتفقت الأديان السماوية على تحريم الفائدة فليس لرأس المال حق في عوائد الإنتاج ,إلا إذا كانت مشاركته غير ثابتة وقابله لتحمل الخسائر كما هي قابله لتحمل الأرباح وإلا كانت ربا وهو محرم في الشريعة كما جاء في الفصل الأول .

**تعريف آخر للفائدة:** هي العائد على استعمال رأس مال الغير وعندما نحسب الفائدة لا نقيم أي اعتبار لكيفية استثمار المدين للمبلغ الذي اقترضه فهو ملزم بدفع الفائدة المتفق عليها سواء أحسن استثمار القرض أو أبقاه معطلا أو أساء التصرف فيه.

**ثانياً: عناصر الفائدة :-**

ويقصد بعناصر الفائدة , تلك العوامل التي تؤثر بصوره مباشرة بالفائدة وتعتمد عليها في احتساب تلك الفائدة . وهي ثلاثة عناصر :-

**1-المبلغ :-** وهو رأس المال أو المبلغ المودع أو المبلغ المقترض أو المبلغ المستثمر أو أي مبلغ أخر تقع عليه عمليه التحويل من الشخص الأول إلى الشخص الثاني ,وقد يطلق عليه المبلغ الأصلي وسيرمز له بالرمز (م).يرتبط المبلغ الأصلي بالفائدة بعلاقة طردية , إذ تزداد كلما زاد المبلغ وتنخفض كلما انخفض .

وقد يكون المبلغ الأصلي مبلغاً منفرداً فتكون له فائدة واحده , وقد تكون عدة مبالغ مختلفة فتكون لكل منها فائدتها الخاصة. كما قد يكون عدة مبالغ متساوية فتكون فوائدها متعددة أيضا. ولكنها تستخرج مجتمعة بقانون خاص. كما أن المبلغ قد يكون مبلغاً مودعاً أو مسحوباً أو مقترضاً أو مسدداً أو مستثمراً أو غير ذلك.

**2- الزمن :-** وهو يمثل الفترة الزمنية التي يضع الأول (المبلغ) لدى الثاني, أي من تاريخ ابتداء العملية الاستثمارية حتى نهايتها. وهي قد تكون مدة القرض أو مدة الإيداع أو مدة الاستثمار أو غير ذلك. وسنرمز لها بالرمز (ن) ويرتبط الزمن بالفائدة بعلاقة طردية, فهي تزداد كلما ازداد الزمن وتنخفض كلما انخفض.وقد تكون

الفترة طويلة تمتد لسنوات كما أنها قد تكون قصيرة لا تتجاوز عدة أشهر أو عدة أعوام, واصغر وحداتها اليوم واكبر وحداتها السنة.

**3- سعر الفائدة :-** وهو معدل الفائدة الذي يتم الاتفاق عليه بين طرفي عملية الاستثمار والذي يمنحه الثاني إلى الأول نظير منح الأول لمبلغ الاستثمار إلى الثاني, ويطلق عليه أيضاً فائدة الوحدة النقدية عن فترة زمنية واحدة. إلا أنه عادة ما يقاس على أساس 100 وحدة نقدية ولمدة سنة واحدة فيكون سعر الفائدة هو مبلغ الفائدة الذي يدفعه الثاني إلى الأول نظير 100 وحدة نقدية يمنحها الأول إلى الثاني لمدة سنة واحدة. وذلك يدعى (معدل الفائدة السنوي النسبي), لأنه نسبة مئوية سنوية. إلا إذا تم الاتفاق على غير ذلك. ويرتبط سعر الفائدة هو الأخر بعلاقة طردية,إذ تزداد كلما أزداد سعر الفائدة وتنخفض كلما انخفض. وسنرمز له بالرمز (ع).

**ثالثاً : أنواع الفائدة :-**

**1- الفائدة البسيطة.**

**2- الفائدة المركبة.**

**رابعاً : الفائدة البسيطة :-**

هي مقدار المبلغ الذي نحصل عليه على المبلغ الأصلي ولا تضاف إلى المبلغ الأصلي.

**وتعرف أيضاً :** هي العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة, فإذا أودع شخص مبلغ من المال في أحد البنوك وبمعدل فائدة متفق عليه, فإنه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى الفائدة البسيطة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك. وكذلك هي الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنه نتيجة استخدامه لأموال دائنه في نهاية مدة زمنية معينة, فإذا اقترض شخص مبلغ من المال من احد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه, فإنه يدفع إلى البنك في نهاية مدة القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك.

**خامساً: قانون الفائدة البسيطة والقواعد المستخدمة في الحلول :-**

عندما ذكرنا عناصر الفائدة قلنا إنها ثلاث هي المبلغ والزمن وسعر الفائدة وجميعها ترتبط بعلاقة طردية مع الفائدة وبالتالي فان الفائدة البسيطة تعتمد على العوامل الثلاث أيضاً.

ومن العلاقة الطردية ينتج القانون التالي:-

الفائدة = المبلغ × الزمن × سعر الفائدة

وسوف نرمز للفائدة البسيطة بالرمز (ف).

ف = م . ن . ع

**ملاحظة :-**

يجب أن تتفق المدة مع معدل الاستثمار عند حساب الفائدة لذلك يجب أن نتذكر أن :-

1- المعدل غالباً يكون سنوياً وإذا كان غير سنوي يفضل تحويله إلى معدل فائدة سنوي ويتم التعبير عن المعدل في صورة نسبة مئوية أو على صورة كسر عشري, فمثلاً معدل الفائدة 12% أو 0.12 .

2- المدة غالباً لا تكون بالسنوات لذلك يجب تحويلها بالسنوات فإذا كانت المدة بالشهور تحول إلى سنوات بالقسمة على 12 أما إذا كانت بالأيام تحول إلى سنوات بالقسمة على 360 في حالة الفائدة التجارية أو بالقسمة على 365 في حالة الفائدة الصحيحة, والسنة البسيطة ( السنة التي يكون فيها شهر فبراير 28 يوماً ) وتكون السنة بسيطة في حالة إذا تم قسمة السنة على العدد 4 ووجد إنها لا تقبل القسمة وكان هناك باقي فمثلاً 1990 إذا قسمت على 4 ينتج 497.5 أو بالقسمة على 366 في حالة الفائدة الصحيحة. والسنة كبيسة ( السنة التي يكون فيها شهر فبراير 29 يوماً) وتكون السنة كبيسة في حالة إذا تم قسمة السنة على 4 ووجد إنها تقبل القسمة على 4 بدون باقي فمثلاً سنة 1992 إذا قسمت على 4 ينتج 498, أما إذا كانت مدة الاستثمار تقع بين سنتين إحداهما بسيطة والأخرى كبيسة فأن المدة في هذه الحالة تحول إلى سنوات حيث يتم قسمة عدد أيام الاستثمار في السنة البسيطة على 365 ويتم قسمة عدد أيام الاستثمار في السنة الكبيسة على 366.

وبناء على ذلك فإذا كانت المدة بالشهور فان:

ن= عدد الشهور \12

المدة بالأيام فان :

ن=عدد الأيام\360 في حالة فائدة تجارية.

ن= عدد الأيام\365 في حالة فائدة صحيحة والسنة بسيطة.

ن= عدد الأيام\366 في حالة فائدة صحيحة والسنة كبيسة.

وسيتم لاحقا شرح أنواع الفائدة البسيطة الثلاث.

**قاعدة 1** **(أن فائدة أي مبلغ تساوي حاصل ضرب عناصرها الثلاث)**

**ف = م . ن . ع**

إن الفائدة تنتج عن حاصل ضرب عناصرها الثلاث, وذلك لارتباط كل منهم بعلاقة طردية مع الفائدة, فلو كانت العلاقة عكسية مع احد هذه العناصر لوجدناه في مقام القانون لا في بسطه فثمن البضاعة يرتبط بعلاقة طردية بعنصريه سعر البضاعة وعدد وحداتها ولذلك كان قانون ثمن البضاعة كما يلي :-

ثمن البضاعة =سعر الوحدة ×عدد الوحدات

بينما نجد إن السرعة ترتبط بعلاقة طردية مع المسافة وبعلاقة عكسية مع الزمن ولذلك كان قانون السرعة كما يلي:-

السرعة = المسافة \ الزمن

أي أن المسافة كانت في بسط القانون أما الزمن فكان في مقامه.

ونعود إلى قانون الفائدة ونشير إلى أن سعر الفائدة كما أوضحنا سابقاً بأنه نسبة مئوية, عليه فيمكن وضع هذه النسبة في القانون أو جعل مقام القانون (100) أو عدم الإشارة إلى ذلك إلا عند التعويض إي :-

ف=م. ن. ع%

أو ف= م.ن.ع \100

**مثال 1...**

أودع السيد احمد مبلغ 5000 دينار لدى مصرف الرشيد الذي يعتمد سعر الفائدة بمعدل 6% سنوياً فلإيجاد الفائدة التي يحققها السيد احمد بعد ثلاث سنوات.

**الحل...**

المعطيات: م=5000 دينار , ن=3سنوات , ع=6%

ف=م. ن. ع = 5000×3×6%=900 دينار الفائدة المتحققة

**مثال 2...**

أودع شخص مبلغ 5000 جنيه في بنك مصر لمدة سنة و4 شهور وبمعدل فائدة بسيطة 12%سنوياً لإيجاد مقدار الفوائد المستحقة في نهاية المدة.

**الحل ...**

المدة بالشهور = 12+4=16 شهراً

ف= م.ن.ع=5000×(12\16)×(100\12)=800 جنيه.

**قاعدة 2** **(ليس شرطاً أن يكون العنصر الأساسي هو العنصر المجهول, بل من الممكن أن يكون أي عنصر من عناصر القانون مجهولاً)**

أن اعتماد هذه القاعدة يغني عن عمليات اشتقاق القوانين الفرعية أو الثانوية لكل قانون أساسي ففي الفائدة نقول ليس شرطاً أن تكون الفائدة هي المجهول في السؤال, بل من الممكن أن يكون أي من المبلغ أو الزمن أو سعر الفائدة مجهولاً. وهكذا لا يشترط استخراج قانون ثانوي, بل من الممكن اعتماد ذات القانون لاستخراجها.

**مثال 3...**

لإيجاد المبلغ الذي يدفعه السيد احمد إلى مصرف الرشيد ليحصل بعد سنتين على فائدة مقدارها 1400 دينار علماً أن المصرف يعتمد 7% سنوياً كسعر للفائدة.

**الحل ...**

المعطيات : م=؟ , ن=2سنة , ع=7%سنوياً , ف=1400 دينار

ف=م. ن. ع

1400=م × 2 ×7%

م=10000 دينار المبلغ.

**مثال 4...**

أودع شخص مبلغ 4000 جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة سنوي 9.5% ولمدة معينة , فوجد أن الفوائد المستحقة له في نهاية هذه المدة 285 جنيه لإيجاد مدة الاستثمار لهذا المبلغ.

**الحل...**

ف= م. ن. ع

285=4000×ن×9.5 %

ن=0.75سنة × 12= 9شهور.

**مثال 5...**

أودع شخص مبلغ 5000 جنيه في بنك مصر لمدة 8 شهور فوجد أن الفوائد المستحقة مقدارها 400 جنيه لإيجاد معدل الفائدة السنوي.

**الحل...**

ف= م. ن. ع

400= 5000×(12\8)×ع

ع = 0.12 ×100 =12%

| **قاعدة 3** | **(من الممكن أن يحتوي القانون على أكثر من مجهول توجد بينهما علاقة يمكن استخدامها لاستخراج احدهما بدلالة الأخر أو اختصار احدهما)** |
|---|---|

**مثال 6...**

سنجد متى يحصل السيد احمد على فائدة تعادل ربع المبلغ المودع من قبله لدى مصرف الرشيد إذا ما كان سعر الفائدة المعتمد لدى المصرف هو 5%سنوياً.

**الحل ...**

ف = م. ن. ع

1\4 م = م ×ن ×5 \100 بقسمة الطرفين على م

1\4= ن×5\100 ⟵ ن= 5 سنوات

**مثال 7...**

نريد أن نعلم سعر الفائدة المعتمد لدى مصرف الرشيد , إذا علمنا أن السيد احمد قد حقق فائدة تعادل نصف المبلغ الذي أودعه قبل 10 سنوات في المصرف.

**الحل...**

ف= م. ن. ع

1\2م = م ×10 ×ع\100 بقسمة الطرفين على م

1\2 =10×ع \100

ع = 5% سنوياً.

| **قاعدة 4** |
|---|

**(من الممكن أن يكون هناك أكثر من مبلغ إيداع فيكون لكل منهما معطياته الخاصة ( م.ن.ع.ف)ويكون أحد هذه المعطيات أو أكثر مجهولاً).**

**مثال8...**

مبلغان مجموعهما 5000 دينار أودع الأول لمدة سنتين بمعدل فائدة 5% سنوياً فيما أودع الثاني لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة 4% سنوياً فكان مجموع فوائدهما 520 دينار لإيجاد مقدار كل من المبلغين.

**الحل...**

المعطيات : م1 =م , م2= 5000- م , ع1=5% سنوياً

ع2= 4% سنوياً , ن1=2 , ن2=3 سنوات

ف1+ ف2=520

ف=م. ن. ع

م1.ن1.ع1 +م2.ن2.ع2 =520

م ×2 × 5\100 + (5000-م) ×3 × 4\100=520

0.10 م +0.12 ×5000 -0.12م =520

600-0.02 م =520

600-520 = 0.02 م

م=4000 دينار وهو المبلغ الأول

المبلغ الثاني =م2= 5000-4000=1000 دينار

**للتحقق من الحل ...**

ف1=  4000 ×2×5\100=400

ف2= 1000 ×3×4\100=120

ف1+ف2=520 دينار .

**مثال 9...**

استثمر شخص مبلغين في بنك مصر لمدة سنة كاملة وبمعدل فائدة مشترك فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين 200 جنيه فإذا علمنا إن  فائدة المبلغ الثاني والذي يساوي 1200 جنيه تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار 40 جنيه , لإيجاد أصل المبلغ الأول  وما معدل الفائدة .

**الحل ...**

فائدة المبلغ الثاني ( ف2)= فائدة المبلغ الأول( ف1 )+40

ف1 +ف2 =200 جنيه

فأن ف1 +(ف1+40) =200

2ف1 =200-40

ف1 =80 جنيه

ف2 =80 + 40 =120

ويمكن إيجاد المعدل السنوي كما يلي :

ف= م.ن.ع

120=1200×1×ع

ع=10%

ويمكن إيجاد المبلغ الأول كما يلي :

ف=م.ن.ع

80= م×1×100\10

م=800 جنيه

**قانون الجملة :-**

وتعني الجملة مقدار ما يؤول إليه مبلغ معين بعد مدة معينة عند استثماره بمعدل فائدة معين, وإضافة إليه ويمكن أن يسمى أيضاً رصيد المبلغ .

| قاعدة 5 |
| --- |

**(جملة المبلغ تساوي حاصل جمع المبلغ مع فائدته )**

**ج= م+ ف**

ولان ف= م. ن. ع أي:

| **ج = م (1 + ن.ع)** |
| --- |

**مثال 10...**

لإيجاد رصيد السيد امجد بعد 5 سنوات من إيداعه مبلغ مقداره 1000 دينار بمعدل فائدة 8% سنوياً .

**الحل ...**

المعطيات م= 1000 دينار , ن= 5 سنوات , ع=8% سنوياً

ج= م+ف

ف=م.ن.ع

=100×5×8%=400 دينار .

ج=1000+400=1400 دينار رصيد.

وبالعودة إلى قاعدة 2 يمكن أن يكون أي عنصر من عناصر هذا القانون مجهولا ويمكن استخراجه.

**مثال 11...**

لإيجاد المعدل المعتمد لدى مصرف الرافدين إذا علمنا أنه دفع للسيد امجد مبلغ 4350 دينار وذلك بعد إيداع الأخير لديه مبلغ 4000 دينار لمدة سنة و3 أشهر ؟

**الحل ...**

المعطيات م= 4000 , ن= 1×12+3=15 شهر , ع= ؟

ج= 4350

ج= م(1 + ن. ع)

4350=4000(1+15\12 ×ع \100)

4350=4000(1 +0.0125 ع)

4350=4000+50ع

ع= 7%

**استخراج الزمن :**

تمت الإشارة سابقاً إلى أنه يجب أن تكون المدة المعتمدة في قانون الفائدة البسيطة أو قانون الجملة بالسنوات , وذلك لأنه عادة ما يكون سعر الفائدة سنوياً , ولذلك فأنه عندما كانت المدة بالأشهر توجب تحويلها إلى سنوات بقسمتها على عدد أشهر السنة 12.

أن الواقع العملي للعمليات المصرفية فيما يتعلق بالسحب والإيداع أو قطع الأوراق التجارية أو السحب على الكشوف وكذلك فيما يخص التعامل التجاري بين الأفراد والمنشآت يشير إلى أن الزمن قد يكون بالأيام وفي هذه الحالة تظهر مشكلة جديدة , وهي أن البعض يعتمد الزمن الذي يكون فيه عدد أيام كل شهر من أشهر السنة فيه 30 يوماً بغض النظر عن الزمن الحقيقي لكل شهر وهذا ما يدعى بالزمن القياسي فيما يعتمد البعض الأخر على الزمن الحقيقي الذي يميز عدد أيام أشهر السنة مابين 30 يوما أو 31 يوما أو 28 يوما وهذا ما يدعى بالزمن الفعلي أو الحقيقي . وعلى ذلك سنقوم باستخراج الزمنيين ,على أنه المتعارف عليه لاحتساب المدة بين تاريخين (أن يترك اليوم الأول ويحتسب اليوم الأخير).

| **قاعدة 6** |
|---|

**(الزمن القياسي = حاصل الطرح بين التاريخين)**

لان هذا الزمن لا يميز بين أشهر السنة , فجميع أيامها 30 يوما فتكون المدة بين أي تاريخين هو حاصل طرحهما كما يلي :-

**مثال 12...**

لإيجاد المدة القياسية بين 1999/4/5 و 1999/8/20 .

**الحل...**

1999/8/20 - 1999/4/5=15 +(4×30)=135 يوما قياسيا .

**قاعدة 7**

**(الزمن الحقيقي هو مجموع الأيام الفعلية مابين التاريخين )**

وهو يعتمد على احتساب الفترة الزمنية مابين التاريخ الأول والثاني اعتمادا على عدد أيام كل شهر سواء كان

( 30,31,28,29) وعلى ذلك يتوجب الانتباه إلى جدول رقم 1 ومنه يلاحظ أن عدد أيام شهر شباط 29 يوما في السنوات الكبيسة و28 يوما في السنوات البسيطة . والسنوات الكبيسة هي من مضاعفات 4 , أي التي تقبل القسمة على العدد 4 بدون باقي والبسيطة هي التي لا تقبل على ذلك ماعدا السنوات القرنية أي نهاية القرون حيث يتوجب أن تقبل القسمة على 400 لتكون كبيسة .

**جدول <<1>>**

**يوضح أشهر التقويم الميلادي وعدد أيامها**

| التسلسل | الشهر | عدد الأيام |
|---|---|---|
| 1 | كانون الثاني | 31 |
| 2 | شباط | 28 . 29 |
| 3 | آذار | 31 |
| 4 | نيسان | 30 |
| 5 | مارس | 31 |
| 6 | حزيران | 30 |
| 7 | تموز | 31 |
| 8 | آب | 31 |
| 9 | أيلول | 30 |
| 10 | تشرين الأول | 31 |
| 11 | تشرين الثاني | 30 |
| 12 | كانون الأول | 31 |

**مثال 14...**

**لإيجاد** المدة الفعلية بين 1999/4/5 و 1999/8/20 .

**الحل...**

الشهر = 4 5 6 7 8

عدد الأيام =(20-5)+31+30+31+30=137 يوما

لاحظ أن المدة القياسية كانت 135 يوما.

**قاعدة 8**

**(لاستخراج التاريخ اللاحق في الزمن الحقيقي إذا وجدت المدة , نعتمد قاعدة الإملاء ونبدأ من البداية وحتى النهاية)**

**مثال15...**

لإيجاد التاريخ الذي يلي 2000/4/5 بمائة يوم ؟

**الحل ...**

الشهر 4 5 6 7

عدد الأيام ( 30-5) 31 30 (100-86)= 2000/7/14

فبعد أن ملأنا الشهر 4 ب 30 يوم ولأنه يحتوي على 5 أيام فقد أحتاج إلى 25 يوما ثم الشهر الخامس 31 يوم والشهر السادس 30 يوما كان مجموعها 86 يوما فلم يتبقى من 100 يوم سوى 14 يوما وضعت في الشهر السابع فكان التاريخ 2000/7/14

**قاعدة 9**

**(لاستخراج التاريخ السابق في الزمن الحقيقي إذا وجدت المدة , نعتمد على قاعدة التفريغ ونبدأ من النهاية وحتى البداية )**

**مثال 16...**

لإيجاد التاريخ الذي يسبق 1999/10/20 ب 150 يوما .

**الحل ...**

الشهر 10 9 8 7 6 5

عدد الأيام 20 30 31 31 30 8

التاريخ 31 -8=1999/5/23

فبعد أن أفرغنا ما موجود في الشهر العاشر الذي كان يحوي 20 يوما بدأنا بتفريغ الأشهر الأخرى تباعا حتى وصلنا إلى الشهر الخامس , إذ تبقى لدينا 8 أيام توجب تفريغها منه ,

ولأنه يحتوي 31 يوما كان ما تبقى في هذا الشهر 23 يوما وهو التاريخ .

**قاعدة 10**

**1-لاستخراج المدة بين تاريخين كما يلي :-**

الرقم من الجدول - التاريخ الأول +التاريخ الثاني= المدة بين التاريخين

**2-لاستخراج التاريخ اللاحق كما يلي :-**

المدة +التاريخ السابق -أقرب رقم من الجدول = التاريخ اللاحق

**3-لاستخراج التاريخ السابق كما يلي :-**

المدة - التاريخ اللاحق = التاريخ الوسطي

اقرب رقم في الجدول -التاريخ الوسطي = التاريخ السابق

**جدول <<2>>**

**جدول استخراج الزمن بين تاريخين**

| من/إلى | 1 ك2 | 2 شباط | 3 آذار | 4 نيسان | 5 مارس | 6حزيران | 7 تموز | 8 آب | 9 أيلول | 10 ت1 | 11 ت2 | 12 ك1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 365 | 31 | 59 | 90 | 120 | 151 | 181 | 212 | 243 | 273 | 304 | 334 |
| 2. | 334 | 365 | 28 | 59 | 89 | 120 | 150 | 181 | 212 | 242 | 273 | 303 |
| 3. | 306 | 337 | 365 | 31 | 61 | 92 | 122 | 153 | 184 | 214 | 245 | 275 |
| 4. | 275 | 306 | 334 | 365 | 30 | 61 | 91 | 122 | 153 | 183 | 214 | 244 |
| 5. | 245 | 276 | 304 | 335 | 365 | 31 | 61 | 92 | 123 | 153 | 184 | 214 |
| 6. | 214 | 245 | 273 | 304 | 334 | 365 | 30 | 61 | 92 | 122 | 153 | 183 |
| 7. | 184 | 215 | 243 | 274 | 304 | 335 | 365 | 31 | 62 | 92 | 123 | 153 |
| 8. | 153 | 184 | 212 | 243 | 273 | 304 | 334 | 365 | 31 | 61 | 92 | 122 |
| 9. | 122 | 153 | 181 | 212 | 242 | 273 | 303 | 334 | 365 | 30 | 61 | 91 |
| 10. | 92 | 123 | 151 | 182 | 212 | 243 | 273 | 304 | 335 | 365 | 31 | 61 |
| 11. | 61 | 92 | 120 | 151 | 181 | 212 | 242 | 273 | 304 | 334 | 365 | 30 |
| 12. | 31 | 62 | 90 | 121 | 151 | 182 | 212 | 243 | 274 | 304 | 335 | 365 |

**ملاحظة مهمة :-**

1- الرقم من الجدول -التاريخ الأول + التاريخ الثاني

2-إذا صادفت نهاية الشهر الثاني لسنة كبيسة ضمن المدة يضاف يوم واحد إلى الرقم المأخوذ من الجدول

**مثال 17...**

لإيجاد المدة الفعلية بين 1999/5/26 و1999/9/20 .

**الحل ...**

أن مربع تقاطع الشهر الخامس والشهر التاسع هو 123 يوما فتكون المدة

123- 26+20=117 يوما .

**مثال 18...**

لإيجاد التاريخ الذي يلي 2000/4/5 بمائة يوم ؟

**الحل ...**

105=5+100

أن اقرب عدد يمكن أن يطرح من 105 ويقع في صف الشهر الرابع هو 91 تحت الشهر السابع فيكون 105 - 2000/7/14=91

مع ملاحظة إننا لم نضف يوما إلى الجدول مع أن السنة 2000 هي سنة كبيسة , وذلك لان المدة لا تحتوي على الشهر الثاني .

**مثال 19...**

لإيجاد التاريخ الذي يسبق 1998/12/12 ب 240 يوما .

**الحل ...**

240-12=228 يوما

أقرب عدد يمكن أن نطرح منه 228 ويقع في عمود الشهر الثاني عشر هو 244 الذي يقع في صف الشهر الرابع فيكون التاريخ

1998/4/16=228-244

**سادساً: أنواع الفائدة البسيطة والعلاقة بينهما :-**

إن التعامل مع الزمن بالأيام قد يتخذ اتجاهين مختلفين الأول يعتمد على الزمن القياسي والثاني يعتمد على الزمن الفعلي, كما إن عدد أيام السنة القياسية هي 360 يوماً بينما عدد أيام السنة الفعلية هو 365 يوماً للسنة البسيطة و366 يوماً للسنة الكبيسة ولأن عنصر الزمن عندما يكون بالأيام لابد من تحويله إلى سنوات بقسمته على عدد أيام السنة, عليه يكون عنصر الزمن في هذه الحالة يتكون من بسط ومقام ومن هنا ظهرت ثلاث أنواع من الفوائد هي :-

**1- الفائدة القياسية:-** وهي التي تعتمد على الزمن القياسي للاستثمار مقسومة على عدد الأيام القياسية للسنة 360 يوم.

**2- الفائدة التجارية:-** وهي التي تعتمد على الزمن الفعلي للاستثمار مقسوماً على عدد الأيام القياسية360 يوم.

**3- الفائدة الصحيحة:-** وهي التي تعتمد على قسمة عدد الأيام الفعلية للاستثمار على عدد الأيام الفعلية للسنة 365 أو 366 يوماً.

ولذلك سوف يتم اعتماد القواعد التالية :-

1- الفائدة القياسية =المبلغ ×(الزمن القياسي \360)×معدل الفائدة.

**فق= م×(ن\360) ×ع .**

2- الفائدة التجارية =المبلغ×(الزمن الفعلي\360)×معدل الفائدة.

**فت=م×(ن\360)×ع.**

3-الفائدة الصحيحة=المبلغ×(الزمن الفعلي\365)×معدل الفائدة.

**فص=م ×(ن\365)× ع.**

**العلاقة بين الفائدتين التجارية والصحيحة :-**

نقسم فت =م×ع×(ن\360) على المعادلة

فص= م×ع×(ن\365)

فت\فص =73\72 أي أن :-

**فت = 73 فص \72 .**

**وهناك علاقة أيضاً** : في بعض الأحيان يتم العرف على الفرق بين الفائدتين الصحيحة والتجارية ومنه يمكن الوصول إلى أي منهما كما في القاعدة التالية:

**1- فص = 72× الفرق بين الفائدتين.**

**2- فت = 73× الفرق بين الفائدتين.**

وفي حال لم يشر إلى نوع الفائدة يتم اعتماد الفائدة التجارية.

وذلك لان الفائدة التجارية هي في مصلحة المودع لان المقام اقل من المقام في الفائدة الصحيحة

**مثال 20...**

لإيجاد الفائدة القياسية التي يحققها السيد جودت من استثماره مبلغ مقداره 2000 دينار للفترة من 1999/3/26 إلى 1999/7/20 إذا كان معدل الفائدة المعتمد 7% سنويا .

**الحل ...**

المعطيات م = 2000 دينار ع= 7% سنويا

ن= 1999/7/20

-1999/3/26

ن= 0/3/24

24+(3×30)=114 يوما قياسيا

فق= م×ن×ع\360 ×100

=2000×114×7\360×100 =44,3 دينار .

**مثال 21...**

لإيجاد المبلغ الذي يستثمره السيد جودت في 2000/2/16 بمعدل فائدة 8% سنويا ليحصل على جملة مقدارها 2630,5 دينار , في 2000/10/8 وذلك وفقا للفائدة التجارية .

**الحل ...**

المعطيات م= ؟ ج = 2630,5 ع=8%

ن=(242+1)-16 +8= 235 يوم

وقد تم استخراج المدة باستخدام الجدول وإضافة يوم لان سنة 2000 كبيسة ويقع الشهر الثاني ضمن مدة الاستثمار .

ج=م(1+ ن×ع\100×360)

2630.5 =م(1+235×8\100×360)

م= 1.052\2630.5

م=2500 دينار.

**مثال 22...**

لإيجاد الفائدة الصحيحة التي يحققها السيد جودت من استثمار مبلغ 4000 دينار بمعدل فائدة 9% سنويا , وذلك بين التاريخين 1999/3/26 و 1999/8/15.

**الحل ...**

المعطيات م= 4000 دينار ع=9% سنويا ن= 152-26+15=142 يوما

فص=م×ن×ع\100×365

=100\9×365\142×4000

=140 دينار الفائدة الصحيحة.

**مثال 23...**

لإيجاد كل من الفائدتين التجارية والصحيحة إذا كان الفرق بينهما ثلاثة دنانير .

**الحل ...**

فص=72×الفرق =72×3=216 دينار.

فت=73×الفرق =73×3=219 دينار.

# القسم الثاني

## (الفائدة المركبة)

**أولا :تعريف الفائدة المركبة:**

عبارة عن الفائدة الناتجة عن استثمار مبلغ ما وفوائده, وفوائد فوائده, وهكذا بمرور الزمن وبمعدل معين خلال مدة معينة, أي أن الفائدة الناتجة تضاف إلى رأس المال الأصلي وتتم عملية استثمارها ثانية ,وهكذا وبالتالي نستطيع القول أن الفائدة المركبة صوره من صور المتواليات الهندسية في حين أن الفائدة البسيطة صوره من صور المتواليات العددية.

ومن خلال الرسم البياني كما سيمر لاحقا نجد أن العلاقة بين الزمن (مدة الاستثمار) والجملة أو مقدار الفائدة بالنسبة للفائدة المركبة هي علاقة غير خطية (منحني صاعد من الأسفل إلى الأعلى) بينما العلاقة بين الزمن (مدة الاستثمار)ومقدار الفائدة أو الجملة بالنسبة للفائدة البسيطة هي علاقة خطية.

**ثانيا: القانون الأساسي للفائدة المركبة:**

ج= م $(1+ع)^{ن}$ حيث أن :

ج= الجملة أو الرصيد أو القيمة المستقبلية لمبلغ ما.

م=المبلغ الأصلي أو المبلغ المودع ببداية المدة أو القيمة الحالية.

ع= معدل الفائدة المركبة ويؤخذ على أساس سنوي.

ن= فترة الاستثمار وتؤخذ على أساس سنوي.

بحيث يجب أن تتوافق (ع) مع (ن) فإذا كان (ع) سنوي فإن (ن) تؤخذ بالسنوات وإذا كانت (ع) بالأشهر فإننا نغير (ن) لنتفق مع (ع) كما سنرى لاحقا.

والآن كيف توصلنا إلى هذا القانون:

قلنا في حديثنا عن الفائدة البسيطة أن مقدار الفائدة (ف) هو :

ف= م×ن×ع وأن الجملة =م+م×ع×ن.

فلو أن شخصا أودع مبلغ ما وليكن (م) وبمعدل فائدة ما ولتكن (ع) ولمدة معينة ولتكن (ن) فإن رصيده في نهاية السنة الأولى= م+م×ع×1

=م(1+ع).........م1

وبالتالي فإن رصيده بنهاية السنة الثانية =رصيده ببداية السنة الثانية +الفوائد.

=م1+م1×ع×1

=م1(1+ع) ولكن م1=م(1+ع)

=م(1+ع)(1+ع)

=م(1+ع)$^2$...............م2

وبالتالي فإن رصيده بنهاية السنة الثالثة=رصيده ببداية السنة الثالثة +الفوائد.

=م2+م2×ع×1

=م2(1+ع) ولكن م2=م (1+ع)$^2$

أذن رصيده بنهاية السنة الثالثة=م (1+ع)$^2$ (1+ع)

=م (1+ع)$^3$ وهكذا حتى نصل إلى السنة ن.

فيكون رصيده بالسنة ن=م (1+ع)$^{ن}$

القانون..........

نلاحظ في هذا القانون ج=م(1+ع)$^{ن}$

أن هناك 4 متغيرات هي ج,م,ع,ن وبالتالي لو عرفنا ثلاثة من هذه المتغيرات أمكن لنا معرفة المتغير الرابع.

إذا كان القانون أعلاه هو قانون الجملة فما هو قانون الفائدة المركبة لمبلغ ما, بمعنى ما مقدار الفائدة على مبلغ ما إذا علمنا جملته.

كما قلنا سابقا فإن الجملة = المبلغ+فوائده.

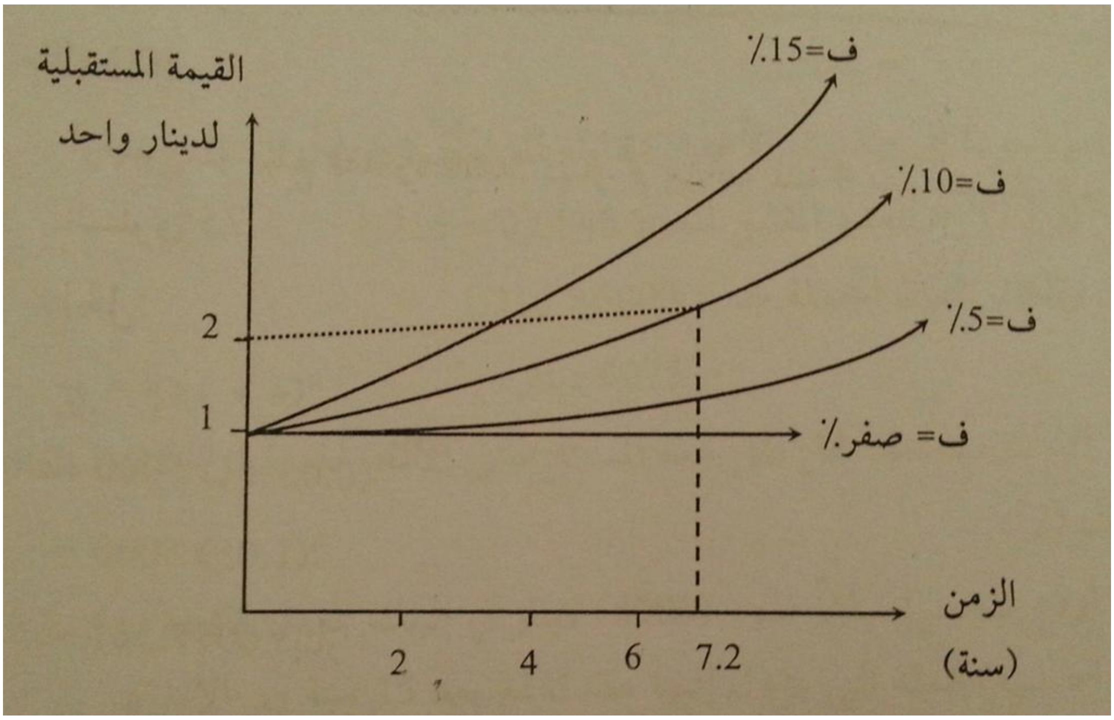
ج= م + ف

وبالتالي فإن ف= ج - م

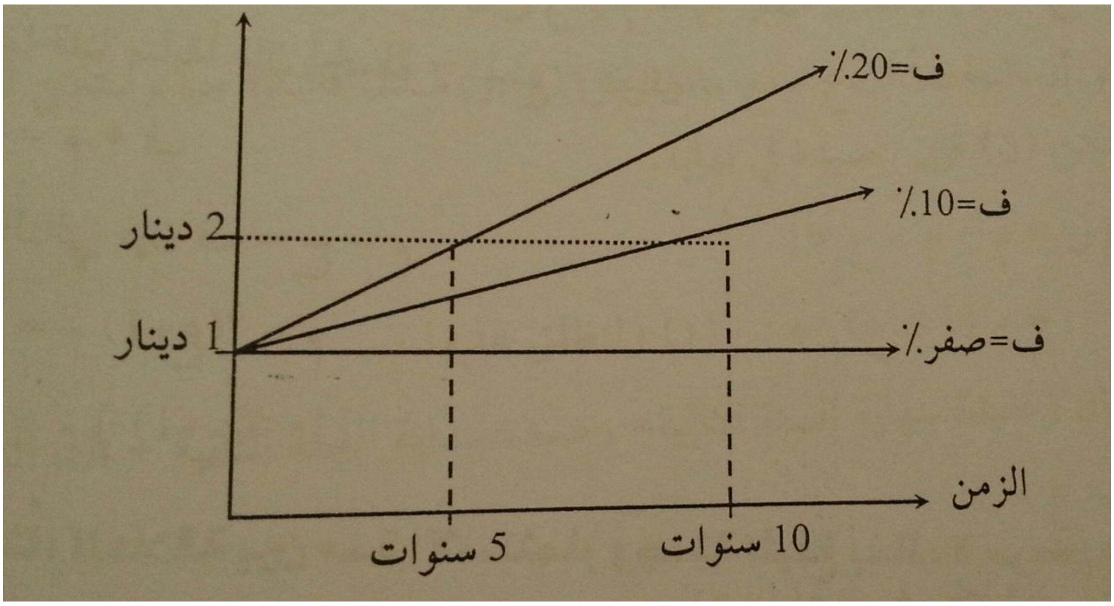
ف= م(1+ع)$^{ن}$ - م

ف= م ( (1+ع)$^{ن}$ - 1 )

**ثالثا: العلاقة بين مدة الاستثمار وجملة المبلغ بفائدة مركبة.**




**رابعا: العلاقة بين مدة الاستثمار وجملة المبلغ بفائدة بسيطة.**




**مثال 1....**

لنجد جملة مبلغ مقداره 5000 دينار تم إيداعه لمدة 4 سنوات بفائدة مركبة معدلها السنوي 5%.

**الحل ....**

ج=م (1+ع)$^{ن}$

=5000 (1+0.05)$^{4}$

=5000(1.05)$^{4}$

=6077.531 دينار.

هذه النتيجة يمكن إيجادها باستخدام الآلة الحاسبة باستخراج قيمة (1.05)$^{4}$ =1.2155 ثم ضربها بالمبلغ.

أو عن طريق استخدام جداول الفائدة المركبة حيث أنه تحت معدل فائدة 5% ومدة 4 سنوات عند تقاطع الخطين العمودي والأفقي نجد قيمة المعامل (1.05)$^{4}$ والذي يساوي 1.2155 وبالتالي فإن : الجملة (الرصيد)=المبلغ×المعامل:

=5000×1.2155 =6077.531 دينار.

أو عن طريق استخدام جداول اللوغريتمات حيث:

لو(1.05)$^{4}$ =4 لو (1.05)

وبالعودة إلى جداول الأعداد المقابلة للوغريتمات نجد أن:

$(1.05)^4$ =العدد المقابل للعدد 0.0848 ≈ 1.215

وبذلك تكون الجملة ج=5000×1.215

=6075 دينار.

إلا إننا سنعتمد لحل مثل هذه المسائل على الآلة الحاسبة أو جداول الفائدة المركبة.

**مثال 2....**

أودع شخص مبلغا قدره 8000 دينار في البنك بمعدل فائدة مركبة 8% سنوي , لحساب الجملة التي يؤول إليها هذا المبلغ بعد 15 سنة من الإيداع.

**الحل....**

ج=م(1+ع)^ن

$=8000(1.08)^{15}$

ولإيجاد قيمة المقدار $(1.08)^{15}$ من الجدول رقم 1 من جداول الفائدة المركبة نبحث تحت المعدل 8% ونبحث تحت وحدات الزمن 15 سنة وعن طريق التقاطع بين (8% ,15 سنة) نجد أن المعامل =3.1721 .

وبالتالي فإن ج= 8000×3.1721

=25376.8 دينار .

أو باستخدام الآلة الحاسبة فنحسب قيمة الرقم $(1.08)^{15}$ ونضرب الناتج بالمبلغ فتكون الجملة =25376.8 دينار .

**ملاحظة:** بالنظر إلى جداول الفائدة المركبة نلاحظ أن وحدات الزمن تتكون من (1) إلى (50) فقط فإذا كان عدد الوحدات الزمنية يزيد عن (50) فيمكن تحويل القيمة (1+ع)^ن إلى قيم في حدود هذين العددين

(1, 50) فمثلا $(1.03)^{70}$ =$(1.03)^{50}$ $(1.03)^{30}$ (بالاستناد إلى قوانين الأسس) عند الضرب تجمع الأسس.

**مثال 3.....**

لحساب الجملة التي يؤول إليها المبلغ 70000 دينار في نهاية 60 سنة إذا كان معدل الفائدة السنوي المركبة 60%.

**الحل ....**

ج=م(1+ع)^ن

$=70000(1.06)^{60}$

نجزى المقدار $(1.06)^{60}$ إلى:

$(1.06)^{60}=(1.06)^{50}\ (1.06)^{10}$ ومن الجدول رقم 1 فإن $(1.06)^{50}=18.4201$

$(1.06)^{10}=1.7908$

وبالتالي فإن $(1.06)^{60}=18.4201\times1.7908$

$=32.9867$

أي أن ج=$70000\times32.9867=2309069$ دينار.

كما ويمكن استخدام الآلة الحاسبة للخروج بنفس النتيجة تقريبا.

**مثال 4....**

استثمر شخص مبلغ 10000 دينار لدى بنك يعطي فائدة مركبة معدلها السنوي 6% ولمدة 9 سنوات , فلإيجاد مقدار الفائدة المستحقة على هذا المبلغ.

**الحل....**

نحسب أولا الجملة

ج=م(1+ع)^ن

=10000(1.09)^9

=21719 دينار.

وبالتالي فإن مقدار الفائدة ف= م -ج

ف=21719-10000

=11719 دينار.

**خامسا:دراسة عوامل الجملة بفائدة مركبة.**

من ملاحظتنا للقانون الأساسي لجملة مبلغ ما بفائدة مركبة

**ج=م(1+ع)^ن**

نجد أن هذا القانون يتكون من 4 متغيرات هي (ج,م,ع,ن) فإذا علم 3 متغيرات منها يمكننا تطبيق القانون واستخراج المتغير المجهول.

**أولا : إيجاد المبلغ (م).**

إذا علم قيمة الجملة والمعدل والزمن وبالتالي يمكننا إعادة كتابة القانون الأساسي لجملة مبلغ ما بفائدة مركبة وكما يلي :

ج=م(1+ع)$^{ن}$

أي أن: م= ج \(1+ع)$^{ن}$ قانون المبلغ بفائدة مركبة (القيمة الحالية).

أو أن م=ج(1+ع)$^{-ن}$ (حسب خواص قوى الأسس).

وبالتالي فإن القيمة (1+ع)$^{ن}$ والتي أسميناها المعامل نحصل عليها كذلك من الجدول رقم 1 من جداول الفائدة المركبة, ونستطيع أن نلاحظ أن القيمة(1+ع)$^{-ن}$ ما هي ألا مقلوب القيمة (1+ع)$^{ن}$ وبالتالي فإننا نستطيع أن نحل جميع المسائل المتعلقة بمتغيرات القانون (م,ع,ن,ج) باستخدام الجدول الأول فقط إلا أننا سوف نقوم بالحل باستخدام كافة الجداول بالإضافة إلى استخدام الآلة الحاسبة.

كما أنه يمكن إيجاد قيمة المبلغ إذا علمت فائدته المركبة من القانون التالي:

ف=م[(1+ع)$^{ن}$ -1] ومنه نجد أن:

م=ف\ (1+ع)$^{ن}$-1

**مثال5....**

أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك ليستثمر بمعدل فائدة مركبة سنوي مقداره 7% فكانت جملته بعد 10 سنوات من الإيداع مبلغ 196000 دينار فلإيجاد المبلغ المودع في بداية المدة.

**الحل....**

م=؟

ن=10 سنوات.

ع=7% سنوي.

ج=196000 دينار.

باستخدام معطيات الجدول رقم 1 وعند تقاطع الخط العمودي ل 7% مع الخط الأفقي ل 10 سنوات نجد أن المعامل =1.9671.

وباستخدام معطيات الجدول رقم 2 جدول القيمة الحالية وعند تقاطع الخط العمودي ل 7% مع الخط الأفقي ل 10 سنوات نجد أن المعامل =0.5084(لاحظ أن الرقم 0.5084 ما هو إلا مقلوب الرقم 1.9671)

وبتطبيق أي من القانونين السابقين لحساب المبلغ المودع (م).

م=ج\ (1+ع)$^{ن}$

م=1.9671\19600

م=99636.46 دينار .

وباستخدام القانون الثاني م= ج(1+ع)$^{-ن}$ ومن الجدول رقم 2.

=$196000\times(1.07)^{-10}$

=$1960000\times0.5084$

=99646.4 دينار.

أن الفروقات أعلاه بين المبلغين يرجعان إلى التقريب كوننا أخذنا 4 أرقام بعد الفاصلة.

**مثال 6....**

استثمر شخص مبلغا من المال لمدة 5 سنوات بفائدة مركبة معدلها السنوي 8% فبلغت مقدار الفائدة التي حصل عليها بنهاية تلك المدة 93865.62 دينار فلإيجاد قيمة المبلغ المستثمر ببداية تلك المدة .

**الحل ....**

م=؟

ن=5 سنوات.

ع=8% سنوي.

ف=93865.62.

م=ف\ (1+ع)$^{ن}$ -1

=$93865.62\backslash(1.08)^{5}$ -1

=93865.62\0.469328 =200000 دينار .

وللتحقق من الإجابة نعتبر أن المبلغ 200000 دينار قد تم توظيفه لمدة 5 سنوات بفائدة 8% سنوي فكم تكون جملته ثم نطرح من الجملة مقدار المبلغ ويكون الناتج هو مقدار الفائدة والمعطى بالسؤال .

ج=م(1+ع)$^{ن}$

=$200000\times(1.08)^{5}$

=293865.61.

ف= ج - م

=293865.61- 200000

=93865.62 وهو المطلوب.

**ثانيا: إيجاد المعدل (ع).**

من القانون الأساسي للجملة نجد أن :

**ج= م (1+ع)$^{ن}$**

ولإيجاد قيمة المعدل (ع) نضع المعلوم في طرف والمجهول في الطرف الأخر فيكون :

**(1+ع)$^{ن}$ = ج\م**

ولحساب قيمة المعدل يجب أن يكون معلوما لدينا قيم كل من (م,ن,ج) والناتج من قسمة الجملة على المبلغ يوازن مع الجدول رقم 1 حسب وحدات الزمن , ومكان التقاطع ويكون المعدل المطلوب .

**مثال7....**

لإيجاد معدل الفائدة المركبة السنوية الذي يؤول إليه مبلغ 1000 دينار إلى 1477.45 دينار بعد 8 سنوات.

**الحل ...**

ج=1477.45 دينار .

م=1000 دينار .

ن= 8 سنوات.

ع= ؟؟

(1+ع)$^{ن}$ =ج\م

(1+ع)$^{8}$=1477.45\1000

(1+ع)$^{8}$=1.47745

وبالبحث في الجدول رقم 1 أمام وحدة الزمن 8 نجد أن القيمة 1.47745 (المعامل) موجودة تحت المعدل 5% ومنه ع=5%.

كما أنه من الممكن إيجاد المعدل باستخدام قانون المبلغ هو :

م= ج(1+ع)$^{-ن}$

م\ج=(1+ع)$^{-ن}$

$(1+\text{ع})^{-8}$=1477.45\1000

$(1+\text{ع})^{-8}$=0.67684

وعندما نوازن ناتج القسمة في الجدول رقم 2 جدول القيمة الحالية أمام وحدة الزمن والمعلومة (8 سنوات) نجد أن معدل الفائدة يساوي 5%.

كما أننا نستطيع حل السؤال السابق بدون استخدام الجداول وكما يلي :

ج=م$(1+\text{ع})^{\text{ن}}$

1477.45= 1000 $(1+\text{ع})^{8}$

1.47745 =$(1+\text{ع})^{8}$ فنأخذ الجذر الثامن للطرفين .

$(1.47745)^{1/8}=(1+\text{ع})$

1.05=1+ع

ومن ع =1.05 - 1

= 0.05

أي أن المعدل = 5% سنوي .

**مثال 8...**

أودع شخص مبلغ 4224 دينار بالبنك بمعدل فائدة ما ولمدة 10 سنوات نحصل على جملة مقدارها 10000 دينار لإيجاد معدل الفائدة السنوي.

**الحل ...**

م=4224 دينار .

ج=10000 دينار .

ن= 10 سنوات .

ع= ؟؟

وباستخدام قانون المبلغ نجد أن:

$(1+\text{ع})^{-\text{ن}}$=م \ ج

$(1+\text{ع})^{-10}$ = 4224 \10000

$(1+ع)^{-10}$=0.4224 وبالبحث بالجدول رقم 2 من جداول الفائدة المركبة أمام وحدة الزمن 10 نجد أن القيمة 0.4224 تقع تحت المعدل 9% ومنه ع = 9% سنوي .

**ملاحظة:**

كما أنه من الممكن إيجاد قيمة المعدل باستخدام قانون الفائدة المركبة وهو:

ف= م[$(1+ع)^{ن}$ -1] ومنه

$(1+ع)^{-ن}$ = م\ج

$(1+ع)^{-10}$ =10000\4224

ثم نبحث عن الناتج في جدول رقم 1 من جداول الفائدة المركبة أمام وحدة الزمن المحددة 10 وبالتقاطع نوازن معدل الفائدة المطلوب .

**مثال 9....**

اقترض شخص مبلغ 8000دينار بمعدل فائدة مركبة ولمدة 10 سنوات فبلغت الفوائد المترتبة عليه 6326.4 دينار لإيجاد معدل الاقتراض, وما جملة هذا القرض .

الحل ...

م = 8000 دينار .

ن= 10 سنوات .

ف= 6326.4 دينار .

ع=؟

ج=؟

من قانون الفائدة المركبة نحسب المعدل .

$(1+ع)^{ن}$ = (ف\م) +1

$(1+ع)^{10}$ = (8000\6326.4) +1

$(1+ع)^{10}$ = 1.7908 وبالبحث في جدول رقم 1 من جداول الفائدة المركبة وأمام وحدات الزمن 10 نجد أن الرقم 1.7908 يقع تحت المعدل 6% أي أن ع= 6% سنوي .

وكما أن ج= م + ف

ج= 6326.4+8000

=14326.4 دينار .

**ثالثا: إيجاد المدة (ن).**

لإيجاد وحدات الزمن وبالعودة إلى قانون الجملة الأساسي نجد أن :

ج = م (1+ع)$^{ن}$

ومنه (1+ع)$^{ن}$ = ج\م

وبمعرفة قيمة كل من (ج,م,ع) نحصل على وحدات الزمن (ن) وذلك بالعودة إلى معطيات الجدول رقم 1 من جداول الفائدة المركبة.

كما ويمكن استخراج المدة باستخدام معطيات الجدول رقم 2 من جداول الفائدة المركبة من قانون المبلغ وكما يلي :

م = ج (1+ع)$^{-ن}$

م \ ج =(1+ع)$^{-ن}$

كما ويمكن الاستفادة من خواص وقوانين اللوغريتمات لاستخراج قيمة ن, أو من خلال استخدام الحاسبة .

**مثال 10 ....**

استثمر شخص مبلغ 10000 دينار في أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة 9% سنوي فبلغت جملة هذا المبلغ بنهاية المدة 23673 دينار فلإيجاد مدة الاستثمار .

**الحل ...**

م = 10000 دينار .

ج= 23673 دينار .

ع=9% سنوي .

ن= ؟؟

من قانون الجملة نجد أن :

ج= م(1+ع)$^{ن}$ ومنه نجد أن (1+ع)$^{ن}$ = ج \ م

أي (1.09)$^{ن}$ = 23673 \ 10000

(1.09)$^{ن}$ = 2.3673

ومن خلال الجدول رقم 1 ومقابل معدل الفائدة 9% وبالبحث عن العدد 2.3673 نجد أنه يقابل الزمن 10 سنوات .

كما أنه يمكن استخدام اللوغريتمات وكما يلي :

$(1.09)^{ن}$ = 2.3673 وبأخذ اللوغريتمات للطرفين .

لو $(1.09)^{ن}$ = لو 2.3673

ن لو (1.09) = لو 2.3673

ن = لو 2.3673 \ لو 1.09

= 9.999 سنة .

≈ 10 سنوات .

**رابعا: إيجاد الجملة (ج) .**

من القانون الأساسي : ج = م $(1+ع)^{ن}$ .

**مثال 11...**

لإيجاد رصيد شخص يودع مبلغ 800 دينار بالبنك لمدة 5 سنوات بفائدة معدلها السنوي 5% .

**الحل ....**

ج = 800 $(1+0.05)^{5}$

= 800 × 1.2763

=1021.04 دينار الرصيد .

**سادسا : حساب الفائدة المركبة لمبلغ ما إذا كانت الفائدة ستدفع بشكل دوري .**

المقصود بشكل دوري أن الفائدة تدفع أكثر من مرة خلال السنة الواحدة حيث أن معدل الفائدة (ع) يعطى على أساس سنوي إلا أن مقدار الفائدة يحسب بشكل دوري خلال تلك السنة كأن يكون نصف سنوي أو ربع سنوي أو شهري أو يومي . وبالتالي فإننا نستخدم القانون التالي :

**ج = م $[1 + (ع \backslash ɕ)]^{ن×ɕ}$**

حيث أن :

ن= مدة الاستثمار .

ى= عدد المرات التي تدفع فيها الفائدة .

**مثال 12...**

أودع شخص مبلغ 10000 دينار بالبنك لمدة 5 سنوات بفائدة مركبة معدلها السنوي 8% لإيجاد جملة ما يتسلمه بنهاية تلك المدة في الحالات التالية :

أ . إذا كان البنك يدفع الفائدة بنهاية كل سنة .

ب. إذا كان البنك يدفع الفائدة بشكل نصف سنوي .

ج. إذا كان البنك يدفع الفائدة بشكل ربع سنوي .

د. إذا كان البنك يدفع الفائدة بشكل شهري .

**الحل...**

نلاحظ أن الفائدة تدفع بشكل دوري لذلك فإننا نستخدم القانون .

ج = م [ 1 + (ع \ ى ) ]$^{ن×ى}$

حيث أن :

ن= مدة استثمار المبلغ لأصلي .

ى= عدد المرات التي تدفع فيها الفائدة خلال السنة.

الفائدة تدفع بنهاية كل سنة إذن ى= 1 مرة .

الفائدة تدفع كل نصف سنة إذن ى= 2 مرة .

الفائدة تدفع كل ربع سنة إذن ى = 4 مرة .

الفائدة تدفع كل شهر إذن ى = 12 مرة .

أ. ج= م (1+ع)$^{ن}$

$=10000\ (1+0.08)^{5}$

=14693.281 دينار .

ب. ج = م [ 1 + (ع \ ى ) ]$^{ن.ى}$

$=10000\ [1 + (0.08\backslash 2)\ ]^{5\times 2}$

$=10000\ (1.04)^{10}$

=14802.443 دينار .

ج.  ج = م [ 1 + (ع \ ͼ ) ]$^{ن×ͼ}$

=10000 [1 + (0.08\4) ]$^{5×4}$

=10000 (1.02)$^{20}$

= 14859.474 دينار .

د. ج = م [ 1 + (ع \ ͼ ) ]$^{ن×ͼ}$

=10000 [1 + (0.08\12) ]$^{5×12}$

= 10000 (1.00667)$^{60}$

= 14901.417 دينار.

نلاحظ أن جملة المبلغ تزداد كلما زادت عدد المرات التي تدفع فيها الفائدة خلال السنة الواحدة .

إذا كانت الفائدة تدفع بشكل يومي :

بهذه الحالة فإننا نستخدم نفس القانون السابق .

**مثال13...**

أودع شخص مبلغ 10000 دينار بالبنك لمدة 5 سنوات بفائدة معدلها السنوي 8% لإيجاد رصيده إذا كانت الفائدة تضاف بنهاية كل يوم .

**الحل ....**

ج = م [ 1 + (ع \ ͼ ) ]$^{ن×ͼ}$

=10000 [1+ (0.08\365) ]$^{5×365}$

= 10000 (1.0002192) $^{1825}$

= 14918.189 دينار .

**والآن إذا كانت الفائدة تدفع بشكل مستمر أي لحظة بلحظة بهذه الحالة نستخدم القانون التالي :**

**ج= م × هـ $^{ن×ع}$**

حيث أن:

ن : مدة الاستثمار .

ع : معدل الفائدة السنوي .

هـ :2.7183 مقدار ثابت .

م : المبلغ

ج : الجملة ( الرصيد )

**مثال 14 ...**

أودع شخص مبلغ 3000 دينار بالبنك بفائدة معدلها السنوي 8% لإيجاد رصيده بعد 3 سنوات إذا كان البنك يحتسب الفائدة بشكل مستمر.

**الحل...**

ج= م × هـ $^{ن×ع}$

$=3000 \times (2.7183)^{3\times0.08}$

$=3000 \times (2.7183)^{0.24}$

$= 3000 \times 1.27125$

=3813.75 دينار .

**طريقة " 73 rule " أو "72 rule "**

وهي طريقة تقريبية لحساب كم سنة نحتاج حتى يتضاعف المبلغ بسعر فائدة معين , أو هي طريقة تقريبية لمعرفة كم يجب أن يكون معدل الفائدة حتى يتضاعف مبلغ معين في زمن معروف .

الزمن ( الفترة ) = 72\ع

حيث أن : ع هو معدل الفائدة السنوي ونأخذه كرقم وليس كنسبة مئوية.

**مثال 15...**

1000 دينار أودعت في بنك فلإيجاد عدد السنين من الإيداع نستطيع الحصول على مبلغ 2000 دينار إذا كان سعر الفائدة 10% سنوي .

**الحل ...**

ن=72\ع

ن=72\ 10 = 7.2 سنة .

**مثال 16...**

أودع شخص مبلغ ما بالبنك لمدة 5 سنوات فلإيجاد معدل الفائدة السنوي الذي يجب على البنك أن يعرضه على هذا الشخص حتى تتضاعف نقوده في زمن قدره 5 سنوات .

**الحل ...**

ن = 72\ع

5 =72\ ع ومنه ع= 72\ 5

=14.4%

**سابعا: المعدل الاسمي والمعدل الحقيقي للفائدة المركبة .**

أن معدل الفائدة يذكر في معظم العمليات المالية عند وحدة زمنية تساوي مدتها السنة, وهذا المعدل يسمى ب (المعدل الاسمي السنوي ) فيقال إن المعدل 4% عن السنة أو أن المعدل 4% سنوي .

غير أنه قد يذكر, في بعض الأحيان المعدل عن جزء من السنة فيقال إن المعدل 2% عن ستة أشهر ( أي نصف السنة ) أو المعدل 1% عن ثلاثة أشهر (أي ربع السنة)...

وهكذا يسمى هذا المعدل بالمعدل الجزئي .

فإذا كان الاستثمار على مبدأ الفائدة البسيطة , فإن المعدلات المذكورة متساوية , فمثلا نفرض أنه لإيجاد جملة مبلغ 1000 دينار لمدة سنة , وتحت المعدلات التالية :4% سنوي,2% نصف سنوي ( كل ستة شهور),1% ربع سنوي(كل 3 شهور ) فنجد أن الجملة تكون كما يلي :

| مدة استثمار المبلغ | المعدل | الجملة |
|---|---|---|
| سنة | 4% سنوي | 1000+1000×4%×1=1040 |
| سنة | 2% نصف سنوي | 1000+1000×(2%+2%)×1=1040 |
| سنة | 1% ربع سنوي | 1000+1000×(1%+1%+1%+1%)=1040 |

نلاحظ في كل المعدلات السابقة أن الجملة لا تتغير عند استعمال الفائدة البسيطة سواء كان المعدل 4% سنوي أم 2% نصف سنوي أم 1% ربع سنوي.

أما إذا كان الاستثمار بفائدة مركبة, وكانت الفائدة الناتجة في نهاية كل وحدة زمنية تضاف إلى الأصل أكثر من مرة خلال العام,فإن الجملة التي نحصل عليها بمعدل سنوي 4% تختلف عن الجملة التي نحصل عليها بمعدل نصف سنوي 2% وأيضا تختلف عن الجملة التي نحصل عليها بمعدل 1% ربع سنوي ففي المثال السابق نجد أن الجملة تساوي ما يلي عند الاستثمار على مبدأ الفائدة المركبة.

| مدة استثمار المبلغ | المعدل | الجملة |
|---|---|---|
| سنة | 4% سنوي | $100(1+0.04)^{1}=1040$ دينار |
| سنة | 2% نصف سنوي | $1000(1+0.02)^{2}=1040.4$ دينار |
| سنة | 1% ربع سنوي | $1000(1+0.01)^{4}=1040.60$ دينار |

نلاحظ أنه في حال إضافة الفائدة أكثر من مرة في السنة تزداد الجملة للمبلغ نفسه كلما صغرت وحدة الزمن التي تضاف على أساس الفائدة . وعلى هذا يطلق على المعدل 4% المعدل الاسمي السنوي, والمعدل نصف السنوي 2%, والمعدل 1% على ربع السنوي.

أما المعدل الحقيقي لمعدل جزئي بفائدة مركبة, فهو المعدل الذي نحصل بموجبه على الجملة نفسها في نهاية المدة نفسها .

فإذا استثمر مبلغ 1 دينار بمعدل سنوي (ع) أو بمعدل نصف سنوي (ص) أو بمعدل ربع سنوي (س) أو بمعدل شهري (ش) فإن :

جملة دينار واحد لمدة سنة بمعدل نصف سنوي (ص) هي $(1+\text{ص})^{2}$.

وأن جملة دينار واحد لمدة سنة بمعدل ربع سنوي (س) هي $(1+\text{س})^{4}$.

وأن جملة دينار واحد لمدة سنة بمعدل شهري (ش) هي $(1+\text{ش})^{12}$.

ومما سبق نجد : أنه لإيجاد المعدل الحقيقي (ع) المعادل نصف سنوي (ص) أو لمعدل ربع سنوي (س) أو لمعدل شهري (ش) نستطيع أن نكتب:

جملة وحدة النقود بالمعدل الحقيقي السنوي = جملة وحدة النقود بالمعدل المعلوم.

أي أن :

$$\boxed{(1+\text{ع})^{1}=(1+\text{ص})^{2}=(1+\text{س})^{4}=(1+\text{ش})^{12}}$$

**مثال 17...**

لإيجاد المعدل الحقيقي السنوي للمعدل نصف السنوي 2%.

**الحل ...**

جملة وحدة النقود في نهاية السنة $=(1+\text{ع})^{1}=(1+\text{ص})^{\text{ن}}$ .

$(1+\text{ع})^{1}=(1+0.02)^{2}$

1+ع =1.0404

ع= 1.0404 - 1

ع=0.0404

ع= 4.04%

**مثال 18...**

لإيجاد المعدل الحقيقي السنوي المعادل للمعدل ثلث السنوي 2% ومن ثم إيجاد المعدل الاسمي السنوي, وإيجاد الفرق بين المعدل الحقيقي السنوي والمعدل الاسمي السنوي, ماذا تستنتج من ذلك؟

**الحل...**

نحسب المعدل الحقيقي السنوي (ع).

$(1+ع)^{1}=(1+ع)^{ن}$.

$1+ع =(1.02)^{3}$

1+ع=1.061208

ع= 6.1208% المعدل الحقيقي السنوي.

نحسب المعدل الاسمي السنوي.

ع=0.02×3=0.06=6% المعدل الاسمي السنوي.

إذن الفرق بين المعدل الحقيقي السنوي والمعدل الاسمي السنوي

=6.1208% - 6.00% =0.1208%

نستنتج من الحل أن قيمة المعدل الحقيقي السنوي أكبر من قيمة المعدل الاسمي السنوي بسبب إضافة المعدل أكثر من مرة خلال السنة.

**مثال 19...**

يتعامل بنك مع عملائه على أساس معدل الفائدة المركبة 8% سنوي على أن تضاف الفوائد في نهاية كل سنة.طلب أحد العملاء من البنك أن تضاف الفوائد في نهاية كل شهر فلإيجاد المعدل الشهري الذي يجب على البنك أن يعرض على هذا العميل بحيث يحقق البنك لنفسه المعدل السنوي الاسمي الذي يتعامل به مع باقي عملائه.

**الحل ...**

$(1+\text{ع})^{12}=(1.08)^{1}$

ومنه نجد أن $1+\text{ع}= (1.08)^{1\backslash 12}$

$1+\text{ع}= 1.006434$

ع=0.643 شهري

ع=0.643×12= 7.7208% سنوي . وهو المعدل الاسمي السنوي.

**ثامناً :حسم الديون طويلة الأجل بفائدة مركبة.**

**مفهوم الحسم**

إذا كان أحد الأشخاص مدينا بمبلغ 10000 دينار يستحق السداد بعد سنتين من الآن, فلمعرفة هل يدفع المدين للدائن مبلغ 10000 دينار أم يجب على الدائن أن يحسم له جزءاً من الدين مقابل الدفع الآن وقبل موعد الاستحقاق؟

من الواضح أن المدين لن يقوم بتسديد دينه إلا في موعد استحقاقه, ما لم يحسم له الدائن جزءاً من مبلغ الدين وليكن 1300 دينار مثلا, فيقوم المدين بتسديد مبلغ 8700 دينار فوراً.

والمبلغ الذي يحسمه الدائن وهو 1300 دينار مقابل الدفع قبل موعد الاستحقاق يسمى بالحسم(الحطيطة) ويسمى المبلغ المدفوع الآن بالقيمة الحالية, أما القيمة الأصلية للدين 10000 دينار والتي تستحق بعد سنتين من الآن فتسمى بالقيمة الاسمية للدين, من ذلك نجد أن:

2سنة     1300 دينار (الحطيطة)     اليوم

خط الزمن ←——————|————————————|

10000(القيمة الاسمية)     8700(القيمة الحالية)

1. القيمة الاسمية: هي قيمة الدين الأصلي بتاريخ الاستحقاق.
2. القيمة الحالية: هي القيمة المسددة بتاريخ الاتفاق.
3. الحطيطة: هي قيمة المبلغ المحسوم من الدين الأصلي لقاء سداده قبل موعد استحقاقه ومنه:

الحطيطة = القيمة الاسمية - القيمة الحالية .

القيمة الحالية = القيمة الاسمية - الحطيطة .

القيمة الاسمية = القيمة الحالية + الحطيطة.

مما سبق نستنتج أن :

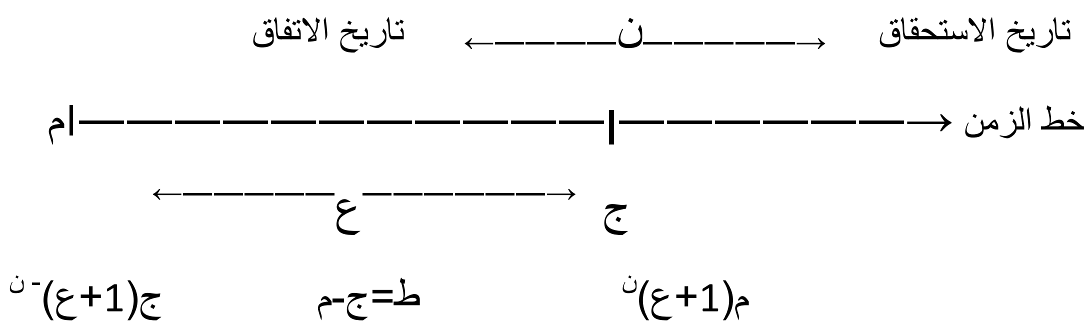
- حسم الدين: هو سداد قيمة الدين قبل موعد استحقاقه لقاء حسم جزء من الدين الأصلي.
- من هنا فيمكن لنا القول:
- أن القيمة الاسمية للدين: عبارة عن جملة مبلغ مستثمر بنهاية مدة الاستثمار ورمزه (ج).
- والقيمة الحالية للدين: عبارة عن قيمة المبلغ المستثمر لمدة معينة (ن). وبمعدل معين (ع) ونرمز له بالرمز (م).

**الحطيطة:** هي فائدة المبلغ المستثمر لمدة معينة (ن) وبمعدل (ع) ورمزها (ط), ومنه نجد أن:

$ج = م(1+ع)^{ن}$

$م = ج(1+ع)^{-ن}$

ط= ج - م = الحطيطة (مقدار الحسم).




أما بالنسبة إلى حسم الديون ذات الآجال الطويلة فالغالب هو استخدام الحطيطة الداخلية بفائدة مركبة لأن استخدام الحطيطة الخارجية يكون مبلغا كبيرا بالنسبة إلى الدين ( القيمة الاسمية) يزيد على قيمته, وخصوصا إذا كانت المدة طويلة كما يتضح ذلك مما يأتي :

**الحطيطة الخارجية بفائدة مركبة** :

وجدنا أن: الحطيطة الخارجية = فائدة القيمة الاسمية .

$ط = م [(1+ع)^{ن} - 1]$

بفرض أن (م) : القيمة الاسمية .

وبالتالي يمكن استنتاج علاقة خاصة بالقيمة الحالية التجارية كما يلي :

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية - الحطيطة التجارية, وبالتعويض:

ج = م - م [$(1+ع)^{ن}$ - 1]

ج = م [1 - $(1+ع)^{ن}$ +1]

ومنه ج= م[2- $(1+ع)^{ن}$]

بفرض أن ج= القيمة الحالية.

م= القيمة الاسمية.

**مثال 20 ....**

دين قيمته الاسمية 60000 دينار يستحق الدفع بعد 10 سنوات حسم بحطيطة خارجية بمعدل 7% سنوي .

المطلوب إيجاد الحطيطة, وإيجاد القيمة الحالية التجارية.

**الحل...**

ط = م [$(1+ع)^{ن}$ - 1]

ط = 60000[$(1.07)^{10}$ - 1]

ط= 58029.1 دينار الحطيطة التجارية.

ج= م[2- $(1+ع)^{ن}$]

ج= 60000[ 2- $(1.07)^{10}$]

ج= 1970.9 دينار القيمة الحالية التجارية.

لاحظ أن 1970.9 + 58029.1 =60000 دينار.

**حل المثال السابق بافتراض أن تاريخ الدفعة بعد 15 سنة.**

**الحل ...**

ط = م [$(1+ع)^{ن}$ - 1]

ط = 60000[$(1.07)^{15}$ - 1]

ط= 60000× 1.7590

= 105540 دينار الحطيطة التجارية.

**ملاحظة :**

نلاحظ في المثال السابق أن قيمة الحطيطة التجارية كانت أكبر من قيمة الدين الأساسي 105540>60000 وهذا بالطبع غير مقبول لأن الدائن سوف يتنازل عن دينه بالكامل ويدفع فوق ذلك فروق الحطيطة (105540- 60000) لهذا: فإن الحطيطة الخارجية (التجارية) لا تستعمل في الفائدة المركبة, وسيتم استخدام الحطيطة الداخلية (الحقيقية) بفائدة مركبة, لأنها أكثر عدالة وتحسب على القيمة الحالية للدين والسبب في وجود مثل هذه الفروقات الكبيرة بين الحطيطة التجارية والمبلغ الأصلي أنه بزيادة مدة الاستثمار فإن الجملة تتصاعد بشكل كبير, وذلك كون العلاقة غير خطية (منحني) بين الزمن من جهة والجملة من جهة أخرى, لأن الفائدة المركبة كما قلنا سابقا صورة من صور المتواليات الهندسية فمثلا عند سعر فائدة 10% فإننا نحتاج ل(7.6) سنة تقريبا حتى تتضاعف نقودنا وعند هذا الزمن تتساوى الحطيطة التجارية مع قيمة الدين الأصلي (القيمة الاسمية) وعندما تزيد (ن) عن (7.6) سنة فإن الحطيطة التجارية تكون أكبر من قيمة الدين الأصلي.

:. الحطيطة الداخلية (الحقيقية) بفائدة = فائدة القيمة الحالية.

أي أن القيمة الاسمية = القيمة الحالية × $(1+ع)^{ن}$ .

وبالرموز نجد أن :

ق س = م $(1+ع)^{ن}$

حيث أن ق س : القيمة الاسمية وهذا هو نفس القانون الأساسي لجملة دينار واحد بفائدة مركبة معدلها (ع) استثمرت لمدة (ن) سنة.

$ط_{د}$ = ق س - ق ح

حيث أن :

ق ح : القيمة الحالية.

$ط_{د}$ : الحطيطة الداخلية.

$ط_{د}$ = ق س - ق س $(1+ع)^{-ن}$

لأن: ق ح =ق س $(1+ع)^{-ن}$

**:. $ط_{د}$ = ق س [1- $(1+ع)^{-ن}$]** وهذا هو قانون الحطيطة الداخلية (الحقيقية).

**مثال 21...**

دين قيمته الاسمية 60000 دينار يستحق السداد بعد 15 سنة من الآن حسم بحطيطة داخلية وبمعدل 7% سنوي.

المطلوب:

أ. إيجاد الحطيطة الداخلية.

ب. إيجاد القيمة الحالية الحقيقية.

**الحل...**

15 سنة　　　ع= 7% سنوي　　　اليوم

|———|————————————————————|

ق س　　　ط د =؟؟　　　ق ح =م=؟؟

أ.حساب الحطيطة الداخلية (الحقيقية) من القانون.

ط د = ق س [1- (1+ع)$^{-ن}$]

= 60000[1- (1.07) $^{-15}$]

= 60000[1- 0.36244 ]

= 60000×0.63756

= 38253.6 دينار.

ط د = ق س - ق ح

= 60000 - 38253.6

= 21746.4 دينار .

**حل آخر باستخدام قانون المبلغ (القيمة الحالية)**

م = ج(1+ع)$^{-ن}$

م = 60000 × 0.36244

=21746.4 دينار .

**ملاحظة:**

نلاحظ من حل المثال السابق أن قيمة الحطيطة الحقيقية أقل من القيمة الاسمية للدين ونلاحظ أيضا مهما زادت مدة السداد فإن الحطيطة الحقيقية تبقى أقل من القيمة الاسمية للدين, لهذا السبب يفضل استخدام الحطيطة الداخلية (الحقيقية) في حسم الديون بفائدة مركبة.

**مثال 22...**

تاجر مدين بسند قيمته الاسمية 100000 دينار اتفق مع دائنه على حسم هذا السند الآن بحطيطة داخلية بأن يدفع فورا مبلغ (41851.911) بمعدل فائدة مركبة 6% سنوي .

المطلوب : أوجد مدة استحقاق السند .

**الحل...**

تاريخ الاستحقاق

ن=؟؟ ع= 6% اليوم

|——————————————————————|————

100000 ق س ق ح =41851.911

ق ح = ج $(1+ع)^{-ن}$

$(1+ع)^{-ن}$ = ق ح \ ج

$(1+0.06)^{-ن}$ = 41851.911 \ 100000

1 \ $(1.06)^{ن}$ =0.4185

وباستخدام الجدول رقم 2 من جداول الفائدة المركبة وأمام وحدات الفائدة 6% نجد أن العدد 0.4185 يقع تحت وحدة الزمن 14.9 سنة.

أي أن مدة استحقاق السند 14.9 سنة.

## الملاحق

الجداول المالية:

ق م =ق ح (1+ف)$^{ن}$

الجدول رقم 1

## الجدول رقم (1)

| | معدل الفائدة | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد المدد | ٪1 | ٪2 | ٪3 | ٪4 | ٪5 | ٪6 | ٪7 | ٪8 | ٪9 |
| 1 | 1.0100 | 1.0200 | 1.0300 | 1.0400 | 1.0500 | 1.0600 | 1.0700 | 1.0800 | 1.0900 |
| 2 | 1.0201 | 1.0404 | 1.0609 | 1.0816 | 1.1025 | 1.1236 | 1.1449 | 1.1664 | 1.1881 |
| 3 | 1.0303 | 1.0612 | 1.0927 | 1.1249 | 1.1576 | 1.1910 | 1.2250 | 1.2597 | 1.2950 |
| 4 | 1.0406 | 1.0824 | 1.1255 | 1.1699 | 1.2155 | 1.2625 | 1.3108 | 1.3605 | 1.4116 |
| 5 | 1.0510 | 1.1041 | 1.1593 | 1.2167 | 1.2763 | 1.3382 | 1.4026 | 1.4693 | 1.5386 |
| 6 | 1.0615 | 1.1262 | 1.1941 | 1.2653 | 1.3401 | 1.4185 | 1.5007 | 1.5869 | 1.6771 |
| 7 | 1.0721 | 1.1487 | 1.2299 | 1.3159 | 1.4071 | 1.5036 | 1.6058 | 1.7138 | 1.8280 |
| 8 | 1.0829 | 1.1717 | 1.2668 | 1.3686 | 1.4775 | 1.5938 | 1.7182 | 1.8509 | 1.9926 |
| 9 | 1.0937 | 1.1951 | 1.3048 | 1.4233 | 1.5513 | 1.6895 | 1.8385 | 1.9990 | 2.1719 |
| 10 | 1.1046 | 1.2190 | 1.3439 | 1.4802 | 1.6289 | 1.7908 | 1.9672 | 2.1589 | 2.3674 |
| 11 | 1.1157 | 1.2434 | 1.3842 | 1.5395 | 1.7103 | 1.8983 | 2.1049 | 2.3316 | 2.5804 |
| 12 | 1.1268 | 1.2682 | 1.4258 | 1.6010 | 1.7959 | 2.0122 | 2.2522 | 2.5182 | 2.8127 |
| 13 | 1.1381 | 1.2936 | 1.4685 | 1.6651 | 1.8856 | 2.1329 | 2.4098 | 2.7196 | 3.0658 |
| 14 | 1.1495 | 1.3195 | 1.5126 | 1.7317 | 1.9799 | 2.2609 | 2.5785 | 2.9372 | 3.3417 |
| 15 | 1.1610 | 1.3459 | 1.5580 | 1.8009 | 2.0789 | 2.3966 | 2.7590 | 3.1722 | 3.6425 |
| 16 | 1.1726 | 1.3728 | 1.6047 | 1.8730 | 2.1829 | 2.5404 | 2.9522 | 3.4259 | 3.7903 |
| 17 | 1.1843 | 1.4002 | 1.6528 | 1.9479 | 2.2920 | 2.6928 | 3.1588 | 3.7000 | 4.3276 |
| 18 | 1.1961 | 1.4282 | 1.7024 | 2.0258 | 2.4066 | 2.8543 | 3.3799 | 3.9960 | 4.7171 |
| 19 | 1.2081 | 1.4568 | 1.7535 | 2.1068 | 2.5270 | 3.0256 | 3.6165 | 4.3157 | 5.1417 |
| 20 | 1.2202 | 1.4859 | 1.8061 | 2.1911 | 2.6533 | 3.2071 | 3.8697 | 4.6610 | 5.6044 |
| 21 | 1.2324 | 1.5157 | 1.8603 | 2.2788 | 2.7860 | 3.3996 | 4.1406 | 5.0338 | 6.1088 |
| 22 | 1.2447 | 1.5460 | 1.9161 | 2.3699 | 2.9253 | 3.6035 | 4.4304 | 5.4365 | 6.6586 |
| 23 | 1.2572 | 1.5769 | 1.9736 | 2.4647 | 3.0715 | 3.8197 | 4.7405 | 5.8715 | 7.2579 |
| 24 | 1.2697 | 1.6084 | 2.0328 | 2.5633 | 3.2251 | 4.0489 | 5.0724 | 6.3412 | 7.9111 |
| 25 | 1.2824 | 1.6406 | 2.0938 | 2.6658 | 3.3864 | 4.2919 | 5.4274 | 6.8485 | 8.6231 |
| 30 | 1.3478 | 1.8114 | 2.4273 | 3.4273 | 4.3219 | 5.7435 | 7.6123 | 10.063 | 13.268 |
| 40 | 1.4889 | 3.2080 | 3.2620 | 4.8010 | 7.0400 | 10.286 | 14.974 | 21.725 | 31.409 |
| 50 | 1.6446 | 2.6916 | 4.3839 | 7.1067 | 11.467 | 18.420 | 29.457 | 46.902 | 74.358 |
| 60 | 1.8167 | 3.2810 | 5.8916 | 10.520 | 18.679 | 32.988 | 57.946 | 101.26 | 176.03 |

| %10 | %12 | %14 | %15 | %16 | %18 | %20 | %24 | %28 | %32 | %36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.1000 | 1.1200 | 1.1400 | 1.1500 | 1.600 | 1.1800 | 12000 | 1.2400 | 1.2800 | 1.3200 | 1.3600 |
| 1.2100 | 1.2544 | 1.2996 | 1.3225 | 1.3456 | 1.3924 | 1.4400 | 1.5376 | 1.6384 | 1.7424 | 1.8496 |
| 1.3310 | 1.4049 | 1.4815 | 1.5209 | 1.5609 | 1.6430 | 1.7280 | 1.9066 | 2.0972 | 2.3000 | 2.5155 |
| 1.4641 | 1.5735 | 1.6890 | 1.7490 | 1.8106 | 1.9388 | 2.0736 | 2.3642 | 2.6844 | 3.0360 | 3.4210 |
| 1.6105 | 1.7623 | 1.9254 | 2.0114 | 2.1003 | 2.2878 | 2.4883 | 2.9316 | 3.4360 | 4.0075 | 4.6526 |
| 1.7716 | 1.9738 | 2.1650 | 2.3131 | 2.4364 | 2.6996 | 2.9860 | 3.6352 | 4.3980 | 5.2899 | 6.3275 |
| 1.9487 | 2.2107 | 2.5023 | 2.6600 | 2.8262 | 3.1855 | 3.5832 | 4.5077 | 5.6295 | 6.9826 | 8.6054 |
| 2.1436 | 2.4760 | 2.8526 | 3.0590 | 3.2784 | 3.7589 | 4.2998 | 5.5895 | 7.2058 | 9.2170 | 11.703 |
| 2.3579 | 2.7731 | 3.2519 | 3.5179 | 3.8030 | 4.4355 | 5.1598 | 6.9310 | 9.2234 | 12.166 | 15.917 |
| 2.5937 | 3.1058 | 3.7072 | 4.0456 | 4.4114 | 5.2338 | 6.1917 | 8.5944 | 11.806 | 16.060 | 21.647 |
| 2.8531 | 3.4785 | 4.2262 | 4.6524 | 5.1173 | 6.1759 | 7.4301 | 10.657 | 15.112 | 21.199 | 29.439 |
| 3.1384 | 3.8960 | 4.8179 | 5.3503 | 5.9360 | 7.2876 | 8.9161 | 13.215 | 19.343 | 27.983 | 40.037 |
| 3.4523 | 4.3635 | 5.4924 | 6.1528 | 6.8858 | 8.5994 | 10.699 | 16.386 | 24.759 | 36.937 | 54.451 |
| 3.7975 | 4.8871 | 6.2613 | 7.0757 | 7.9875 | 10.147 | 12.839 | 20.319 | 31.691 | 48.757 | 74.053 |
| 4.1772 | 5.4736 | 7.1379 | 8.1371 | 9.2655 | 11.974 | 15.407 | 25.196 | 40.565 | 64.359 | 100.71 |
| 4.5950 | 6.1304 | 8.1372 | 9.3576 | 10.748 | 14.129 | 18.488 | 31.243 | 51.923 | 84.954 | 136.97 |
| 5.0545 | 6.8660 | 9.2765 | 10.761 | 12.468 | 16.672 | 22.186 | 38.741 | 66.461 | 112.14 | 186.28 |
| 5.5599 | 7.6900 | 10.575 | 12.375 | 14.463 | 19.673 | 26.623 | 48.039 | 85.071 | 148.02 | 253.34 |
| 6.1159 | 8.6128 | 12.056 | 14.232 | 16.777 | 23.214 | 31.948 | 59.568 | 108.89 | 195.39 | 344.54 |
| 6.7275 | 9.6463 | 13.743 | 16.367 | 19.461 | 27.393 | 38.338 | 73.864 | 139.38 | 257.92 | 468.57 |
| 7.4002 | 10.804 | 15.668 | 18.822 | 22.574 | 32.324 | 46.005 | 91.592 | 178.41 | 340.45 | 637.26 |
| 8.1403 | 12.100 | 17.861 | 21.645 | 26.186 | 38.142 | 55.206 | 113.57 | 228.36 | 449.39 | 866.67 |
| 8.9543 | 13.552 | 20.362 | 24.891 | 30.376 | 45.008 | 66.247 | 140.83 | 292.30 | 593.20 | 1178.7 |
| 9.8497 | 15.179 | 23.212 | 28.625 | 35.236 | 53.109 | 79.467 | 174.63 | 374.14 | 783.02 | 1603.0 |
| 10.835 | 17.000 | 26.462 | 32.919 | 40.874 | 62.669 | 95.396 | 216.54 | 478.90 | 1033.6 | 2180.1 |
| 17.449 | 29.960 | 50.950 | 66.212 | 85.850 | 143.37 | 237.38 | 634.82 | 1645.5 | 4142.1 | 10143 |
| 45.259 | 93.051 | 188.88 | 267.86 | 378.72 | 750.38 | 1469.8 | 5455.9 | 19427 | 66521 | |
| 117.39 | 289.00 | 700.23 | 1083.7 | 1670.7 | 3927.4 | 9100.4 | 46890 | | | |
| 304.48 | 897.60 | 2595.9 | 4384.0 | 7370.2 | 20555 | 56348 | | | | |

ق ح = ق م ( 1 \ 1+ف )$^{ن}$

الجدول رقم 2

الجدول رقم (2)

| عدد المدد | معدل الفائدة | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | %1 | %2 | %3 | %4 | %5 | %6 | %7 | %8 | %9 |
| 1 | 0.9901 | 0.9804 | 0.9709 | 0.9615 | 0.9524 | 0.9434 | 0.9346 | 0.9259 | 0.9174 |
| 2 | 0.9803 | 0.9612 | 0.9426 | 0.9246 | 0.9070 | 0.8900 | 0.8734 | 0.8573 | 0.8417 |
| 3 | 0.9706 | 0.9423 | 0.9151 | 0.8890 | 0.8638 | 0.8396 | 0.8163 | 0.7938 | 0.7722 |
| 4 | 0.9610 | 0.9238 | 0.8885 | 0.8548 | 0.8227 | 0.7921 | 0.7629 | 0.7350 | 0.7084 |
| 5 | 0.9515 | 0.9057 | 0.8626 | 0.8219 | 0.7835 | 0.7473 | 0.7130 | 0.6806 | 0.6499 |
| 6 | 0.9420 | 0.8880 | 0.8375 | 0.7903 | 0.7462 | 0.7050 | 0.6663 | 0.6302 | 0.5963 |
| 7 | 0.9327 | 0.8706 | 0.8131 | 0.7599 | 0.7107 | 0.6651 | 0.6227 | 0.5835 | 0.5470 |
| 8 | 0.9235 | 0.8535 | 0.7894 | 0.7307 | 0.6768 | 0.6274 | 0.5820 | 0.5403 | 0.5019 |
| 9 | 0.9143 | 0.8368 | 0.7664 | 0.7026 | 0.6446 | 0.5919 | 0.5439 | 0.5002 | 0.4604 |
| 10 | 0.9053 | 0.8203 | 0.7441 | 0.6756 | 0.6139 | 0.5584 | 0.5083 | 0.4632 | 0.4224 |
| 11 | 0.8963 | 0.8043 | 0.7224 | 0.6496 | 0.5847 | 0.5268 | 0.4751 | 0.4289 | 0.3875 |
| 12 | 0.8874 | 0.7885 | 0.7014 | 0.6246 | 0.5568 | 0.4970 | 0.4440 | 0.3971 | 0.3555 |
| 13 | 0.8787 | 0.7730 | 0.6810 | 0.6006 | 0.5303 | 0.4688 | 0.4150 | 0.3677 | 0.3262 |
| 14 | 0.8700 | 0.7579 | 0.6611 | 0.5775 | 0.5051 | 0.4423 | 0.3878 | 0.3405 | 0.2992 |
| 15 | 0.8613 | 0.7430 | 0.6419 | 0.5553 | 0.4810 | 0.4173 | 0.3624 | 0.3152 | 0.2745 |
| 16 | 0.8528 | 0.7284 | 0.6232 | 0.5339 | 0.4581 | 0.3936 | 0.3387 | 0.2919 | 0.2519 |
| 17 | 0.8444 | 0.7142 | 0.6050 | 0.5134 | 0.4363 | 0.3714 | 0.3166 | 0.2703 | 0.2311 |
| 18 | 0.8360 | 0.7002 | 0.5874 | 0.4936 | 0.4155 | 0.3503 | 0.2959 | 0.2502 | 0.2120 |
| 19 | 0.8277 | 0.6864 | 0.5703 | 0.4746 | 0.3957 | 0.3305 | 0.2765 | 0.2317 | 0.1945 |
| 20 | 0.8195 | 0.6730 | 0.5537 | 0.4564 | 0.3769 | 0.3118 | 0.2584 | 0.2145 | 0.1784 |
| 21 | 0.8114 | 0.6598 | 0.5375 | 0.4388 | 0.3589 | 0.2942 | 0.2415 | 0.1987 | 0.1637 |
| 22 | 0.8034 | 0.6468 | 0.5219 | 0.4220 | 0.3418 | 0.2775 | 0.2257 | 0.1839 | 0.1502 |
| 23 | 0.7954 | 0.6342 | 0.5067 | 0.4057 | 0.3256 | 0.2618 | 0.2109 | 0.1703 | 0.1378 |
| 24 | 0.7876 | 0.6217 | 0.4919 | 0.3901 | 0.3101 | 0.2470 | 0.1971 | 0.1577 | 0.1264 |
| 25 | 0.7798 | 0.6095 | 0.4776 | 0.3751 | 0.2953 | 0.2330 | 0.1842 | 0.1460 | 0.1160 |
| 30 | 0.7419 | 0.5521 | 0.4120 | 0.3083 | 0.2314 | 0.1741 | 0.1314 | 0.0994 | 0.0754 |
| 40 | 0.6717 | 0.4529 | 0.3066 | 0.2083 | 0.1420 | 0.0972 | 0.0668 | 0.0460 | 0.0318 |
| 50 | 0.6080 | 0.3715 | 0.2281 | 0.1407 | 0.0872 | 0.0543 | 0.0339 | 0.0213 | 0.0134 |

| %10 | %12 | %14 | %15 | %16 | %18 | %20 | %24 | %28 | %32 | %36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.9091 | 0.8929 | 0.8772 | 0.8696 | 0.8621 | 0.8475 | 0.8333 | 0.8065 | 0.7813 | 0.7576 | 0.7353 |
| 0.8264 | 0.7972 | 0.7695 | 0.7561 | 0.7432 | 0.7182 | 0.6944 | 0.6504 | 0.6104 | 0.5739 | 0.5407 |
| 0.7513 | 0.7118 | 0.6750 | 0.6575 | 0.6407 | 0.6086 | 0.5787 | 0.5245 | 0.4768 | 0.4348 | 0.3975 |
| 0.6830 | 0.6355 | 0.5921 | 0.5718 | 0.5523 | 0.5158 | 0.4823 | 0.4230 | 0.3725 | 0.3294 | 0.2923 |
| 0.6209 | 0.5674 | 3.5194 | 0.4972 | 0.4761 | 0.4371 | 0.4019 | 0.3411 | 0.2910 | 0.2495 | 0.2149 |
| 0.5645 | 0.5066 | 0.4556 | 0.4323 | 0.4104 | 0.3704 | 0.3349 | 0.2751 | 0.2274 | 0.1890 | 0.1580 |
| 0.5132 | 0.4523 | 0.3996 | 0.3759 | 0.3538 | 0.3139 | 0.2791 | 0.2218 | 0.1776 | 0.1432 | 0.1162 |
| 0.4665 | 0.4039 | 0.3506 | 0.3269 | 0.3050 | 0.2660 | 0.2326 | 0.1789 | 0.1388 | 0.1085 | 0.0854 |
| 0.4241 | 0.3606 | 0.3075 | 0.2843 | 0.2630 | 0.2255 | 0.1938 | 0.1443 | 0.1064 | 0.0822 | 0.0628 |
| 0.3855 | 0.3220 | 0.2697 | 0.2472 | 0.2267 | 0.1911 | 0.1615 | 0.1164 | 0.0847 | 0.0623 | 0.0462 |
| 0.3505 | 0.2875 | 0.2366 | 0.2149 | 0.1954 | 0.1619 | 0.1346 | 0.0938 | 0.0662 | 0.0472 | 0.0340 |
| 0.3186 | 0.2567 | 0.2076 | 0.1869 | 0.1685 | 0.1372 | 0.1122 | 0.0757 | 0.0517 | 0.0357 | 0.0250 |
| 0.2897 | 0.2292 | 0.1821 | 0.1625 | 0.1452 | 0.1163 | 0.0935 | 0.0610 | 0.0404 | 0.0271 | 0.0184 |
| 0.2633 | 0.2046 | 0.1597 | 0.1413 | 0.1252 | 0.0985 | 0.0779 | 0.0492 | 0.0316 | 0.0205 | 0.0135 |
| 0.2394 | 0.1827 | 0.1401 | 0.1229 | 0.1079 | 0.0835 | 0.0649 | 0.0397 | 0.0247 | 0.0155 | 0.0099 |
| 0.2176 | 0.1631 | 0.1229 | 0.1069 | 0.0930 | 0.0708 | 0.0541 | 0.0320 | 0.0193 | 0.0118 | 0.0073 |
| 0.1978 | 0.1456 | 0.1078 | 0.0929 | 0.0802 | 0.0600 | 0.0451 | 0.0258 | 0.0150 | 0.0089 | 0.0054 |
| 0.1799 | 0.1300 | 0.0946 | 0.0808 | 0.0691 | 0.0508 | 0.0376 | 0.0208 | 0.0118 | 0.0068 | 0.0039 |
| 0.1635 | 0.1161 | 0.0829 | 0.0703 | 0.0596 | 0.0431 | 0.0313 | 0.0168 | 0.0092 | 0.0051 | 0.0029 |
| 0.1486 | 0.1037 | 0.0728 | 0.0611 | 0.0514 | 0.0365 | 0.0261 | 0.0135 | 0.0072 | 0.0039 | 0.0021 |
| 0.1351 | 0.0936 | 0.0638 | 0.0531 | 0.0443 | 0.0309 | 0.0217 | 0.0109 | 0.0056 | 0.0029 | 0.0016 |
| 0.1228 | 0.0826 | 0.0560 | 0.0462 | 0.0382 | 0.0262 | 0.0181 | 0.0088 | 0.0044 | 0.0022 | 0.0012 |
| 0.1117 | 0.0738 | 0.0491 | 0.0402 | 0.0329 | 0.0222 | 0.0151 | 0.0071 | 0.0034 | 0.0017 | 0.0008 |
| 0.1015 | 0.0659 | 0.0431 | 0.0349 | 0.0284 | 0.0188 | 0.0126 | 0.0057 | 0.0027 | 0.0013 | 0.0006 |
| 0.0923 | 0.0588 | 0.0378 | 0.0304 | 0.0245 | 0.0160 | 0.0105 | 0.0046 | 0.0021 | 0.0010 | 0.0005 |
| 0.0573 | 0.0334 | 0.0196 | 0.0151 | 0.0116 | 0.0070 | 0.0042 | 0.0016 | 0.0006 | 0.0002 | 0.0001 |
| 0.0221 | 0.0107 | 0.0053 | 0.0037 | 0.0026 | 0.0013 | 0.0007 | 0.0002 | 0.0001 | . | . |
| 0.0085 | 0.0035 | 0.0014 | 0.0009 | 0.0006 | 0.0003 | 0.0001 | . | . | . | . |

**المصادر:**

[1] ألعزيزي, محمد رامز, **بيان الحكم الشرعي في الفوائد المصرفية**,2003, الأردن,رداً على فتوى مجمع البحوث الإسلامية, ط1, جمعية عمال المطابع التعاونية.

[2] أحمد, فاروق عبد العظيم , **مبادئ الرياضيات البحتة والمالية**, 1992, الدار الجامعية , مصر.

[3] المومني , غازي فلاح, **الرياضيات المالية المعاصرة بين النظرية والتطبيق**, 2002 , دار المناهج للنشر والتوزيع , الأردن .

[4] الأفندي, عبد القادر ,**الرياضيات المالية**,1990 , مطبوعات جامعة حلب, سوريا.

[5] أ.د. عبد السلام لفتة سعيد ,**رياضيات المال والاستثمار( الفائدتان البسيطة والمركبة)**,2013, الذاكرة للنشر والتوزيع . بغداد .

[6] د. يحيى موسى حسين ألجبالي, د. محمد إبراهيم خليل, **الرياضة المالية**, 2011.جامعة بنها,مركز التعليم المفتوح,القاهرة.