



مركز التعليم المفتوح

برنامج مهارات التسويق والبيع

# الرياضة المالية

(مستوى أول – فصل دراسي أول)

(كود ٢١٤)

دكتور

محمد ابراهيم خليل

دكتور

يحيى موسى حسين الجبالي

٢٠١١

برنامج مهارات التسويق والبيع

## الرياضة المالية

(مستوى أول – فصل دراسي أول)

(كود ٢١٤)

دكتور  
محمد ابراهيم خليل

دكتور  
يحيى موسى حسين الجبالي

٢٠١١

## مقدمة

لقد أصبح من الضروري أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحي الاستثمارية فى سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذى يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال فى أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يحصل من البنك فى نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذى أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هى الأجر الذى يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة فى نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يدفع إلى البنك فى نهاية مدة القرض المبلغ الذى اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقتراض هذا المبلغ من البنك .

ويتناول هذا الكتاب بالشرح المبسط كيفية استخدام طرق وأساليب الرياضة المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل ، مدعوما بالأمثلة المتنوعة التى تجعل من هذا الكتاب دليلك لتعلم أصول الرياضة المالية .

وأنى إذ أقدم هذا الكتاب كمحاولة متواضعة منى ، أرجو أن يكون عوناً لكل طالب و قارئ وأسأل الله أن يعيننى على تطويره فى طبقات تالية .

والله ولى التوفيق ،،،،

المؤلف

د . يحيى موسى حسين الجبالي

القاهرة ٢٠١١

الجزء الأول

**الفائدة البسيطة**  
**الفائدة البسيطة**

**للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي**  
**الدكتور يحيى موسى حسين الجبالي**

الجزء الثاني

الفائدة المركبة  
الفائدة المركبة

الدكتور محمد ابراهيم خليل  
الدكتور محمد ابراهيم خليل

\* ٥

## الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

٢٤٣

الرياضة المالية  
الرياضة المالية

## محتويات الباب الثامن

(١-٨) مقدمه

(٢-٨) القيمة الحالية للدفعات المتساوية

(٣-٨) القيمة الحالية للدفعات المتساوية الدائمة

(٤-٨) جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة

(٥-٨) جملة الدفعات السنوية المتساوية الدائمة

### (١-٨) مقدمة:

الدفعات هي مجموعة من المبالغ التي تدفع بصفة دورية منتظمة على فترات متساوية أي أن الفاصل الزمني بين كل مبلغ والمبلغ الذي يليه ثابت، ويمكن تصنيف الدفعات حسب الأساس المستخدم في التصنيف إلى العديد من الأنواع على حسب أساس التقسيم كما يلي:

#### ١- تأكيد الدفع:

وعلى هذا الأساس يمكن تقسيم الدفعات من حيث حتمية الدفع إلى نوعين من الدفعات.

#### أ- الدفعات الاحتمالية:

وهي الدفعات غير المؤكدة الدفع والتي يتوقف دفعها على تحقق شرط معين - أو احتمال معين - وإذا تحقق هذا الشرط تم الدفع، وإذا لم يتحقق هذا الشرط توقف الدفع، ومن أمثلة هذا النوع من الدفعات - دفعات المعاش التي يتوقف دفعها على بقاء المستفيد على قيد الحياة حتى يتم دفعها. ولم نتعرض في دراستنا لهذا النوع من الدفعات.

#### ب- الدفعات المؤكدة السداد:

وهي الدفعات التي يتم دفعها بدون الارتباط بأي شرط من الشروط، حيث يتم سداد مبالغها بدون قيد أو شرط ومن أمثلتها دفعات الأقساط في حالة البيع بالتقسيط، وسوف ندرس هذا النوع من الدفعات بشئ من التفصيل في هذا الباب.



٢- مدة سداد الدفعات:

أ- **دفعات دائمة (لانهائية):**

وهي الدفعات التي تدفع بانتظام ودون توقف ويستمر دفعها إلى ما لانهاية وهي ليس لها مدة ومن أمثلتها دفعات ريع الأراضي الزراعية، وتعتبر الدفعة الدائمة ليس لها مدة ويرمز لها بالرمز ∞ ما لم ينص على أنها محدودة أو عدد معين من المبالغ ن.

ب- **دفعات مؤقتة (محدودة):**

وهي الدفعات التي يتم دفعها لفترة محدودة، ويرمز لهذه الفترة بالرمز ن، وهذه الدفعات تكون محدودة، وغالباً ما يكون عددها أيضاً مساوياً لمدة الدفع = ن، ومن أمثلة هذا النوع دفعات الأقساط في حالة شراء سيارة أو شقة تمليك بالقسط.

٣- بدء سريان الدفعات:

أ- **دفعات عاجلة (معلقة):**

وهي الدفعات التي يبدأ دفع أول مبالغها بمجرد الاتفاق عليها، أي يتم سدادها بدون أي تأجيل ومن أمثلتها سداد أقساط الشراء بالتقسيط بمجرد إتمام عملية الشراء.

ب- **دفعات مؤجلة (أجلة):**

وهي الدفعات التي يبدأ دفع أول مبالغها بعد فترة من تاريخ الاتفاق عليها وهذه الفترة يطلق عليها فترة التأجيل، ومن أمثلتها دفعات أقساط الشراء بالتقسيط والتي يبدأ سدادها بعد انقضاء فترة سماح معينة، وكذلك في حالة شراء قطعة أرض زراعية لا تعطي عائدها الدوري إلا بعد فترة زمنية

وذلك لوجود رهن على الأرض أو لإصلاح الأرض، والأصل أن تكون  
الدفعة عاجلة ما لم ينص على أنها مؤجلة (أى أن هناك فترة تأجيل تسبق  
سداد أول دفعة).

٤- ميعاد سداد الدفعات:

أ- **دفعات عادية (مؤخرة السداد):**

وهي الدفعات التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة آخر كل  
فترة زمنية من فترات دفع الدفعات، ومن أمثلتها دفع أقساط قرض معين في  
نهاية كل فترة زمنية.

ب- **دفعات فورية (مقدمة السداد):**

وهي الدفعات التي يتم سداد مبالغها بصفة دورية منتظمة أول كل  
فترة زمنية من فترات دفع الدفعات، ومن أمثلتها دفع أقساط شراء سلعة  
معينة بالتقسيط مع دفع أول قسط بمجرد الشراء.

والأصل أن تكون الدفعة عادية ما لم ينص على أنها فورية أي أنها  
تسدد في أول كل فترة.

٥- مدة الدفعة:

أ- **دفعات سنوية:**

وهي الدفعات التي سوف يكون الفاصل الزمني بين كل مبلغ دفعة  
والمبلغ الذي يليه سنة كاملة ومن أمثلتها ريع الأراضي الزراعية السنوية.

ب- **دفعات غير سنوية:**

وهي الدفعات التي سوف يكون الفاصل الزمني بين كل مبلغ دفعة والمبلغ الذي يليه فترة غير سنوية، وقد تكون هذه الفترة أقل من السنة (مجزأة)، أو فترة أكبر من السنة (مجمدة) وسوف نقتصر في دراستنا الحالية على الدفعات السنوية فقط.

٦- مبلغ الدفعة:

أ- دفعات ذات مبالغ متساوية (ثابتة):

وهي الدفعات التي يكون مبلغ الدفعة فيها ثابت في جميع الدفعات حيث يكون مبلغ الدفعة الأولى مساوياً لمبلغ الدفعة الثانية مساوياً لمبلغ الدفعة الثالثة وهكذا، ويرمز لمبلغ الدفعة الثابت بالرمز  $A$ ، ومن أمثلتها الأقساط ذات المبالغ المتساوية في حالة الشراء بالتقسيط.

ب- دفعات ذات مبالغ غير متساوية (متغيرة):

وهي الدفعات التي تتسم بعدم ثبات مبلغ الدفعة وتختلف مبالغ الدفعات بعضها البعض، وتنقسم الدفعات المتغيرة إلى:

١- دفعات متغيرة بانتظام وهي التي تخضع في تغييرها لقانون رياضي معين مثل قوانين المتواليات العددية أو المتواليات الهندسية أو أي نوع آخر من المتسلسلات وقد تكون هذه الدفعات متزايدة أو دفعات متناقصة.

٢- دفعات متغيرة بدون انتظام أي الدفعات التي لا تخضع لقانون ثابت في تغييرها، وهذا النوع من الدفعات يعالج بالقوانين الأساسية لنظرية

الفوائد المركبة، وسوف نقتصر في دراستنا في هذا المقرر على الدفعات السنوية المتساوية المؤكدة السداد.

### (٢-٨) القيمة الحالية للدفعات المتساوية:

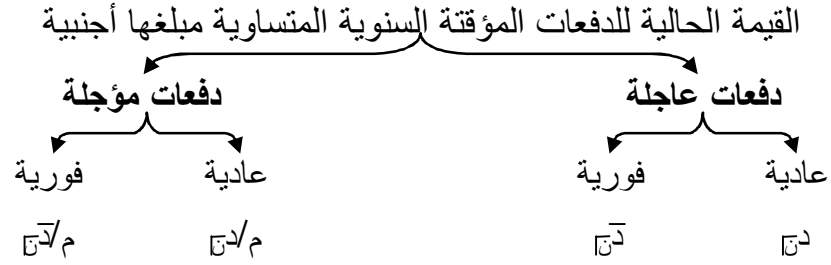
يمكن تعريف القيمة الحالية لمجموعة من الدفعات المتساوية، سواء كانت عادية أو غير عادية؛ على أنها مجموع القيم الحالية لمبالغ هذه الدفعات المتساوية بعد خصم كل منها عن مدتها، وبمعدل فائدة مركبة متفق عليه، وعلى ذلك تكون القيمة الحالية لهذه الدفعات عبارة عن مجموع هذه الدفعات المتساوية مطروحاً منه الفائدة المركبة الخاصة بكل منها عن مدة خصمها، أي أنه يمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات عن طريق إيجاد القيمة الحالية لكل دفعة في بداية المدة؛ كل على حدة؛ وتكون القيمة الحالية لهذه الدفعات عبارة عن مجموع هذه القيم الحالية.

في الجزء التالي سوف نناقش كيفية إيجاد القيمة الحالية لأنواع المختلفة من الدفعات المتساوية بطريقتين هما:

١- الطريقة الرياضية. ٢- طريقة استخدام الجداول المالية.

### (١-٢-٨) القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية:

وسنقوم في هذا الجزء بإيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة سواء كانت عاجلة أو مؤجلة، فورية أو عادية وهذا يعني أن القيمة الحالية للدفعات المؤقتة يمكن تقسيمها إلى الأنواع التالية:



### الرموز الحسابية المستخدمة:

- ن ترمز لمدة الدفع الكلية السنوية (عدد الدفعات السنوية).
- د ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية مبلغها واحد جنيه.
- م ترمز لمدة تأجيل الدفع قبل دفع أول دفعة بالسنوات أو لمبلغ الدفعة السنوية.
- رأ ترمز لمبلغ الدفعة السنوية رقم ر.
- ر ترمز لدليل ترتيب الدفعة ويأخذ القيم من ١ إلى ن.
- د ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها واحد جنيه.
- م/د ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة مدة قدرها م سنة العادية مبلغها واحد جنيه.
- م/د ترمز للقيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة مدة قدرها م سنة الفورية مبلغها واحد جنيه.
- ع ترمز لمعدل الفائدة السنوي.
- أ مبلغ الدفعة المتساوية.

### أولاً: إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية باستخدام الطريقة الرياضية:

٢٥٠

الرياضة المالية  
الرياضة المالية

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية فى الأجل الطويل بفائدة مركبة

تسمى هذه الطريقة من الناحية العملية طريقة استخدام الآلة الحاسبة، ويتم إيجاد القيم الحالية لتلك الدفعات باستخدام القوانين التالية:  
القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية =

$$(1) \quad A = \left[ \frac{1 - C^{-n}}{C} \right] \times A$$

حيث:

$$C = \frac{1}{(1 + E)^n} = C^{-n}$$

وهي ترمز للقيمة الحالية لدفعة مؤقتة عادية مدتها  $n$  ومبلغها واحد جنيته،  $E$  معدل الفائدة السنوي.

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية =

$$(2) \quad A = \left[ \frac{1 - C^{-n}}{C} \right] \times (1 + E) \times A$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية =

$$(3) \quad A = \left[ \frac{1 - C^{-n}}{C} \right] \times C^e \times A$$

حيث:

$A$  ترمز لمبلغ الدفعة.  $E$  ترمز لمعدل الفائدة السنوي.

$$C^e = (1 + E)^{-e}$$

$$C^{-n} = (1 + E)^{-n}$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية =

$$(٤) \quad A = C^{(1-p)} \times \left[ \frac{1 - C^n}{e} \right]$$

حيث:

$$C^{(1-p)} = C^{(1-p)} - (e + 1) = C^n - (e + 1)$$

ثانياً: إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية باستخدام طريقة الجداول المالية:

يعتمد استخدام الجداول المالية لإيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة

المتساوية بأنواعها الأربعة على استخدام الرمز الحسابي التالي:

$d$  بمعدل فائدة سنوي  $e$  أو  $d$  ع.، وهو يرمز للقيمة الحالية للدفعات المالية

المؤقتة المتساوية العادية مبلغها واحد جنيه وعددها يساوي  $n$  دفعة سنوية.

القوانين الحسابية:

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة العادية =

$$(٥) \quad A = d \times e\%$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة العاجلة الفورية =

$$(٦) \quad A = (e + 1) \times d \times e\%$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة العادية =

$$(٧) \quad A = C \times d \times e\%$$

القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المؤجلة الفورية =

$$(٨) \quad A = C^{(1-p)} \times d \times e\%$$

حيث:

$$C^e = (C + 1)^e$$

$$C^{(1-m)} = (C + 1)^{(1-m)}$$

ن عدد الدفعات السنوية المتساوية

م مدة التأجيل الكلية بالسنوات قبل السداد

ع% معدل الفائدة المئوي السنوي

### أمثلة عامة تطبيقية على كيفية إيجاد القيمة الحالية للدفعات المؤقتة المتساوية:

سيتم عرض الأمثلة التالية التي توضح كيفية إيجاد القيمة الحالية

للدفعات المؤقتة المتساوية بأنواعها الأربع بطريقة استخدام العمود الخامس

من أعمدة الجداول المالية للفائدة المركبة أي عمود الرمز الحسابي دن ع%.

وثانياً باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة.

مثال ( ١ )

اشترى أحمد عرابي شقة تملك واتفق على سداد ثمنها على ٢٠

قسماً سنوياً متساوياً قيمة القسط ٨٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة

المركبة المستخدم ١١% سنوياً، أحسب الثمن النقدي للشقة اليوم.

تمهيد للحل:

$$C = 8000 \quad n = 20 \quad e = 11\% \quad C^e = ?$$

يلاحظ أن السداد سوف يتم على أقساط سنوية متساوية أي مبالغ

متكررة أي دفعات سنوية متساوية قيمة كل منها ٨٠٠٠ جنيه، وحيث أن



الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

عددتها ٢٠ فهي دفعات مؤقتة، وحيث أنه لم ينص على أنها فورية فهي عادية، وأيضاً لم ينص على أنها مؤجلة فهي عاجلة.

**الحل**

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ مؤقتة لمدة ٢٠ سنة عاجلة عادية =  $A \times \frac{1 - (1 + E)^{-n}}{E}$

$$\text{ثمن الشقة النقدي} = 8000 \times \frac{1 - (1 + 0.11)^{-20}}{0.11}$$

(بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١١٪ العمود الخامس أمام ٢٠ سنة)

$$7,9633281 \times 8000 =$$

$$63706,6248 = \text{جنيه}$$

$$\text{ثمن الشقة اليوم} = 63706,625 = \text{جنيه}$$

**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ جنيه مؤقتة لمدة ٢٠ سنة عاجلة عادية

$$A = \frac{P \times E}{1 - (1 + E)^{-n}}$$

$$7,9633281 \times 8000 = \frac{8000 \times 0.11}{1 - (1 + 0.11)^{-20}} =$$

$$63706,6248 = \text{ثمن الشقة اليوم}$$

مثال ( ٢ )

مصطفى كامل يرغب في شراء سيارة ثمنها ١٠٠٠٠٠٠ جنيه نقداً، واتفق مع البائع على سداد ثمنها على ١٥ قسطاً سنوياً متساوياً، يدفع أول قسط بعد سنة من تاريخ الشراء، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في عملية الشراء ١٥٪ سنوياً، أحسب قيمة القسط السنوي.  
تمهيد للحل:

$$\text{القيمة الحالية} = ١٠٠٠٠٠٠ \quad \text{ن} = ١٥ \quad \text{ع} = ١٥\% \quad \text{أ} = ؟؟$$

يلاحظ أن ثمن السيارة النقدي يعني القيمة الحالية لأنه يعطي القيمة يوم الشراء، والسداد سوف يتم على أقساط سنوية متساوية أي دفعات سنوية متساوية يسدد أولها بعد سنة من تاريخ الشراء أي دفعات عادية محدودة — ١٥ قسط أي دفعات مؤقتة، عاجلة لأنه لم ينص على أنها مؤجلة.

### الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية بمبلغ معين مؤقتة لمدة ١٥ سنة عاجلة عادية =  $\text{أ} \times \text{دج} \times \text{ع}\%$   
 $١٠٠٠٠٠٠ = \text{القسط السنوي} \times \text{دج} \times \text{ع}\%$   
 (بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٥٪ العمود الخامس أمام المدة ١٥ سنة)

$$١٠٠٠٠٠٠ = \text{أ} \times ٥,٨٤٧٣٧٠١$$

$$\text{أ} = ١٠٠٠٠٠٠$$

$$٥,٨٤٧٣٧٠,١$$

$$أ = ١٧١٠١,٧٠٥٢٦ \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة القسط السنوي} = ١٧١٠١,٧٠٥ \text{ جنيه}$$

**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين مؤقتة لمدة ١٥ سنة

عاجلة عادية

$$أ = \left( \frac{١ - ح^n}{ع} \right) \times \text{بمعدل ع\%}$$

$$٥,٨٤٧٣٧٠,١ \times أ = \left( \frac{١ - (١,١٥)^{-١٥}}{٠,١٥} \right) \times أ = ١٠٠٠٠٠$$

$$أ = \frac{١٠٠٠٠٠}{٥,٨٤٧٣٧٠,١} = ١٧١٠١,٧٠٥ = \text{قيمة القسط السنوي}$$

مثال (٣)

اشترى السيد كريم حق الانتفاع بمنزل يقدر الخبراء ضرورية هدمه في نهاية ١٠ سنوات وذلك بمبلغ ١٦٣٠٩,٠٣١، فإذا علمت أن الإيراد السنوي لهذا المنزل يقدر بـ ٣٠٠٠ جنيه، فاحسب معدل الفائدة المستخدم.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن قيمة شراء الأصول التي تعطي عائداً سنوياً يقدر على أساس قيمة هذا العائد السنوي، قيمة شراء المنزل = القيمة الحالية لجميع الإيرادات، وفي هذا المثال فإن الإيرادات هي قيمة الإيراد السنوي لهذا

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

المنزل، وهذا الإيراد دوري أي عبارة عن دفعات سنوية عادية حيث لم ينص على أنها فورية، المنزل سوف يهدم بعد ١٠ سنوات، أي أن الإيراد محدود بـ ١٠ سنوات فقط وبالتالي فهي دفعات مؤقتة.

$$\text{القيمة الحالية} = ١٦٣٠٩٠٠٣١ = \text{ن} = ١٠ \quad \text{أ} = ٣٠٠٠ \quad \text{ع} = ??$$

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية متساوية مبلغها ٣٠٠٠ مؤقتة لمدة ١٠ سنوات

$$\text{عاجلة عادية} = \text{أ} \times \text{د} \times \text{ع} \%$$

$$١٦٣٠٩٠٠٣١ = ٣٠٠٠ \times \text{د} \times \text{ع} \%$$

$$\text{د} \times \text{ع} \% = \frac{١٦٣٠٩٠٠٣١}{٣٠٠}$$

$$\text{د} \times \text{ع} \% = ٥٠٤٣٦٣٤٣٧$$

بالبحث في الجداول المالية العمود الخامس أمام المدة ١٠ سنوات تحت جميع المعدلات عن الرقم ٥٠٤٣٦٣٤٣٧، وتحت معدل ١٣٪ أمام المدة ١٠ سنوات العمود الخامس نجد أنه = ٥٠٤٣٦٣٤٣٥ وهذا قريب جداً من الرقم الذي نبحث عنه، وبالتالي فإن المعدل المطلوب يكون ١٣٪، ع = ١٣٪.

**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٣٠٠٠ جنيه مؤقتة لمدة

١٠ سنوات عاجلة عادية

$$\text{أ} = \left( \frac{١ - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}} \right) \times \text{بمعدل ع} \%$$

$$16309,031 = 3000 \times \left( \frac{1 - 1.04^{-20}}{0.04} \right)$$

ونظراً لأن المعدل داخل في المقدار  $1.04^{-20}$  فمن الصعب في هذه الحالة إيجاد قيمة المعدل باستخدام الآلة الحاسبة.

مثال ( ٤ )

يرغب شخص في شراء آلة تعطي إيراداً سنوياً قدره ١٠٠٠٠٠ جنيهه آخر كل سنة، وتقدر مصروفات صيانتها السنوية بـ ٣٠٠٠ جنيهه أول كل سنة، يقدر عمرها الافتراضي ٢٠ سنة حيث تبلغ قيمتها كفاية في هذا الوقت ١٨٠٠٠ جنيهه، احسب ثمن الآلة اليوم، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٤٪ سنوياً.

تمهيد للحل :

ثمن الآلة اليوم = القيمة الحالية للإيرادات - القيمة الحالية للمصروفات

العائد السنوي ١٠٠٠٠	قيمة النفاية ١٨٠٠٠	مصروفات الصيانة ٣٠٠٠
آخر كل سنة دفعات سنوية	مبلغ واحد	أول كل سنة دفعات سنوية
متساوية مؤقتة عاجلة		متساوية مؤقتة عاجلة
وعادية		وفورية
العائد السنوي	قيمة النفاية	المصروفات السنوية
١٠٠٠٠ = أ	ق، س = ١٨٠٠٠	أ = ٣٠٠٠
ن = ٢٠ سنة	ع = ١٤٪	ن = ٢٠

الحل

ثمن الآلة اليوم = القيمة الحالية للإيرادات - القيمة الحالية للمصروفات

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

$$= [1,14 \times 13.5 \times 3000] - [20 \times 18000 + 13.5 \times 10000]$$
 بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٤٪ أمام سنة ٢٠ بالعمود الخامس.

ثمن الآلية اليوم =  $[0,727617 \times 18000 + 6,6231306 \times 10000]$  -  $[1,14 \times 6,5503688] 3000$

$= 22651,106 - [1309,711 + 66231,306] = 44889,910$  جنيهه

**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

بدلاً من إيجاد قيمة ٣.د بمعدل ١٤٪ باستخدام العمود الخامس في الجداول المالية يمكن إيجاد قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة وهي تُعطي نفس القيمة.

مثال (٥)

يرغب شخص في شراء سند قيمته الاسمية ١٠٠٠٠ جنيهه يستحق في نهاية ١٥ سنة، فإذا علمت أن الثمن المعروض به ٩٤٥٥،١٣١ جنيهه وأن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٢٪ سنوياً، احسب العائد السنوي الذي يدره السند أول كل سنة.

تمهيد للحل:

الإيراد السنوي الذي يدره السند يعتبر دفعات مؤقتة لمدة السند ١٥ سنة، فورية حيث أنه يدفع أول كل سنة.

وحيث أن ثمن شراء السند = القيمة الحالية لجميع الإيرادات

ق.س = ١٠٠٠٠ = ن = ١٥ = ع = ١٢٪ = أ = ؟؟

الحل

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

ثمن السند اليوم = القيمة الحالية للإيرادات

$$9455,131 = \text{القيمة الحالية للعائد السنوي} + \text{القيمة الحالية للسند}$$

$$9455,131 = 1000 \times 1,12^{-10} + 1000 \times 1,12^{-10}$$

$$9455,131 = 1000 \times 1,12^{-10} + 1000 \times 1,12^{-10}$$

بالكشف في الجداول المالية تحت ↓ بالكشف في الجداول المالية تحت ↓

المعدل ١٢٪ العمود الخامس أمام المعدل ١٢٪ العمود الثالث أمام ١٥ سنة. المدة ١٥ سنة [١,١٢ × ١٠].

$$9455,131 = 1000 \times 1,12^{-10} + 1000 \times 1,12^{-10} \times 1000000 = 1826,963$$

$$7,6281682 = 1826,963 - 9455,131$$

$$7,6281682 = 7628,162$$

$$\frac{7628,168}{7,6281682} = 1000$$

أ = ١٠٠٠ جنيه

قيمة العائد السنوي = ١٠٠٠ جنيه

**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

$$6,8108645 = \frac{1000 \times (1,12^{-10} - 1)}{1,12} = 1000$$

$$0,1826963 = 1000 \times (1,12^{-10} - 1) = 1000$$

ثم استكمال باقي العمليات الحسابية السابقة.

مثال (٦)

اشترى شخص سيارة ثمنها النقدي ١٥٠٠٠٠٠ جنيه، واتفق مع البائع على سداد ثمنها على أقساط سنوية يدفع أولها عند الشراء مباشرة بقيمة القسط السنوي ٢٥٩٨٩،٤ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم ١٥٪ سنوياً، احسب عدد الأقساط السنوية.

تمهيد للحل:

القسط السنوي يدفع أول كل سنة لأن أول مبلغ يدفع عند الشراء ولمدة محدودة.

• نحن أمام دفعات مؤقتة (بعدد الأقساط) عاجلة وفورية.

القيمة الحالية = ١٥٠٠٠٠٠ جنيه أ = ٢٥٩٨٩،٤ جنيه ع = ١٥٪ ن = ؟؟

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٢٥٩٨٩،٤ مؤقتة وعاجلة فورية

$$A = (1 + E) \times D_n$$

$$150000 = 1.15 \times 25989.4 \times D_n$$

$$D_n \times = \frac{150000}{29887.81}$$

$$29887.81$$

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ١٥٪ العمود الخامس أمام

جميع المدد نجد هذا الرقم يقع أمام المدة ١٠ سنوات.

• ن = ١٠ سنوات

أي أن عدد الأقساط = ١٠ أقساط سنوية



**ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة:**

حيث أن:

د  $\frac{1}{1.15}$

قيمة ن فيها غير معلومة

لذلك فإن الاعتماد الأساسي في إيجاد قيمة ن بمعدل 15% على استخدام

الجدول المالية.

مثال ( ٧ )

اقترض شخص مبلغاً ما من بنك كليبر وتعهد بسداده على 15 قسطاً سنوياً متساوياً آخر كل سنة قيمة القسط السنوي 10000 جنيه، وذلك بعد فترة سماح (عدم سداد) لمدة 8 سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك 11% سنوياً، احسب قيمة المبلغ الذي اقترضه شخص.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن أصل القرض هو المطلوب إيجاده هو عبارة عن القيمة الحالية لأقساط سوف تدفع بصفة دورية منتظمة آخر كل سنة لمدة 15 سنة، ولذا فهي عبارة عن دفعات سنوية متساوية مؤقتة عادية ولكن هذه الأقساط لن يبدأ دفعها إلا بعد فترة سماح أي تأجيل قدرها 8 سنوات أي أن الدفعات مؤجلة لمدة 8 سنوات.

$$أ = 10000 \text{ جنيه} \quad ن = 15 \quad م = 8 \quad ع = 11\% \quad \text{القيمة الحالية} = ??$$

الحل



الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

$$\begin{aligned} & \text{القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها } 10000 \text{ مؤقتة لمدة } 15 \text{ سنة} \\ & \text{مؤجلة } 8 \text{ سنوات عادية} = أ \times ح \times \text{د} \times \text{ع} \% \\ & = 10000 \times ح^8 \times \text{د} \times \text{ع} \% \\ & = 7,190,896 \times 0,4339265 \times 10000 = \\ & = 31203,203 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل 11٪ العمود الثالث عن قيمة ح عند ن = 8، وبالكشف تحت المعدل 11٪ عن قيمة د. المعدل 11٪ بالعمود الخامس.

$$\text{أصل القرض} = 31203,203 \text{ جنيه}$$

مثال ( ٨ )

اشترى شخص شقة تملك ثمنها النقدي 300000 جنيه من بنك مصر واتفق مع البنك على أن يقوم بسداد ثمنها على 16 قسطاً سنوياً متساوياً يدفع آخر كل سنة بعد فترة سماح (تأجيل) 5 سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك 14٪ سنوياً، احسب قيمة القسط السنوي المتساوي.

تمهيد للحل:

الأقساط عبارة عن دفعات سنوية متساوية محدودة، مؤجلة عادية لأنها تدفع آخر كل سنة، الثمن النقدي عبارة عن القيمة الحالية للأقساط السنوية.

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

$$\text{القيمة الحالية} = 300000 \quad \text{ن} = 16 \quad \text{م} = 5 \quad \text{ع} = 14\% \quad \text{أ} = ??$$

الحل

القيمة الحالية للدفعات السنوية المحدودة بـ 16 قسط وموجلة 5 سنوات عادية =  $\text{أ} \times \text{ح}^{\circ} \times \text{ن} \times \text{ع} \%$

$$300000 = \text{أ} \times \text{ح}^{\circ} \times \text{ن} \times \text{ع} \%$$

وبالكشف في الجداول المالية تحت المعدل 14% بالعمود الخامس

أمام المدة 16 عن 36.36 و بالعمود الثالث تحت المعدل 14% وأمام المدة 5 عن قيمة ح<sup>°</sup> نجد أن:

$$300000 = \text{أ} \times [0.5193687 \times 6.2650596]$$

$$\text{أ} = \frac{300000}{3.2538756} = 92197.740 \text{ جنيه}$$

مثال ( 9 )

اشترى شخص منزلاً يقدر الخبراء عمره الافتراضي بـ 20 سنة، حيث تبلغ قيمة الأنقاض والأرض المقام عليها المبنى في هذا الوقت 1000000 جنيه، فإذا علمت أن هذا المنزل يعطي عائداً سنوياً قدره 30000 جنيه أول كل سنة، إلا أن المنزل مرهون وللراهن الحق في الحصول على العائد السنوي له لمدة 7 سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في عملية الشراء 12% سنوياً، احسب ثمن شراء المنزل. تمهيد للحل:

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

العائد السنوي لهذا المنزل متكرر لمدة ٢٠ سنة، يدفع أول كل سنة، للراهن الحق في الحصول على هذا العائد لمدة ٧ سنوات، أي أن المدة التي سوف يحصل فيها على العائد ١٣ سنة مؤجلة ٧ سنوات وفورية. أ = ٣٠٠٠٠ ن = ١٣ م = ٧ ق.س = ١٠٠٠٠٠٠٠ ع = ١٢٪ سنوياً م + ن = ٢٠ سنة

الحل

ثمن شراء المنزل = القيمة الحالية لجميع الإيرادات

= القيمة الحالية للعائد السنوي + القيمة الحالية للأرض والأنقاض  
دفعات سنوية متساوية مبلغها  $\downarrow$  مبلغ واحد يستحق بعد ٢٠ سنة  
٣٠٠٠٠ مؤقتة ١٣ سنة مؤجلة لمدة ق.ح = ق.س  $\times$  ح<sup>ن</sup>  
٧ سنوات وفورية

$$(1) \text{ القيمة الحالية للعائد السنوي} = أ \times ح^{(1-1)} \times \text{دن بمعدل ع.٪}$$

$$= ٣٠٠٠٠ \times ح^6 \times \text{د بمعدل ١٢.٪}$$

$$= ٩٧٦٣١,٠٨١١٧٥ = ٦,٤٢٣٥٤٨٤ \times ٠,٥٠٦٦٣١١ \times ٣٠٠٠٠ =$$

$$(2) \text{ القيمة الحالية للأرض والأنقاض} = ح^2 \times \text{ب بمعدل ١٢.٪}$$

$$= ٠,١٠٣٦٦٦٨ \times ١٠٠٠٠٠٠٠ =$$

$$= ١٠٣٦٦٦,٨$$

$$\text{ثمن الشراء للمنزل} = ٩٧٦٣١,٠٨١١٧٥ + ١٠٣٦٦٦,٨ =$$

$$= ٢٠١٢٩٧,٨٨٨ \text{ جنيه}$$

مثال (١٠)

## الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية فى الأجل الطويل بفائدة مركبة

اشترى شخص آلات زراعية ثمنها النقدي ٣٠٠٠٠٠٠٠ جنيه وتعهد بسداد ثمنها على ١٤ قسطاً سنوياً متساوياً أول كل سنة، وذلك بعد فترة سماح ٩ سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم هو ٨٪ سنوياً، احسب قيمة القسط السنوي.

تمهيد للحل:

$$\text{القيمة الحالية} = ٣٠٠٠٠٠٠٠ \quad \text{ن} = ١٤ \quad \text{م} = ٩ \quad \text{ع} = ٨\% \quad \text{أ} = ??$$

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مؤقتة مؤجلة وفورية

$$= \text{أ} \times \text{ح}^{(١-٢)} \times \text{د} \times \text{بمعدل ع}\%$$

$$= ٣٠٠٠٠٠٠٠ = \text{أ} \times \text{ح}^١ \times \text{د} \times \text{بمعدل ٨}\%$$

$$= ٨,٢٤٤٢٣٧٠ \times ٠,٤٥٠٢٦٨٩ \times \text{أ} =$$

$$= ٤,٤٥٤١٠,٤٨٥٥ \times \text{أ}$$

$$\text{أ} = \frac{٣٠٠٠٠٠٠٠}{٤,٤٥٤١٠,٤٨٥٥} = ٦٧٣٥٣٦,٠١ \text{ جنيه}$$

### (٣-٨) القيمة الحالية للدفعات المتساوية الدائمة:

الدفعات المتساوية الدائمة هي الدفعات التي يستمر دفعها إلى

مالانهاية (∞).

وتنقسم الدفعات الدائمة إلى نوعين من الدفعات هما كما يلي:

(١) **دفعات عاجلة:** وهي تدفع بدون أي تأجيل أو بمجرد الاتفاق على سدادها

والتي تنقسم بدورها إلى نوعين هما:

(أ-١) دفعات عاجلة عادية: وهي التي يتم الاتفاق على دفعها في نهاية كل سنة ويرمز لها بالرمز  $d_{\infty} \cdot e\%$  والذي يمثل القيمة الحالية لدفعة متساوية دائمة عاجلة عادية مبلغها واحد جنييه.

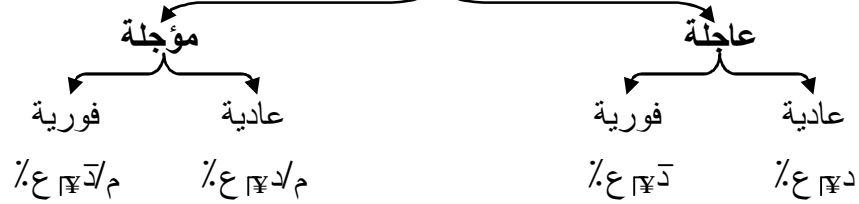
(ب-١) دفعات عاجلة فورية: وهي الدفعات التي تدفع أول كل سنة ويرمز لها بالرمز  $\overline{d}_{\infty} \cdot e\%$  والذي يمثل القيمة الحالية لدفعة متساوية دائمة عاجلة فورية مبلغها واحد جنييه.

(٢) **دفعات مؤجلة**: وهي تدفع بعد فترة تأجيل أي يسبق سدادها فترة تأجيل قدرها م سنة وهي تنقسم بدورها إلى نوعين هما:

(أ-٢) دفعات دائمة متساوية دائمة مؤجلة عادية ويرمز لها بالرمز  $\overline{d}_{\infty} \cdot e\%$ .

(ب-١) دفعات متساوية دائمة مؤجلة فورية ويرمز لها بالرمز  $\overline{d}_{\infty} \cdot e\%$ .

وبالتالي فإن رموز القيمة الحالية للدفعات الدائمة تكون كما يلي:  
القيمة الحالية للدفعات المؤقتة السنوية المتساوية مبلغها أجنبية



**أولاً: أيجاد القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة باستخدام الطريقة الرياضية:**

تسمى هذه الطريقة من الناحية العملية طريقة استخدام الآلة الحاسبة،

ويتم إيجاد القيم الحالية لتلك الدفعات باستخدام القوانين التالية:

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة العاجلة العادية =

$$(9) \quad A = \frac{1}{E}$$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة العاجلة الفورية =

$$(10) \quad A = \left( \left[ \frac{1}{E} \right] + 1 \right) \times A$$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة المؤجلة العادية =

$$(11) \quad A = \left( \frac{1}{E} \right) \times C \times A$$

حيث:  $C = (E + 1)^{-n}$

القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة المؤجلة الفورية =

$$(12) \quad A = \left( \left[ \frac{1}{E} \right] + 1 \right) \times C^{(1-p)} \times A$$

حيث:  $C = (E + 1)^{-(1-p)}$

**ثانياً: إيجاد القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية الدائمة باستخدام الجداول المالية:**

تقوم هذه الطريقة على استخدام العمود الثالث في الجداول المالية في إيجاد

قيمة المقارين  $C^E$ ،  $C^{(1-p)}$ ،  $C$  لقيم  $n$  الصحيحة الموجبة من ١ إلى ٥٠

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

وتحت المعدلات المختلفة من ١٪ إلى ١٦٪، بدلاً من استخدام الآلة الحاسبة في حاسبها مباشرة.

**أمثلة متنوعة على الدفعة السنوية المتساوية الدائمة:**  
مثال (١١)

اشترى شخص قطعة أرض زراعية تعطي عائداً سنوياً قدره ١٠٠٠٠٠ جنيه تدفع آخر كل سنة، وذلك بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً، احسب ثمن الأرض اليوم.

تمهيد للحل:

$$أ = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه} \quad ع = ١٠\% \text{ سنوياً} \quad \text{القيمة الحالية} = ؟؟$$

يلاحظ أن هذه الأرض تعطي عائداً سنوياً، أي أنه عائد متكرر وبالتالي فإن هذا العائد يعتبر دفعات، وحيث أنه لم ينص على مدة دفع معينة لهذه الدفعات، فإنها تعتبر دفعات دائمة، حيث لم ينص على أي فترات تأجيل فإنها تعتبر دفعات عاجلة، وحيث أنها تسدد آخر كل سنة فهي تعتبر دفعات عادية.

الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية دائمة عاجلة عادية

$$\frac{1}{ع} \times أ = \text{القيمة الحالية}$$

$$\frac{1}{١٠\%} \times ١٠٠٠٠٠ = \text{ثمن شراء الأرض اليوم}$$



$$\frac{100}{10} \times 10000 =$$

$$= 100000 \text{ جنيه}$$

مثال (١٢)

يرغب شخص في شراء سند يغل إيراداً سنوياً قدره ٣٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن الثمن الذي يباع به السند هو ٣٧٥٠٠ جنيه، احسب معدل الفائدة المستخدم في هذه العملية.

تمهيد للحل:

$$أ = ٣٠٠٠ \quad \text{القيمة الحالية} = ٣٧٥٠٠ \quad ع = ؟؟$$

يلاحظ أن هذا السند يغل إيراد سنوي، أي إيراد متكرر وبالتالي فإن هذا الإيراد يعتبر مبلغ الدفعة، وحيث أنه لم ينص على تاريخ معين لسداد مبلغ الدفعة فإن الدفعة تعتبر دفعة عادية، ولم ينص على أنها مؤجلة فإنها تعتبر دفعة عاجلة، وحيث أنه لا يوجد لها مدة، فإنها تعتبر دفعة دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية دائمة عاجلة عادية:

$$\frac{1}{ع} \times أ = \text{القيمة الحالية}$$

$$\frac{1}{ع} \times ٣٠٠٠ = ٣٧٥٠٠$$

$$\underline{\quad 1 \quad} = \underline{\quad ٣٧٥٠٠ \quad}$$

$$\begin{aligned} & 3000 \\ & \text{ع} \\ & \frac{1}{\text{ع}} = 12,5 \\ & 0,8 = \frac{1}{12,5} = \text{ع} \\ & \therefore \text{ع} = 8\% \end{aligned}$$

مثال ( ١٣ )

اشترى شخص قطعة أرض زراعية بمبلغ ٦٠٠٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم في عملية الشراء ٥٪ سنوياً، احسب قيمة العائد السنوي الذي تحققه هذه الأرض.

تمهيد للحل:

$$\text{القيمة الحالية} = 60000 \text{ جنيه} \quad \text{ع} = 5\% \quad \text{أ} = ??$$

يلاحظ أن العائد السنوي يمثل دفعات (لأنه ينطوي على صفة التكرار)، وهذه الدفعات عادية حيث لم ينص على أنها تدفع أول كل سنة، كذلك فهي دفعات عاجلة حيث لم ينص على أنها مؤجلة، كذلك فهي دائمة حيث لم ينص على مدة محددة للسداد.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية دائمة عاجلة عادية

$$\frac{1}{ع} \times أ = \text{القيمة الحالية}$$

$$\frac{1}{\%٥} \times أ = ٦٠٠٠٠$$

$$٢٠ \times أ = ٦٠٠٠٠$$

$$\frac{٦٠٠٠٠}{٢٠} = أ$$

$$٣٠٠٠ = أ$$

مبلغ الدفعة = ٣٠٠٠ جنيه

العائد السنوي للأرض = ٣٠٠٠ جنيه

مثال (١٤)

يرغب شخص في منح جائزة سنوية باسمه لأحسن زجال مصري مبلغها ٤٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سنة، ولقد اتفق مع أحد البنوك التجارية لتنظيم هذا التبرع فإذا علمت أن معدل الفائدة المستخدم في البنك ١٦٪ سنوياً، احسب المبلغ الذي يجب أن يدفعه المتبرع لتمويل هذا التبرع. تمهيد للحل:

$$أ = ٤٠٠٠٠ \quad ع = ١٦\% \quad \text{القيمة الحالية} = ؟؟$$

يلاحظ أن مبلغ الجائزة السنوية متكرر، وبالتالي فإن مبلغ الجائزة يعتبر مبلغ الدفعة، ولم يحدد المتبرع مدة معينة يسدد خلالها الجائزة وبالتالي

فإنها تعتبر دائمة وحيث لم ينص على أنها سوف تدفع بعد فترة تأجيل فإنها تعتر عاجلة، وحيث أنها سوف تدفع أول كل سنة فهي دفعة فورية.

### الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية مبلغها ٤٠٠٠٠٠ دائمة عاجلة فورية

$$A \times \left(1 + \frac{1}{e}\right) =$$

$$400000 = \text{مبلغ التمويل} \left(1 + \frac{1}{0,16}\right)$$

$$400000 = (1 + 6,25)$$

$$400000 \times 7,25 =$$

$$= 2900000 \text{ جنيه}$$

مثال (١٥)

يرغب شخص في التبرع بمبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة لتمويل نفقات إحدى المدارس الخيرية، واتفق مع أحد البنوك التجارية لتنظيم هذا التبرع السنوي، فإذا علمت أن المبلغ الذي دفعه لتمويل هذا التبرع ٦٠٠٠٠٠ جنيه، احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم في البنك.

تمهيد للحل:

$$A = 100000 \quad \text{القيمة الحالية} = 600000 \quad e = ??$$

يلاحظ أن التبرع أول كل سنة، وبالتالي فإن التبرع يعتبر دفعة فورية، وحيث لم ينص على أن هناك مدة محددة لهذا التبرع وبالتالي فإنها تعتبر دفعات دائمة، وحيث أنه لم ينص على أنها مؤجلة فهي عاجلة.

### الحل

القيمة الحالية لدفعة سنوية فورية مبلغها ١٠٠٠٠٠ جنيه دائمة عاجلة

$$A \times \left(1 + \frac{1}{e}\right) =$$

$$\left(1 + \frac{1}{0,1}\right) \times 10000 = 60000$$

$$1 + \frac{1}{e} = \frac{60000}{10000}$$

$$\frac{1}{e} = 1 - 6$$

$$\frac{1}{e} = 5$$

$$0,2 = \frac{1}{5} = e$$

$$e = 20\% \text{ سنوياً}$$

مثال (١٦)

يرغب شخص في التبرع بمبلغ معين أول كل سنة لأحد دور العبادة، ولقد تم الاتفاق مع أحد البنوك على تنظيم هذا التبرع السنوي مقابل دفع مبلغ ١٠٤٠٠٠٠٠ جنيه، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة في البنك ٤٪ سنوياً، احسب مبلغ التبرع السنوي.

تمهيد للحل:

$$\text{القيمة الحالية} = ١٠٤٠٠٠٠٠ \text{ جنيه} \quad \text{ع} = ٤\% \quad \text{أ} = ؟؟$$

مبلغ التبرع السنوي أول كل سنة يعتبر دفعة فورية، ولم ينص على أنها مؤجلة ولذا فإنها تعتبر عاجلة، وحيث أنه لم يتحدد مدة معينة للسداد فهي دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية فورية بمبلغ معين دائمة عاجلة

$$\left(1 + \frac{1}{\text{ع}}\right) \times \text{أ} =$$

$$[1 + ٢٥] \text{أ} = ١٠٤٠٠٠٠$$

$$\text{أ} = \frac{١٠٤٠٠٠٠}{٢٦}$$

$$\text{أ} = ٤٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مبلغ التبرع السنوي = ٤٠٠٠٠ جنيه

مثال ( ١٧ )

اشترى شخص قطعة أرض زراعية تعطي عائداً سنوياً قدره ٢٠٠٠٠٠ جنيه فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ٨٪، احسب ثمن الأرض اليوم، إذا علمت أن الأرض عليها رهن حيازي لمدة ١٠ سنوات وللدائن حق الحصول على العائد السنوي لهذه الأرض خلال تلك الفترة. تمهيد للحل:

$$أ = ٢٠٠٠٠٠ \quad ع = ٨\% \quad م = ١٠ \quad \text{القيمة الحالية} = ؟؟$$

يلاحظ أن الأرض تعطي عائداً سنوياً أي متكرراً قدره ٢٠٠٠٠٠ جنيه وبالتالي فإن مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه يعتبر مبلغ الدفعة، وحيث أنه لم ينص على أن دفع الإيراد يدفع أول كل سنة وبالتالي فإن الدفعة تعتبر عادية، ومن المتعارف عليه أن الأرض الزراعية تعطي عائداً سنوياً متكرراً دون انقطاع وبالتالي فهي دفعات دائمة ولكن المشتري لن يحصل على العائد السنوي للأرض قبل مرور فترة الرهن الحيازي وهي ١٠ سنوات، أي أن العائد مؤجل الحصول عليه لمدة ١٠ سنوات لذا فهي دفعات مؤجلة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه دائمة مؤجلة لمدة ١٠ سنوات عادية =

$$= أ \times ح^ع \times \left( 1 - \frac{1}{ع} \right)$$

$$٢٠٠٠٠٠ \times ح^{١٠} \times \left( 1 - \frac{1}{ع} \right) = \text{ثمن شراء الأرض اليوم}$$

٠،٠٨

وبالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٨٪ في العمود الثالث أمام المدة  
١٠ سنوات نجد أن:

$$\text{ثمن شراء الأرض اليوم} = ٢٠٠٠٠ \times ١٢,٥ \times ٠,٤٦٣١٩٣٥ = ١١٥٧٩٨,٣٧٥ \text{ جنيه}$$

مثال (١٨)

مستشفى خيرى تحت التشييد مخصص لعلاج الغير قادرين مجاناً  
وسوف يبدأ العمل في المستشفى بعد ٥ سنوات اتفق مع أحد البنوك على  
تنظيم هذا التبرع مقابل سداد ١٢٤١٨٤٢,٦٤٦ جنيه نقداً، فإذا علمت أن  
معدل الفائدة المستخدم في هذا البنك ١٠٪ سنوياً، احسب مبلغ التبرع السنوي  
لهذه المستشفى.

تمهيد للحل:

$$ع = ١٠\% \text{ سنوياً} \quad م = ٥ \quad أ = ؟؟$$

يلاحظ أن مبلغ التبرع سنوي ولم ينص على ميعاد سداده وبالتالي  
يعتبر دفعات عادية، ولكن المستشفى لم تعمل قبل خمس سنوات وبالتالي فإن  
التبرع لن يدفع إلا بعد خمس سنوات أي دفعات مؤجلة خمس سنوات وهي  
دفعات دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين دائمة مؤجلة عادية =

$$= أ \times ح^٥ \times ( ١ )$$



ع

$$1241842,646 = A \times C^o \times \left(\frac{1}{0,10}\right)$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٠٪ العمود الثالث أمام المدة ٥ سنوات نجد أن:

$$1241842,646 = A \times 10 \times 0,6209213$$

$$A = \frac{1241842,646}{6,209213}$$

$$A = 200000,007 \text{ جنيه}$$

أي أن مبلغ التبرع السنوي = ٢٠٠٠٠٠٠ جنيه تقريباً  
مثال (١٩)

مرسي جميل عزيز يرغب في المساهمة في تحمل نفقات تشغيل دار أوبرا جديدة حيث أن التكاليف السنوية للتشغيل تقدر بـ ٨٠٠٠٠٠ جنيه تدفع أول كل سنة، فإذا علمت أن دار الأوبرا تحت التشييد ويقدر الخبراء أنها سوف تعمل في نهاية ٧ سنوات، فاحسب المبلغ الواجب أن يخصصه لتمويل هذا التبرع إذا كان معدل الفائدة السائد هو ٨٪ سنوياً.

تمهيد للحل:

$$A = 80000 \quad C = 8\% \quad m = 7 \text{ سنوات} \quad \text{القيمة الحالية} = ??$$

يلاحظ أن مبلغ التبرع يدفع أول كل سنة، وبالتالي فهو دفعات سنوية فورية، ولكن الدار سوف تعمل بعد ٧ سنوات وبالتالي فإن التبرع سيبدأ بعد نهاية هذه المدة فهي مؤجلة ٧ سنوات وهي دفعات دائمة.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ جنيهه دائمة مؤجلة وفورية =

$$= أ \times \frac{1}{ع} \times ح^{(١-٢)}$$

$$\text{المبلغ الواجب تخصيصه لتمويل التبرع} = ٨٠٠٠٠٠ \times \frac{1}{٠,٠٠٨} \times ح^٦$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٨٪ العمود الثالث أمام ٦ سنوات نجد أن:

$$\text{المبلغ الواجب تخصيصه} = ٨٠٠٠٠٠ \times ١٢,٥ \times ٠,٦٣٠١٦٩٦ = ٦٣٠١٦٩,٦ \text{ جنيهه}$$

مثال (٢٠)

تبرع شخص بمبلغ ٨٢٦٤٤,٦٣ لتمويل جائزة سنوية للطالب الأول على شعبة المحاسبة بنظام التعليم المفتوح، فإذا علمت أن أول خريج من هذه الشعبة سوف يكون بعد ٣ سنوات من الآن، حيث تدفع له الجائزة فوراً، فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ١٠٪ سنوياً، احسب قيمة الجائزة السنوية.

تمهيد للحل:

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

القيمة الحالية = ٨٢٦٤٤٤,٦٣ ع = ١٠٪ م = ٣ أ = ؟؟  
يلاحظ أن التبرع يكون سنوياً وبالتالي فهي دفعات سنوية، بدون  
تحديد مدة لهذا التبرع وبالتالي فهي دفعات دائمة ولكن بعد ٣ سنوات فهي  
مؤجلة ٣ سنوات فوراً أي دفعات فورية.

الحل

القيمة الحالية لدفعات سنوية متساوية بمبلغ معين ودائمة ومؤجلة وفورية =

$$أ = \left[ \frac{1}{ع} \times ح^{(1-م)} \right]$$

$$٨٢٦٤٤٤,٦٣ = أ \left[ \frac{1}{٠,١٠} \times ح^{(1-٣)} \right]$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١٠٪ العمود الثالث أمام المدة  
سنتين

$$٨٢٦٤٤٤,٦٣ = أ [٠,٨٢٦٤٤٦٣ \times ١٠]$$

$$أ = \frac{٨٢٦٤٤٤,٦٣}{٨,٢٦٤٤٦٣}$$

$$أ = ١٠٠٠٠٠ جنييه$$

$$قيمة الجائزة السنوية = ١٠٠٠٠٠ جنييه$$

**(٤-٨) جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة:**

الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة تنقسم إلى نوعين أساسيين حسب  
بدء سريان الدفعات هما دفعات مؤقتة عاجلة ودفعات مؤقتة آجلة وهذه

بدورها تنقسم إلى نوعين هما آجلة قبل السداد وهذه الدفعات التأجيل فيها لا يؤثر على حساب الجملة وآجلة بعد السداد وهذه التأجيل فيها يؤثر على قيمة الجملة، كما تنقسم الدفعات المؤقتة حسب ميعاد سداد الدفعات إلى نوعين هما مؤقتة عادية ومؤقتة فورية.

وفي النهاية فإننا سنهتم بإيجاد جملة الأربع أنواع التالية من الدفعات

المؤقتة:

- ١ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية.
- ٢ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية.
- ٣ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد العادية.
- ٤ - الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد الفورية.

### الرموز الحسابية:

جـد $\bar{n}$  ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية مبلغها أ

ومدتها = عددها = ن حيث جـ تعني جملة، د تعني دفعة.

جـد $\bar{n}$  ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية مبلغها

أ ومدتها = عددها = ن حيث: جـ تعني جملة، د تعني دفعة.

م/جـد $\bar{n}$  ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة قبل السداد

العادية مبلغها أ.

م/جـد $\bar{n}$  ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة قبل السداد

الفورية مبلغها أ.

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية فى الأجل الطويل بفائدة مركبة

جد<sub>ت</sub>/م ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد العادية مبلغها أ.

جد<sub>ت</sub>/م ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة المؤجلة بعد السداد الفورية مبلغها أ.

ج<sub>ت</sub> ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة العادية مدتها ن ومبلغها واحد جنييه.

ج<sub>ت</sub> ترمز لجملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة العاجلة الفورية مدتها ن ومبلغها واحد جنييه.

أ ترمز لمبلغ الدفعة.

ن ترمز لعدد مبالغ الدفعات = المدة الكلية بالسنوات.

م ترمز لمدة تأجيل السداد سواء كان قبل السداد أو بعد السداد.

القوانين الرياضية:

أولاً: القوانين الرياضية التى تعتمد على استخدام الآلة الحاسبة:

$$(١٣) \quad \text{جد<sub>ت</sub>ع\%} = أ \times \left[ \frac{١ - (ع + ١)^{-٢}}{ع} \right]$$

$$(١٤) \quad \text{جد<sub>ت</sub>ع\%} = أ \times (ع + ١) \times \left[ \frac{١ - (ع + ١)^{-٢}}{ع} \right]$$

$$(١٥) \quad \text{م/جد<sub>ت</sub>ع\%} = \text{م/جد<sub>ت</sub>ع\%}$$

$$(١٦) \quad \text{م/جد<sub>ت</sub>ع\%} = \text{م/جد<sub>ت</sub>ع\%}$$

$$(١٧) \quad \text{جد<sub>ت</sub>ع\%/م} = أ \times (ع + ١)^٢ \times \left[ \frac{١ - (ع + ١)^{-٢}}{ع} \right]$$

$$\text{جَدَن ع\%م} = أ \times (ع + ١)^{(١+م)} \left[ \frac{١ - (ع + ١)^{-ن}}{ع} \right] \quad (١٨)$$

**ثانياً: إيجاد جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة باستخدام الجداول الرياضية:**

يعتمد إيجاد قيمة المقدار جَدَن ع\% مباشرة على جميع القيم الموجودة بالعمود الرابع من أعمدة الجداول المالية بقيم ن الصحيحة الموجبة بدءاً من ن = ١ إلى ن = ٥٠ وتحت المعدلات المختلفة بدءاً من ع\% = ١ إلى ع\% = ١٦.

**قوانين إيجاد جملة الدفعات السنوية المتساوية المؤقتة عن طريق الكشف فى الجداول المالية:**

$$\begin{aligned} (١٩) \quad \text{جَدَن ع\%} &= أ \times \text{جَدَن ع\%} \\ (٢٠) \quad \text{جَدَن ع\%} &= أ \times (ع + ١) \times \text{جَدَن ع\%} \\ (٢١) \quad \text{جَدَن ع\%م} &= أ \times (ع + ١)^م \times \text{جَدَن ع\%} \\ (٢٢) \quad \text{جَدَن ع\%م} &= أ \times (ع + ١)^{(١+م)} \times \text{جَدَن ع\%} \\ (٢٣) \quad \text{م/جَدَن ع\%} &= أ \times \text{جَدَن ع\%} \\ (٢٤) \quad \text{م/جَدَن ع\%} &= أ \times (ع + ١) \times \text{جَدَن ع\%} \end{aligned}$$

**أمثلة متنوعة:**

مثال (٢١)

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية فى الأجل الطويل بفائدة مركبة

شخص يودع مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه فى بنك القاهرة فى آخر كل سنة،  
لمدة ٢٠ سنة احسب جملة المستحق له فى نهاية المدة إذا كان البنك يحسب  
فوائده بمعدل فائدة مركبة ١٣٪ سنوياً.

تمهيد للحل:

المبلغ الذي يتم إيداعه عبارة عن مجموعة من المبالغ السنوية  
المتكررة لمدة ٢٠ سنة أي عبارة عن دفعات مؤقتة لمدة ٢٠ سنة، وحيث أن  
الدفع يتم آخر كل سنة فهذه الدفعات تعتبر دفعات عادية.

$$أ = ١٠٠٠٠٠ \quad ن = ٢٠ \text{ سنة} \quad ع = ١٣\% \quad جـ = ؟؟$$

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ١٠٠٠٠٠ تدفع آخر كل سنة عادية مؤقتة  
لمدة ٢٠ سنة

$$جـ = أ \times جـ$$

$$\text{جملة المستحق له فى نهاية المدة} = ١٠٠٠٠٠ \times جـ$$

بالكشف فى الجداول المالية تحت المعدل ١٣٪ العمود الرابع أمام ٢٠ سنة

$$\text{جملة المتكون له فى نهاية المدة} = ١٠٠٠٠٠ \times ٨٠,٩٤٦٨٢٩٠$$

$$= ٨٠,٩٤٦٨,٢٩٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٢٢)

يودع شخص مبلغاً ما آخر كل سنة فى بنك العروبة لمدة ١٧ سنة  
وذلك بمعدل فائدة مركبة ١١٪ سنوياً، فوجد أن جملة المتكون له فى نهاية  
المدة ١٢٣٥٠٢,٥٢٩ جنيه، احسب المبلغ الذي كان يقوم بإيداعه آخر كل  
سنة.

تمهيد للحل:

المبلغ الدوري الذي كان يودعه آخر كل سنة لمدة ١٧ سنة عبارة عن دفعات سنوية متساوية مؤقتة وعادية.  
 جـ = ١٣٣٥٠٢٠٥٢٩ جنيه ن = ١٧ سنة ع = ١١٪ أ = ؟؟

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مؤقتة لمدة ١٧ سنة وعادية

$$\text{جـ} = \text{أ} \times \text{جـ}$$

$$\text{جـ} = ١٣٣٥٠٢٠٥٢٩ = \text{أ} \times \text{جـ}$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ١١٪ العمود الرابع أمام المدة ١٧

$$\text{سنة ١٣٣٥٠٢٠٥٢٩} = \text{أ} \times ٤٤٠٠٠٨٤٣٠$$

$$\text{أ} = \frac{١٣٣٥٠٢٠٥٢٩}{٤٤٠٠٠٨٤٣} = ٣٠٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٢٣)

شخص كان يودع مبلغ ٨٠٠٠ جنيه آخر كل سنة في بنك النهضة الذي يحسب فوائده المركبة بمعدل ٦٪ سنوياً، فوجد أن جملة المستحق له في نهاية المدة ٢٩٤٢٨٤٠٧٣٠ جنيه، احسب عدد المبالغ التي قام بإيداعها.

تمهيد للحل:

$$\text{أ} = ٨٠٠٠ = \text{ع} = ٦\% \quad \text{جـ} = ٢٩٤٢٨٤٠٧٣ = \text{ن} = ؟؟$$

الحل

جملة دفعات سنوية مبلغها ٨٠٠٠ مؤقتة عادية



$$\text{جدن} = \text{أ} \times \text{حـ}$$

$$\text{جدن} \times ٨٠٠٠ = ٢٩٤٢٨٤,٧٣$$

$$\text{حـ} = ٢٩٤٢٨٤,٧٣$$

$$\text{حـ} = ٣٦,٧٨٥٥٩١٢٥$$

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ٦٪ العمود الرابع عن الرقم

٣٦,٧٨٥٥٩١٢٥ أمام جميع المدد.

نجد أن هذا الرقم يقع أمام المدة ٢٠ سنة

عدد المبالغ التي كان يقوم بإيداعها = ٢٠ مبلغاً

مثال ( ٢٤ )

شخص كان يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠٠٠٠ آخر كل سنة في بنك النهضة

لمدة ١٥ سنة فوجد أن جملة المتكون له في نهاية المدة ٦٦٠٠٠٠٠ جنيه،

احسب معدل الفائدة المركبة المستخدم في هذا البنك.

تمهيد للحل:

$$\text{أ} = ٢٠٠٠٠ \quad \text{ن} = ١٥ \quad \text{جدن} = ٦٦٠٠٠٠ \quad \text{ع} = ??$$

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ٢٠٠٠٠ مؤقته عادية

$$\text{جدن} = \text{أ} \times \text{حـ}$$

$$\text{حـ} \times ٢٠٠٠٠ = ٦٦٠٠٠٠$$

$$\text{حـ} = \frac{٦٦٠٠٠٠}{٢٠٠٠٠}$$

$$\text{حـ} = ٣٣$$

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

بالبحث في الجداول المالية العمود الرابع أمام المدة ١٥ سنة، تحت جميع المعدلات عن الرقم ٣٣.

لا نجد هذا الرقم المطلوب ولكن نجد رقمين أحدهما أصغر منه مباشرة تحت المعدل ١٠٪ والآخر أكبر منه مباشرة تحت المعدل ١١٪ وهي:

تحت المعدل ١٠٪	الرقم المطلوب	تحت المعدل ١١٪
٣١،٧٧٢٤٨١٧	٣٣	٣٤،٤٠٥٣٥٩٠

وحيث أن الرقم المطلوب يقع بين هذين الرقمين فإن المعدل المطلوب يقع بين المعدلين، أي أن المعدل ع المطلوب يقع بين ١٠٪، ١١٪، أي أكبر من ١٠٪ وأقل من ١١٪ وليكن أكبر من ١٠٪ بقيمة معينة ولنكن س٪.

$$ع = ١٠٪ + س٪$$

وللحصول على قيمة س فإننا نقوم بإجراء التناسب التالي:

$$\begin{array}{l} ٣٤،٤٠٥٣٥٩٠ = ١١٪ \text{ بمعدل } ٣٣ \\ ٣١،٧٧٢٤٨١٧ = ١٠٪ \text{ بمعدل } ٣٣ \\ \hline ٢،٦٣٢٨٧٧٣ = \Delta ١ \\ ١،٢٢٧٥١٨٣ = \Theta س٪ \end{array}$$

$$س٪ = \frac{\Theta س٪}{\Delta ١} \times ١٪$$

$$٠،٤٦٦ \%$$

$$= ١٪ \times \frac{١،٢٢٧٥١٨٣}{٢،٦٣٢٨٧٧٣} =$$

$$ع = ١٠٪ + ٠،٤٦٦٪$$

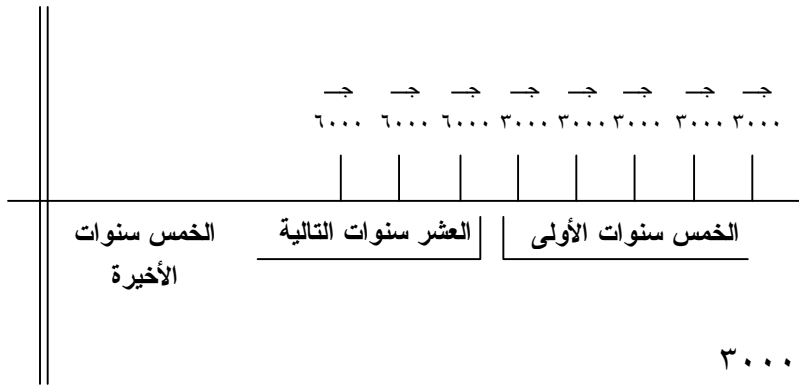
$$= 1,0466\%$$

مثال ( ٢٥ )

شخص كان يودع مبلغ ٣٠٠٠ سنه آخر كل سنة لمدة ٥ سنوات في بنك الأندلس ثم قام بإيداع ضعف هذا المبلغ لمدة ١٠ سنوات التالية، احسب جملة المستحق له في نهاية ٢٠ سنة إذا كان معدل الفائدة المستخدم ١٢٪ سنوياً.

تمهيد للحل:

الخمس سنوات الأولى      العشر سنوات التالية      خمس سنوات بدون إيداع



$$أ١ = ٣٠٠٠$$

$$ن١ = ٥ \quad \text{جدان} \sqrt[n]{(ع + ١)^{\circ}}$$

يلاحظ أن لدينا نوعين من الدفعات.

النوع الأول من الدفعات مبلغها ٣٠٠٠ تدفع لمدة ٥ سنوات، ويمكن إيجاد جملتها في نهاية الخمس سنوات حيث يتكون جدان ١ ولكن لم تسحب

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

إلا في نهاية ٢٠ سنة أي سوف تترك في البنك لمدة ١٥ سنة، وبالتالي فإنها تستثمر لمدة ١٥ سنة كأنها مبلغ واحد وتضرب في (١ + ع)°.

النوع الثاني من الدفعات مبلغها ٦٠٠٠ تدفع لمدة ١٠ سنوات، ويمكن إيجاد جملتها في نهاية العشر سنوات حيث تكون جدها ٢٠٢ ولكن لم تسحب إلا في نهاية ٢٠ سنة، أي سوف تترك في البنك لمدة ٥ سنة، وبالتالي فإنها تستثمر لمدة ٥ سنوات لمبلغ واحد وتضرب في (١ + ع)°.

الحل

جملة المتكون له في نهاية ٢٠ سنة =

$$\begin{aligned} & \text{جدان}^{\circ}(١ + ع) + \text{جد}^{\circ}(١ + ع) \\ & = ١أ \times \text{ج}^{\circ}(١ + ع) + ٢أ \times \text{ج}^{\circ}(١ + ع) \\ & = ٣٠٠٠ \times \text{ج}^{\circ}(١ + ١٢\%) + ٦٠٠٠ \times \text{ج}^{\circ}(١ + ١٢\%) \\ & \begin{array}{cccc} \text{الجدول المالي} & \text{الجدول المالي} & \text{الجدول المالي} & \text{الجدول المالي} \\ \text{العمود الرابع} & \text{العمود الثاني} & \text{العمود الرابع} & \text{العمود الثاني} \\ \text{أمام ٥ سنوات} & \text{أمام ١٥ سنة} & \text{أمام ١٠ سنوات} & \text{أمام ٥ سنوات} \end{array} \end{aligned}$$

تحت المعدل ١٢٪ في جميع الأحوال.

$$= ١٧,٥٤٨٧٣٥١ \times ٦٠٠٠ + ٥,٤٧٣٥٦٥٨ \times ٦,٣٥٢٨٤٧٤ \times ٣٠٠٠ = ١,٧٦٢٣٤١٧$$

$$= ١٨٥٥٦١,٢٠٦ + ١٠,٤٣١٨,١٨٥ =$$

$$= ٢٨٩٨٧٩,٣٩١ \text{ جنيه}$$

مثال (٢٦)

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك النهضة الذي يحسب فوائد المركبة بمعدل ٩٪ سنوياً لمدة ١٠ سنوات، احسب جملة المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

$$أ = ٨٠٠٠ \quad ع = ٩\% \quad ن = ١٠ \text{ سنوات} \quad جَد = ??$$

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ٨٠٠٠ فورية مؤقتة لمدة ١٠ سنوات

$$جَد = أ \times ح$$

$$جَد = أ \times (ع + ١) \times ح$$

$$جَد = ٨٠٠٠ \times (١,٠٩) \times ١٠$$

$$= ١٦,٥٦٠,٢٩٣٤ \times ٨٠٠٠ =$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٩٪ العمود الرابع أمام المدة ١٠ سنة

$$جَد = ١٦,٥٦٠,٢٩٣٤ \times ٨٠٠٠ =$$

$$= ١٣٢٤٨٢,٣٤٧ \text{ جنيه}$$

مثال (٢٧)

يودع شخص مبلغاً ما أول كل سنة لمدة ١٠ سنوات في بنك

الإخلاص ثم قام بإيداع ضعف هذا المبلغ لمدة ٥ سنوات، وفي نهاية ١٥ سنة

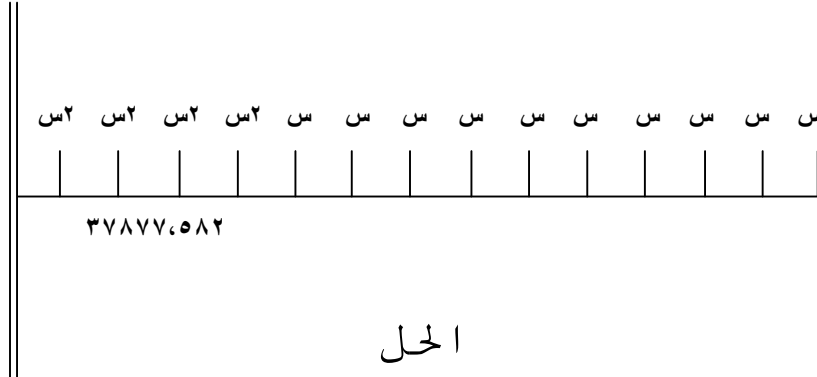
الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

سحب جملة ما له في البنك فكان ٣٧٨٧٧,٥٨٢ فإذا كان معدل الفائدة المستخدم في البنك ٩٪ سنوياً، احسب المبلغ الذي كان يودعه.

تمهيد للحل:

بفرض أن مبلغ الدفعة الأول س

•• مبلغ الدفعة الثاني ٢س



جملة المستحق له في نهاية المدة = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

$$\text{جدان}^{\text{ن}}(ع + ١) + \text{جد}^{\text{ن}}٢$$

$$= س \times (ع + ١) \times \text{جن}^{\text{ن}} + ٢س \times (ع + ١) \times \text{جن}^{\text{ن}}$$

$$٣٧٨٧٧,٥٨٢ = س \times \text{جن}^{\text{ن}} \times (١,٠٩)^{\text{ن}} + ٢س \times (١,٠٩)^{\text{ن}} \times \text{جن}^{\text{ن}}$$

بالكشف في الجداول  $\swarrow$   $\swarrow$   $\swarrow$  بالكشف في الجداول  $\swarrow$  بالكشف في الجداول

المالية

المالية

المالية

العمود الرابع

العمود الثاني

العمود الرابع

أمام ٥ سنوات

أمام ٦ سنوات

أمام ١٠ سنة

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية في الأجل الطويل بفائدة مركبة

تحت المعدل ٩٪ في جميع الأحوال.

$$٥,٩٨٤٧١٠٦ \times ١,٠٩ \times ٢ + ١,٦٧٧١٠٠١ \times ١٥,١٩٢٩٢٩٧ \times ٣ = ٣٧٨٧٧,٥٨٢$$

$$= ٣٨,٥٢٦٧٣٤٠٧ \text{ س}$$

$$\frac{٣٧٨٧٧,٥٨٢}{٣٨,٥٢٦٧٣٤٠٧} = \text{س} \ddagger$$

$$\text{س} = ٩٨٣,١٥١ \text{ جنيه}$$

المبلغ الذي كان يودعه أول كل سنة لمدة ١٠ سنوات

$$\text{س} = ٩٨٣,١٥١ \text{ جنيه}$$

المبلغ الذي كان يودعه أول كل خلال الخمس سنوات التالية

$$\text{س} = ١٩٦٦,٣٠٢ \text{ جنيه}$$

مثال ( ٢٨ )

يودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك القاهرة الذي

يحسب فوائد المركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً، فوجد أن جملة المستحق له في البنك في نهاية مدة الإيداع ٤٩٩٠٨٣,٥٢١ جنيه، احسب عدد المبالغ التي أودعها.

تمهيد للحل:

$$١٠٠٠٠ = \text{أ} \quad ١٤\% = \text{ع} \quad \text{جَد} = ١٩٩٨٠٣,٥٢١ \quad \text{ن} = \text{؟؟}$$

الحل

جملة دفعات سنوية متساوية مبلغها ١٠٠٠٠ مؤقتة لمدة معينة فورية

$$\text{جَد} = \text{أ} \times (١ + \text{ع}) \times \text{ح}$$

$$٤٩٩٨٠٣,٥٢١ = ١٠٠٠٠ \times (١ + ١٤\%) \times \text{ح}$$

$$43,84241412 = \overline{C} \cdot 1.14\%$$

بالبحث في الجداول المالية تحت المعدل ١٤٪ العمود الرابع أمام جميع المدد

$$\text{عن الرقم } 43,84241412$$

نجد أن هذا الرقم يقع أمام ١٥ سنة

$$n = 15 \text{ سنة}$$

عدد المبالغ = ١٥ مبلغاً سنوياً

مثال ( ٢٩ )

شخص كان يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه أول كل سنة في بنك

التجاريين الذي يحسب فوائده المركبة بمعدل ١٥٪ على أن يقوم البنك نيابة

عنه بسداد أقساط سنوية مستحقة عليه آخر كل سنة بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه

وذلك لمدة ٢٠ سنة، احسب الرصيد المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

يلاحظ أن الرصيد يتحدد على أساس الفرق بين جملة الإيداعات

وجملة المبالغ المسددة لحسابه.

الإيداعات تمثل دفعات سنوية فورية بمبلغها ٢٠٠٠٠

المبالغ المسددة لحسابه (المسحوبات) تمثل دفعات سنوية عادية

مبلغها ١٢٠٠٠.

الحل

الرصيد المتبقي (المستحق) = جملة الإيداعات - جملة المسددات

$$= \overline{C} - \overline{D}$$



$$\begin{aligned}
 &= \text{أ} \times (ع + ١) \times \text{ح} - \text{أ} \times \text{ح} \\
 &= \text{ح} \times ١,١٥ \times ٢٠,٠٠٠ - \text{ح} \times ١٢٠,٠٠٠ \\
 &\quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &\quad \text{بالكشف في الجداول المالية} \quad \text{بالكشف في الجداول المالية} \\
 &\text{العمود الرابع تحت المعدل } ١٥\% \quad \text{العمود الرابع تحت المعدل } ١٥\% \\
 &\quad \text{أمام } ٢٠ \text{ سنة} \quad \text{أمام } ٢٠ \text{ سنة} \\
 &= ١٠٢,٤٤٣٥٨٢٦ \times ١٢٠,٠٠٠ - ١٠٢,٤٤٣٥٨٢٦ \times ١,١٥ \times ٢٠,٠٠٠ \\
 &= ١٢٢٩٣٢٢,٩٩١ - ٢٣٥٦٢٠٢,٤ \\
 &= ١١٤٦٨٧٩,٤٠٩ \text{ جنيه}
 \end{aligned}$$

### (٥-٨) جملة الدفعات السنوية المتساوية الدائمة:

الدفعات السنوية المتساوية الدائمة بأنواعها المختلفة سواء كانت عاجلة أو مؤجلة، فورية أو عادية، جملتها إلى مالانهاية يجب أن تساوي مالانهاية وعلى هذا فإن جملة أي دفعة لا نهائية تساوي مالانهاية، وذلك لأن:

$$\infty = \text{ن}$$

أي أن:

$$\infty = \frac{\text{ح}}{\text{ع}} = \frac{\text{ح}}{\text{ع}} = \frac{\text{ح}}{\text{ع}} = \frac{\text{ح}}{\text{ع}}$$

تمارين عامة على الدفعات السنوية المتساوية:

أولاً: تمارين على القيمة الحالية للدفعات السنوية المتساوية:

١- اشترى تاجر ما محلاً تجارياً ودفع مبلغ (٣٠٠٠ ج) كمقدم ثمن، وقام بسداد باقي الثمن على ١٢ دفعة سنوية كل منها (١٥٠٠ ج) بحيث تدفع أول دفعة في نهاية ثمن الشراء، فما هو الثمن الفوري لشراء هذا المحل التجاري، إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد هو  $\frac{1}{2}\%$  كل ستة أشهر.

٢- إذا عرض شخص ما عقاراً للبيع فتلقى العروض الآتية:

العرض الأول: أن يدفع له فوراً مبلغ (٢٠٠٠٠ ج) ثمناً له.

العرض الثاني: أن يدفع له مبلغ (٨٠٠٠ ج) كمقدم للثمن، ثم يدفع له مبلغ (١٣٠٠ ج) في نهاية كل سنة لمدة عشر سنوات تالية.

العرض الثالث: أن يقسط الثمن على ثمانية عشرة دفعة سنوية قيمة كل منها (١٥٠٠ ج) يدفع أولها عند تحرير العقد - ثم يدفع له في نهاية السنة الثامنة عشرة مبلغ (٣٠٠٠ ج).

فأي العروض يقبل علماً بأن معدل الفائدة المركبة السائد هو  $\frac{1}{2}\%$  سنوياً؟

٣- إذا أراد أحد الخيرين أن يوقف مبلغاً من المال على أحد المساجد بحيث يدر دخلاً سنوياً ثابتاً في بداية كل عام قدره (٤٥٠ ج)، فما هو مقدار المبلغ، إذا علم أن معدل الفائدة السائدة هو ٥,١٪ سنوياً؟

٤ - إذا أراد أحد أساتذة الجامعة أن يوقف مبلغاً من المال بحيث يدر دخلاً سنوياً في نهاية كل عام قدره: (٥٠٠ ج)، وذلك لشراء جوائز وهدايا لتوزيعها على الطلبة الأوائل في الجامعة، فما هو مقدار المبلغ الواجب إيقافه، إذا علم أن معدل الفائدة المركبة السائد هو  $\frac{1}{2}$  ٦٪ سنوياً؟

٥ - إذا قام شخص ما باقتراض مبلغ (١٤٨٠ ج) من أحد البنوك وكان الاتفاق بينه وبين البنك على أن يسدد قيمة هذا القرض على دفعات قيمة كل منها (١٠٠ ج)، وعلى أن تدفع كل دفعة في نهاية كل ستة أشهر ولمدة عشر سنوات، فما هو معدل الفائدة المركبة المحتسبة على هذا القرض، علماً بأن البنك يتقاضى عند تحرير العقد مبلغ (٧٠٧٤٧) <sup>مليم جنييه</sup> مقابل التسجيل ودمغات على العقد؟

٦ - إذا قام شخص ما باقتراض مبلغ (١٩٦٠ ج)، من بنك ما يحتسب فائدة مركبة قدرها ٣٪ كل نصف سنة، وكان الاتفاق بين المقرض والبنك على أن يقوم بسداد هذا القرض على دفعات نصف سنوية في نهاية كل ستة أشهر قيمة كل منها ١٠٠ جنيهاً فما هو عدد الأقساط الواجب دفعها وما هي مدة القرض؟

**ثانياً: تمارين على جملة الدفعات السنوية المتساوية:**

الباب الثامن **الجزء الثاني** الدفعات المالية فى الأجل الطويل بفائدة مركبة

٧- يودع شخص ٥٠٠ جنيه فى بنك القاهرة فى آخر كل عام بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ احسب جملة ماله فى نهاية ١٢ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد التى يحصل عليها فى نهاية الفترة.

٨- احسب الجملة المركبة لدفعات عادية تلت سنوية مبلغها ٢٥٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٢,٥٪ كل ٤ شهور وذلك فى نهاية ١٥ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد المركبة.

٩- احسب الجملة المركبة لدفعات عادية ربع سنوية مبلغها ٤٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٣,٥٪ كل ٣ شهور وذلك فى نهاية ١٨ سنة، ثم احسب مجموع الفوائد المركبة.

١٠- أودع شخص فى بنك مصر مبلغ ١٠٠٠ جنيه فى نهاية كل سنة لمدة ٢٠ سنة، احسب الجملة المركبة للدفعات وكذلك مجموع الفوائد إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة ٧,٥٪، احسب الجملة المركبة فى التمارين ١، ٢، ٣، ٤ إذا كان الإيداع أول كل عام.

١١- دفعة سنوية مبلغها ٥٠٠ جنيه استثمرت بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً لمدة ١٠ سنوات، احسب:

(أ) جملة الدفعات إذا كانت عادية (سداد).

(ب) جملة الدفعات إذا كانت فورية (استثمار).

(ج) الفائدة المركبة لمبلغ الدفعة بنفس المعدل والمدة وأثبت أنه يساوي الفرق بين جمليتي الاستثمار والسداد لهذه الدفعة.

(د) جملة الدفعات (استثمار) لمدة ١٥ سنة.

١٢- بلغت الجملة المركبة لدفعات عادية سنوية بمعدل فائدة ٨٪  
٥٤٩١٤،٣٥٢ جنيه، وذلك في نهاية ٢٠ سنة، احسب مبلغ الدفعة  
السنوية ومقدار الفوائد.

إذا علمت أن مجموع الفوائد المركبة لدفعات استثمار ربع سنوية بمعدل  
فائدة مركبة ٣٪ كل ٣ شهور في نهاية ١٠ سنوات هو  
٣٠١٣٠،٦٣ جنيه، احسب مبلغ الدفعة الربع سنوية.

١٣- اقترض شخص من بنك مصر مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة  
٩٪ سنوياً وبعد مضي ١٠ سنوات أخذ يسدد للبنك في أول كل عام  
مبلغاً متساوياً لمدة ثمان سنوات تالية، فإذا علمت أنه في نهاية ٢٠ سنة  
من تاريخ القرض سدد للبنك ما عليه نقداً ومقداره  
١٠٠٠٦٧،١٧٩ جنيه، احسب مقدار الدفعة المتساوية.

١٤- أودع تاجر دفعات متساوية أول كل ٣ شهور بمعدل فائدة مركبة ٢,٥٪ عن كل ٣ شهور، وفي نهاية ١٠ سنوات أصبح مجموع الفوائد ٢١٨١٥,٧١٣ جنيه. احسب مبلغ الدفعة.

١٥- يودع شخص ١٠٠٠ جنيه في آخر كل سنة في بنك القاهرة بمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً، فإذا علمت أن جملة المستحق له في نهاية مدة معينة هو ٤٠٩٩٥,٤٩٢ جنيه. احسب عدد المبالغ التي قام بإيداعها (عدد الدفعات).

١٦- يودع شخص مبلغ ٢٠٠٠ جنيه في أول كل سنة في بنك الإسكندرية الذي يحسب فوائد مركبة بمعدل ١٠٪ سنوياً، فإذا علمت أن جملة المستحق له لدى البنك في نهاية مدة الإيداع بلغت ٦٩٨٩٩,٤٦ جنيه. احسب مدة الإيداع (عدد المبالغ التي أودعها).

١٧- دفعة سنوية مبلغها ٣٠٠٠ جنيه بلغ الفرق بين جملتها إذا كانت استثمار وجملتها إذا كانت سداد في نهاية مدة معينة ٨٩٨٨,٠٥٨ جنيه. احسب عدد الدفعات إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة هي ٨٪ سنوياً.

١٨- بلغت الجملة المركبة لدفعات فورية نصف سنوية مبلغ كل منها ٤٠٠ جنيه في نهاية ١٥ سنة ٢٣٣٣١,٣٣٤ جنيه. احسب معدل الفائدة المركبة النصف سنوي الذي استثمرت به الدفعات.

١٩ - دفعات سنوية عادية استثمرت بمعدل فائدة معين لمدة معينة من الزمن فبلغت جملتها ٨٥٤٢،١٤ جنيه، فإذا علمت أن الجملة المركبة للدفعات إذا كانت فورية هي ٩٣٩٦،٣٥٤ جنيه. فأوجد معدل الفائدة المركبة السنوي.

٢٠ - يودع شخص ما مبلغ (٣٠٠ ج) في نهاية كل ستة أشهر في إحدى المصارف، فما هو جملة المستحق له في نهاية السنة الرابعة علماً بأنه يتقاضى على إيداعاته فوائد مركبة بمعدل  $\frac{1}{2}\%$  عن كل ستة أشهر؟

٢١ - إذا قام مستثمر بإيداع مبلغ (٥٠٠ ج) في بداية كل ٣ أشهر في إحدى المصارف، فما هو جملة المستحق له في نهاية السنة السابقة علماً بأنه يتقاضى على إيداعاته فائدة مركبة بمعدل  $\frac{1}{4}\%$  عن كل  $\frac{1}{4}$  سنة؟

٢٢ - إذا بلغت جملة قرض في نهاية تسع سنوات مبلغ (٤٦٨٢،٨٨٧)، وكان الاتفاق بين المقرض والمقترض على أن يتم سداد هذا القرض على أقساط نصف سنوية في نهاية كل ستة أشهر. فما هو قيمة كل قسط إذا كان معدل الفائدة المركبة هو  $3\%$  عن نصف السنة؟

٢٣ - إذا اتفق مقترض مع إحدى البنوك على أن يقوم المقترض بدفع مبلغ (١٠٠ ج) في نهاية كل عام لمدة إحدى عشر سنة سداداً لقرض بلغت

جملته في نهاية مدة القرض مبلغ (١٣١٤،١٩٩)، فما هو معدل الفائدة الذي يتقاضاه هذا البنك؟

٢٤ - إذا قام مقترض ما بتسديد قرض بلغت جملته في نهاية مدة القرض مبلغ (٣٥٨٦،٤٧٣) على أقساط ربع سنوية قيمة كل منها (٢٠٠ ج) فما هو عدد الأقساط التي قام بدفعها سداداً لهذا الغرض، علماً بأنه يقوم بدفع قيمة كل قسط في نهاية كل ثلاثة أشهر، وكان معدل الفائدة المركبة المحسوب على هذا القرض هو  $1\frac{1}{2}\%$  عن كل ثلاثة أشهر؟

٢٥ - إذا قام شخص ما بإيداع مبلغ معين في بداية كل عام لمدة ثلاثة عشر عاماً وفي نهاية هذه المدة وجد أن رصيده أصبح (٣٤٥٨،٣٨٢)، فما هو قيمة المبلغ الذي كان يقوم بإيداعه في بداية كل عام. إذا علم أن سعر الفائدة المركبة السائد هو  $4\%$  سنوياً؟

٢٦ - إذا قام شخص ما باستثمار مبلغ (٢٠٠ ج) دورياً في بداية كل نصف عام بمعدل فائدة قدره  $2\frac{1}{2}\%$  كل نصف سنة، فما هو عدد الدفعات اللازم استثمارها حتى يكون جملة استثماراته في آخر عام قام بالاستثمار فيه مبلغ (٤٥٨٩،٢٠١)؟



٢٧ - اشترى مستثمر ما عقاراً ودفع كمقدم لثمن الشراء مبلغ (٧٠٠٠ج)، وتعهد بسداد مؤجل الثمن على إثني عشر دفعة سنوية قيمة كل منها (٢٠٠٠ج) تدفع كل منها في آخر كل سنة من السنوات الإثني عشرة التي تلي ثلاث سنوات تأجيل من تاريخ الشراء، فإذا كان معدل الفائدة المركبة المتفق عليه بين البائع والمشتري هو ٧٪ سنوياً. فما هي جملة المبلغ الذي سدده المشتري كمؤجل لثمن الشراء في نهاية مدة الإثني عشر سنة التي تم فيها السداد؟

٢٨ - إذا تم الاتفاق بين شركة النصر للتجارة الخارجية وشركة جينيرال موتورز على توريد ١٠٠ جرار زراعي خالصة الشحن والتأمين وكان الاتفاق بين شركة النصر وشركة جينيرال موتورز على أن تبدأ شركة النصر في دفع مبلغ (٨٠٠٠ج) ابتداء من أول السنة الثالثة على تاريخ التسليم ولمدة ١٠ سنوات تالية، فما هو سعر تكلفة كل جرار على أساس أن جملة ثمن هذه الجرارات يستحق الدفع في نهاية السنة الثانية عشرة على تاريخ الشراء، إذا كان سعر الفائدة المركبة المتفق عليه  $\frac{1}{2}$  ٥٪ سنوياً؟

## مقدمة

لقد أصبح من الضروري أن يتوافر لدى المهتمين بالنواحي الاستثمارية فى سوق المعاملات المالية والتجارية الأدوات الرياضية اللازمة لتحديد العائد الذى يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال فى أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يحصل من البنك فى نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذى أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هى الأجر الذى يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة فى نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يدفع إلى البنك فى نهاية مدة القرض المبلغ الذى اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقترض هذا المبلغ من البنك .

## المقدمة

ويتناول هذا الكتاب بالشرح المبسط كيفية استخدام طرق وأساليب الرياضة المالية اللازمة لحساب العائد على الاستثمار سواء كان هذا الاستثمار قصير الأجل أو طويل الأجل ، مدعوما بالأمثلة المتنوعة التي تجعل من هذا الكتاب دليلك لتعلم أصول الرياضة المالية .

وأنا نقدم هذا الكتاب كمحاولة متواضعة منا ، نرجو أن يكون عوناً لكل طالب و قارئ وأسأل الله أن يعيننا على تطويره فى طبعات تالية .

والله ولى التوفيق ،،،،

المؤلفون

المقدمة

الجزء الأول

الفائدة السبطة  
الخاتمة الخبيطة

للدكتور يحيى موسى حسين الجبالي  
دكتور يحيى موسى حسين الجبالي

الرياضة العالمية  
الرياضة العالمية



الجزء الثاني

الفائدة المركبة  
الخاتمة الخرجية

للدكتور محمد ابراهيم خليل  
للدكتور محمد ابراهيم خليل

# الباب الأول

جملة مبلغ بفائدة بسيطة  
جملة مبلغ بفائدة بسيطة

## جملة مبلغ بفائدة بسيطة

### تعريف الفائدة البسيطة

يمكن تعريف الفائدة البسيطة بأنها العائد الذي يحصل عليه المستثمر نتيجة استخدام أمواله خلال مدة زمنية معينة ، فإذا أودع شخص مبلغا من المال في أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يحصل من البنك في نهاية مدة الاستثمار على المبلغ الذي أودعه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة له من استثمار هذا المبلغ لدى البنك ، وكذلك هي الأجر الذي يدفعه المدين إلى دائنة نتيجة استخدامه لأموال دائنة في نهاية مدة زمنية معينة ، فإذا اقترض شخص مبلغا من المال من أحد البنوك لمدة معينة وبمعدل فائدة متفق عليه ، فإنه يدفع إلى البنك في نهاية مدة القرض المبلغ الذي اقترضه بالإضافة إلى الفائدة المستحقة عليه من اقترض هذا المبلغ من البنك .

وبالتالي يمكن القول أن قيمة الفائدة المستحقة عن استثمار مبلغ ما تتوقف على العوامل الآتية :-

- $M$  المبلغ أو الأصل المستثمر وسوف نرمز له بالرمز  $\{M\}$  .
- $r$  معدل الفائدة وسوف نرمز له بالرمز  $\{r\}$  .
- $t$  مدة الاستثمار وسوف نرمز له بالرمز  $\{t\}$  .

وسوف نرسم للفائدة البسيطة بالرمز { ف } ، ويتم حساب الفائدة البسيطة فى العمليات المالية قصيرة الأجل والتي تكون فيها مدة الاستثمار غالباً اقل من سنتين ، وسوف نعتمد فى دراستنا خلال هذا الباب على إيجاد العناصر التالية :-

الفائدة البسيطة .

الجملة .

الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة .

### [ ١-١ ] الفائدة البسيطة

يمكن حساب مقدار الفائدة المستحقة على مبلغ ما ولمدة زمنية معينة ولمعدل متفق عليه من خلال استخدام الصيغة التالية :-

$$\text{الفائدة} = \text{أصل المبلغ} \times \text{المعدل} \times \text{المدة}$$

$$ف = م \times ع \times ن$$

والصيغة السابقة تتضمن أربع متغيرات ، ويمكن إيجاد أحد هذه المتغيرات بمعلومية العوامل الثلاثة الأخرى أى أن :-



$$\frac{ف}{ع \times ن} = م$$

$$\frac{ف}{م \times ن} = ع$$

$$\frac{ف}{ع \times م} = ن$$

ملحوظة :-

يجب أن تتفق المدة مع معدل الاستثمار عند حساب الفائدة لذلك يجب أن نتذكر أن :-

١- المعدل غالبا يكون سنويا وإذا كان معدل الفائدة غير سنوى يفضل تحويله إلى معدل فائدة سنوى ، ويتم التعبير عن المعدل فى صورة نسبة مئوية أو على صورة كسر عشرى ، فمثلا معدل الفائدة ١٢٪ سنويا أو ٠,١٢ .

٢- المدة غالبا لا تكون بالسنوات لذلك يجب تحويلها بالسنوات ، فإذا كانت المدة بالشهور تحول إلى سنوات بالقسمة على ١٢ ، أما إذا كانت بالأيام تحول إلى سنوات بالقسمة على ٣٦٠ فى حالة الفائدة التجارية أو بالقسمة على ٣٦٥ فى حالة الفائدة الصحيحة ، والسنة بسيطة ] السنة التى يكون فيها شهر فبراير ٢٨ يوما وتكون السنة بسيطة فى حالة إذا تم قسمة السنة على ٤ ووجد أنها لا تقبل القسمة وكان هناك باقى ،

فمثلا سنة ١٩٩٠ إذا قسمت على ٤ ينتج ٤٩٧,٥ ] ، أو بالقسمة على ٣٦٦ في حالة الفائدة الصحيحة ، والسنة كبيسة [ السنة التي يكون فيها شهر فبراير ٢٩ يوما وتكون السنة كبيسة في حالة إذا تم قسمة السنة على ٤ ووجد أنها تقبل القسمة على ٤ بدون باقى ، فمثلا سنة ١٩٩٢ إذا قسمت على ٤ ينتج ٤٩٨ ] ، أما إذا كانت مدة الاستثمار تقع بين سنتين إحداهما بسيطة والأخرى كبيسة فان المدة في هذه الحالة تحول إلى سنوات حيث يتم قسمة عدد أيام الاستثمار في السنة البسيطة على ٣٦٥ و يتم قسمة عدد أيام الاستثمار في السنة الكبيسة على ٣٦٦ .

وبناء على ذلك فإذا كانت :-

$$\text{عدد الشهور} \\ \frac{\quad}{١٢} = \text{ن} \quad \text{- المدة بالشهور فان}$$

$$\text{عدد الأيام} \\ \frac{\quad}{٣٦٠} = \text{ن} \quad \text{- المدة بالأيام فان}$$

$$\text{عدد الأيام} \\ \frac{\quad}{٣٦٥} = \text{ن} \quad \text{في حالة الفائدة الصحيحة والسنة بسيطة}$$

$$\text{عدد الأيام} \\ \frac{\quad}{٣٦٦} = \text{ن} \quad \text{في حالة الفائدة الصحيحة والسنة كبيسة}$$

مثال [١] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة سنة و ٤ شهور ، وبمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنويا ، أوجد مقدار الفوائد المستحقة في نهاية المدة ؟

الحل

المدة بالشهور = ١٢ + ٤ = ١٦ شهرا

$$\therefore \text{ف} = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{ف} = ٥٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١٦}{١٢} = ٨٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال [٢] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة ٨ شهور ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٤٠٠ جنيه ، فما هو معدل الفائدة السنوى ؟

الحل

$$\therefore \text{ف} = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{م} \times \text{ن}}$$

$$\frac{12 \times 400}{8 \times 5000} = \frac{400}{\frac{8}{12} \times 5000} =$$

$$\therefore 12\% = 100 \times 0,12 = ع$$

مثال [٣] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة سنوى ٩,٥% ولمدة معينة ، فوجد أن الفوائد المستحقة له فى نهاية هذه المدة ٢٨٥ جنيه ، فما هى مدة الاستثمار هذا المبلغ ؟

**الحل**

$$\therefore ف = م \times ع \times ن$$

$$\therefore ن = \frac{ف}{ع \times م}$$

$$\frac{1000 \times 285}{95 \times 4000} = \frac{285}{\frac{95}{1000} \times 4000} =$$

$$\therefore ن = 0,75 = 12 \times سنة = 9 شهور$$

مثال [٤] :-

أودع شخص مبلغ ما فى بنك مصر ، لمدة سنة و ٣ شهور ، وبمعدل فائدة سنوى ٨,٢ ٪ ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٥١٢,٥ جنيه ، فما هو المبلغ الذى تم استثماره ؟

الحل

المدة بالشهور = ١٢ + ٣ = ١٥ شهرا .

$$\therefore \text{ف} = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}}$$

$$\frac{١٢ \times ١٠٠٠ \times ٥١٢٥}{١٥ \times ٨٢ \times ١٠} = \frac{٥١٢,٥}{\frac{١٥}{١٢} \times \frac{٨٢}{١٠٠٠}} =$$

$$\therefore \text{م} = ٥٠٠٠ \text{ جنيه .}$$

مثال [٥] :-

استثمر شخص مبلغان مجموعهما ٢٠٠٠ جنيه ، الأول تم إيداعه فى بنك مصر لمدة ٦ شهور ، والثانى تم إيداعه فى بنك القاهرة لمدة ٩ شهور ، فبلغت الفائدة الكلية ١٣٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائدة المشترك هو ١٠ ٪ سنويا ، فأوجد كلا من المبلغين ؟

الحل

نفرض أن المبلغ الأول = م

∴ المبلغ الثانى = ( م - ٢٠٠٠ )

∴ فائدة المبلغ الأول [ف١] + فائدة المبلغ الثانى [ف٢] = ١٣٠ جنيه

$$١٣٠ = \frac{١}{١٢} \times \frac{١}{١٠٠} \times ( م - ٢٠٠٠ ) + \frac{١}{١٢} \times \frac{١}{١٠٠} \times م$$

$$١٣٠ = م \cdot ٠,٠٧٥ - ١٥٠ + م \cdot ٠,٠٥$$

$$١٥٠ - ١٣٠ = م \cdot ٠,٠١٧ -$$

$$٢٠ = م \cdot ٠,٠٢٥ -$$

∴ م [ المبلغ الأول ] = ٨٠٠ جنيه .

والمبلغ الثانى = ٢٠٠٠ - ٨٠٠ = ١٢٠٠ جنيه .

مثال [٦] :-

استثمر شخص مبلغين فى بنك مصر لمدة سنة كاملة وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين ٢٠٠ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ١٢٠٠ جنيه ، تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ٤٠ جنيه ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

الحل

∴ فائدة المبلغ الثانى [ف٢] = فائدة المبلغ الأول [ف١] + ٤٠

، فائدة المبلغ الأول [ف١] + فائدة المبلغ الثانى [ف٢] = ٢٠٠ جنيه

فان ف١ + [ ف١ + ٤٠ ] = ٢٠٠ جنيه

$$٢ ف١ = ٢٠٠ - ٤٠$$

$$\therefore ١ ف١ = ٨٠ \text{ جنيه}$$

٦ ف٢ = ٨٠ + ٤٠ = ١٢٠ جنيه  
ويمكن إيجاد المعدل السنوي كما يلي :-

$$\therefore ٢ ف = م \times ع \times ن$$

$$\therefore ع = \frac{٢ ف}{م \times ن}$$

$$= \frac{١٢٠}{١ \times ١٢٠٠}$$

$\therefore ع = ٠,١٠ = ١٠٠ \times ١٠\%$   
ويمكن إيجاد المبلغ الأول كما يلي :-

$$\therefore ٢ ف = م \times ع \times ن$$

$$\therefore م = \frac{٢ ف}{ع \times ن}$$

$$= \frac{١٠٠ \times ٨٠}{١ \times ١٠} = \frac{٨٠}{١ \times \frac{١٠}{١٠٠}} =$$

$\therefore م [ \text{المبلغ الأول} ] = ٨٠٠ \text{ جنيه}$

مثال [٧] :-

استثمر شخص مبلغين في بنك مصر وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفوائد الكلية على المبلغين ١٥٦ جنيه ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ١٢٠٠ جنيه تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ٦٠ جنيه ، فإذا علمت أن المبلغ الأول استثمر لمدة ٦ شهور والمبلغ الثانى استثمر لمدة ٩ شهور ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟

الحل

$$\therefore \text{فائدة المبلغ الثانى [ف٢]} = \text{فائدة المبلغ الأول [ف١]} + ٦٠$$

$$\text{، فائدة المبلغ الأول [ف١]} + \text{فائدة المبلغ الثانى [ف٢]} = ١٥٦ \text{ جنيه}$$

$$\text{فان } \text{ف١} + [٦٠ + \text{ف١}] = ١٥٦ \text{ جنيه}$$

$$٦٠ - ١٥٦ = \text{ف١} \times ٢$$

$$\therefore \text{ف١} = ٤٨ \text{ جنيه}$$

$$\text{، ف٢} = ٦٠ + ٤٨ = ١٠٨ \text{ جنيه}$$

ويمكن إيجاد المعدل السنوى بمعلومية المبلغ الثانى كما يلى :-

$$\therefore \text{ف} = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$



$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{م} \times \text{ن}}$$

$$= \frac{108}{\frac{9}{12} \times 1200}$$

$$= \frac{12 \times 108}{9 \times 1200}$$

$$\therefore \text{ع} = 0,12 \times 100 = 12\%$$

ويمكن إيجاد المبلغ الأول كما يلي :-

$$\therefore \text{ف} = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}}$$

$$= \frac{12 \times 100 \times 48}{6 \times 12} = \frac{48}{\frac{6}{12} \times \frac{12}{100}} =$$

$$\therefore \text{م} [ \text{المبلغ الأول} ] = 800 \text{ جنيه} .$$

مثال [٨] :-

استثمر شخص مبلغين مختلفين في بنك مصر لمدة سنة كاملة ،  
الأول استثمر بمعدل ٦٪ سنويا ، والثاني استثمر بمعدل ٨٪ سنويا ،  
فبلغ دخله السنوي من المبلغين ١٤٤ جنيه ، ولو انه استثمر المبلغ  
الأول بمعدل الثاني واستثمر المبلغ الثاني بمعدل الأول لنقص دخله  
بمقدار ٨ جنيهات ، فما هما المبلغين ؟

الحل

الحالة الأولى {إذا كان دخل الشخص من المبلغين = ١٤٤ جنيه}

نفرض أن المبلغ الأول =  $١^م$

ونفرض أن المبلغ الثاني =  $٢^م$

∴ فائدة المبلغ الأول [ف١] + فائدة المبلغ الثاني [ف٢] = ١٤٤ جنيه

وحيث أن :-

$$ف = م \times ع \times ن$$

$$\therefore ١٤٤ = ١ \times \frac{٨}{١٠٠} \times ٢^م + ١ \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١^م$$

$$(١) \longleftarrow ١٤٤ = ٢^م \cdot ٠,٠٨ + ١^م \cdot ٠,٠٦$$

الحالة الثانية {إذا كان دخل الشخص من المبلغين = ١٣٦ جنيه}

نفرض أن المبلغ الأول =  $١^م$

ونفرض أن المبلغ الثاني =  $٢^م$

∴ فائدة المبلغ الأول [ف١] + فائدة المبلغ الثاني [ف٢] = ١٣٦ جنيه

وحيث أن :-  $f = m \times c \times n$   
 $\therefore 136 = 1 \times \frac{6}{100} \times 2^m + 1 \times \frac{8}{100} \times 1^m$

(2)  $\longleftarrow 136 = 2^m \cdot 0,06 + 1^m \cdot 0,08$   
 وبالتالي يكون لدينا معادلتين كالتالي :-

(1)  $144 = 2^m \cdot 0,08 + 1^m \cdot 0,06$

(2)  $136 = 2^m \cdot 0,06 + 1^m \cdot 0,08$

ويتم حل المعادلتين السابقتين ، وذلك بضرب طرفي المعادلة الأولى في (4) والمعادلة الثانية في (3) نحصل على :-

(3)  $576 = 2^m \cdot 0,32 + 1^m \cdot 0,24$

(4)  $408 = 2^m \cdot 0,18 + 1^m \cdot 0,24$

بطرح المعادلة (4) من المعادلة (3) نجد أن :-

$$168 = 2^m \cdot 0,14$$

$\therefore 2^m \{ \text{المبلغ الثاني} \} = 1200$  جنيه

ويتم الحصول على مقدار المبلغ الأول بالتعويض في المعادلة رقم (1)

عن  $2^m = 1200$  كما يلي :-

$$144 = 1200 \times 0,08 + 1^m \cdot 0,06$$

$$48 = 1^m \cdot 0,06$$

$\therefore 1^m \{ \text{المبلغ الأول} \} = 800$  جنيه

[٢-١] الجملة

الجملة هي عبارة أصل المبلغ المستثمر مضافا إليه الفوائد المستحقة وسوف نرمز للجملة بالرمز { ج } ، ويمكن إيجاد جملة المبلغ المستثمر من خلال استخدام التالي :-

الجملة = أصل المبلغ + الفائدة المستحقة

$$ج = م + ف$$

$$∴ ف = م × ع × ن$$

$$∴ ج = م + م × ع × ن$$

$$ج = م [ ١ + ع × ن ]$$

وتستخدم الصيغة السابقة في إيجاد الجملة ، كما يمكن من خلالها إيجاد أصل المبلغ { م } بمعلومية { ج ، ع ، ن } كما يلي :-

$$م = \frac{ج}{[ ١ + ع × ن ]}$$

مثال [٩] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ١٨ شهرا بمعدل ٨,٥ ٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص في نهاية المدة ؟

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ف} &= \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن} \\ \therefore \text{ف} &= ٤٠٠٠ \times \frac{٨٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} = ٥١٠ \text{ جنيه} . \end{aligned}$$

$\therefore \text{ج} = \text{م} + \text{ف} = ٤٠٠٠ + ٥١٠ = ٤٥١٠ \text{ جنيه} .$   
ويمكنك الحصول الجملة باستخدام القانون الجملة مباشرة على الوجه التالي :-

$$\begin{aligned} \text{ج} &= \text{م} [ ١ + \text{ع} \times \text{ن} ] \\ \therefore \text{ج} &= ٤٠٠٠ [ ١ + \frac{٨٥}{١٠٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} ] \end{aligned}$$

$$\text{ج} = ٤٠٠٠ [ ١ + ٠,١٢٧٥ ] = ١,١٢٧٥ \times ٤٠٠٠ = ٤٥١٠ \text{ جنيه} .$$

مثال [١٠] :-

أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك ، وفي نهاية ١٨ شهرا من الإيداع وجد أن جملة المستحق له ٤٥١٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ٨,٥ ٪ سنويا ، أوجد أصل المبلغ المستثمر ؟

### الحل

$$\therefore \text{ج} = \text{م} [ \text{ع} + 1 ]$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{ج}}{[ \text{ع} + 1 ]}$$

$$4510$$

$$= \frac{4510}{[ \frac{18}{12} \times \frac{85}{1000} + 1 ]}$$

$$\text{أصل المبلغ [ م ]} = \frac{4510}{[ 1,1275 ]} = 4000 \text{ جنيه .}$$

### مثال [ ١١ ] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك ، وفي نهاية ١٨ شهرا من الإيداع وجد أن رصيده في البنك ٤٥١٠ جنيه ، أوجد معدل الفائدة البسيطة الذي يحسب البنك على أساسه الفوائد ؟

### الحل

$$\therefore \text{ج} = \text{م} + \text{ف}$$

$$\therefore \text{ف} = \text{ج} - \text{م}$$

$$= 4510 - 4000 = 510 \text{ جنيه .}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ف} &= \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن} \\ \therefore \text{ع} &= \frac{\text{ف}}{\text{م} \times \text{ن}} \\ &= \frac{٥١٠}{\frac{١٨}{١٢} \times ٤٠٠٠} \\ &= \frac{١٢ \times ٥١٠}{١٨ \times ٤٠٠٠} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ع} = ٠,٠٨٥ \times ١٠٠ = ٨,٥\%$$

مثال [١٢] :-

أودع شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك ، وبعد مدة معينة وجد أن رصيده في البنك ٤٥١٠ جنيه ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد بمعدل ٨,٥٪ سنويا ، فالمطلوب تحديد مدة الاستثمار لهذا المبلغ ؟

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ج} &= \text{م} + \text{ف} \\ \therefore \text{ف} &= \text{ج} - \text{م} \\ &= ٤٥١٠ - ٤٠٠٠ = ٥١٠ \text{ جنيه} . \end{aligned}$$

$$\therefore F = M \times E \times N$$

$$\therefore N = \frac{F}{E \times M}$$

$$\begin{array}{r} 510 \\ \hline 85 \\ \hline 1000 \end{array} \times 4000 =$$

$$\begin{array}{r} 1000 \times 510 \\ \hline 85 \times 4000 \end{array} =$$

$$\therefore N = 1,5 \times 12 = 18 \text{ شهرا.}$$

### [٣-١] الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

ذكرنا فيما سبق ، أن الفائدة التجارية وهي التي تعتبر أن عدد أيام السنة ٣٦٠ يوما وسوف نرمز لها بالرمز  $N$  ، والفائدة التجارية هي التي جرى العرف على استخدامها في المعاملات المالية ، أما الفائدة الصحيحة وهي التي يكون عدد أيام السنة فيها ٣٦٥ يوما إذا كانت السنة بسيطة حيث يكون شهر فبراير فيها ٢٨ يوما أو ٣٦٦ يوما إذا كانت السنة كبيسة حيث يكون شهر فبراير فيها



٢٩ يوما وسوف نرسم لها بالرمز  $F$  ص ، وبالتالي يمكن القول انه لا يوجد فرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة إذا كانت مدة الاستثمار محسوبة بالشهور أو بالسنوات .  
وبالتالي يمكن إيجاد الفائدتين التجارية والصحيحة باستخدام الصيغتين التاليتين :-

$$F = T \times E \times \frac{Y}{360}$$

كما أن :-

$$V = T \times E \times \frac{Y}{365}$$

يتضح لنا مما سبق أن الفائدة التجارية اكبر من الفائدة الصحيحة ، حيث أن المقام في الصيغة الأولى اقل من المقام في الصيغة الثانية أي أن  $F < V$  .

### العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

يمكن إيجاد العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة من خلال

الآتي :-

$$\frac{م \times ع \times \frac{س}{٣٦٠}}{فص} = \frac{فات}{فص}$$

$$\frac{م \times ع \times \frac{س}{٣٦٥}}{فص} = \frac{فات}{فص}$$

$$\frac{٣٦٥}{٣٦٠} = \frac{فات}{فص}$$

$$\frac{٧٣}{٧٢} = \frac{فات}{فص} \quad \therefore$$

$$\therefore \frac{٧٣}{٧٢} = \frac{فات}{فص}$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد الفائدة التجارية إذا كان معلوما لدينا

قيمة الفائدة الصحيحة .

كما أن :-

$$\therefore \text{فص} = \frac{72}{73} \text{ فت}$$

وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد الفائدة الصحيحة إذا كان معلوما لدينا قيمة الفائدة التجارية .

### الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة

يمكن استنتاج الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة من العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة على النحو التالي :-

$$\text{فت} - \text{فص} = \frac{1}{72} \text{ فص}$$

$$\text{فت} - \text{فص} = \frac{1}{73} \text{ فت}$$

### حساب المدة بين تاريخين

يستلزم الأمر فى العديد من تطبيقات الفائدة البسيطة وخاصة عمليات البنوك ومنها عمليات الإيداع والسحب التى نحتاج فيها حساب المدة التى تقع بين تاريخين ، فإذا فرضنا أن شخصا له حساب جارى فى أحد البنوك وقام هذا الشخص بإيداع مبلغ ما فى البنك فى تاريخ معين فإن هذا التاريخ يسمى بتاريخ الإيداع ، وإذا قام بالسحب من البنك فى تاريخ معين فإن هذا التاريخ يسمى بتاريخ السحب ، ولحساب الفوائد المستحقة لهذا الشخص فيستلزم الأمر حساب المدة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ، والمدة تحسب بعدد الأيام التى تقع بين هذين التاريخين .

والجدير بالذكر أن حساب المدة بين تاريخين يمكن أن يتم بأحد الطريقتين :-

- ١- المدة المقربة .
- ٢- المدة الفعلية .

#### أولا :- المدة المقربة

تحسب المدة المقربة على أساس عدد الأيام لكل شهر من السنة ٣٠ يوما ، وبالتالي السنة ١٢ شهرا ، ويلاحظ أنه يتم طرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب فإذا كان المطروح أكبر من المطروح منه فيتم استعارة واحد من الخانة التالية ، فإذا تمت الاستعارة من خانة الشهور فيتم إضافة ٣٠ يوما إلى عدد أيام الموجودة فى خانة المطروح منه ، أما إذا تمت الاستعارة من خانة السنوات فيتم إضافة ١٢ شهرا إلى عدد الشهور الموجودة فى خانة المطروح منه .

مثال [ ١٣ ] :-

أودع شخص في ١٠ فبراير سنة ١٩٩٦ مبلغا من المال في أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله في ٥ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة المقربة التي يستحق عنها الفائدة ؟

### الحل

سوف تلاحظ أن تاريخي الإيداع والسحب في نفس السنة ، لذلك سوف نقوم بطرح تاريخ الإيداع من تاريخ السحب ، وبالتالي سوف تلاحظ أن المطروح منه [ ٥ ] في خانة الأيام اقل من المطروح [ ١٠ ] لذلك سوف يتم استعارة واحد من خانة الشهور وبالتالي يتم إضافة ٣٠ يوما على المطروح منه ليصبح [  $30 + 5 = 35$  ] وبعد الطرح نجد أن الناتج لخانة الأيام هو [  $25 = 10 - 35$  ] ، أما بالنسبة لخانة الشهور فأصبح المطروح منه [ ٧ ] وبعد الطرح نجد أن الناتج لخانة الشهور هو [  $5 = 2 - 7$  ] ، وبالتالي يمكن حساب المدة المقربة كما يلي :-

يوم	شهر	سنة	
٥	٨	١٩٩٦	تاريخ السحب
١٠	٢	١٩٩٦	تاريخ الإيداع
٢٥	٥	-	المدة

يلاحظ أن المدة تحتوى على ٥ شهور ، ٢٥ يوما ، وبالتالي تكون المدة المقربة كما يلي :-

$$.: \text{ المدة المقربة} = 25 + 30 \times 5 = 175 \text{ يوما .}$$

### ثانياً :- المدة الفعلية

تحسب المدة الفعلية على أساس عدد الأيام الفعلية لشهور السنة الميلادية ، ويلاحظ أن ٧ أشهر في السنة الميلادية تحتوى كلا منها على ٣١ يوماً وهي { يناير - مارس - مايو - يوليو - أغسطس - أكتوبر - ديسمبر } ، كما أن ٤ أشهر في السنة الميلادية تحتوى كلا منها على ٣٠ يوماً وهي { أبريل - يونيو - سبتمبر - نوفمبر } ، هذا بخلاف شهر فبراير فقد يكون ٢٨ يوماً في حالة السنة البسيطة أو ٢٩ يوماً في حالة السنة الكبيسة ، كما يلاحظ أننا عند حساب المدة بين تاريخين نقوم بإهمال يوم الإيداع أو يوم السحب ، وقد جرت العادة على إهمال يوم الإيداع ، وتتم عملية حساب المدة الفعلية بين تاريخين وفقاً للخطوات التالية :-

- ١- نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذى تم فيه ال إيداع ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذى تم فيه الإيداع .
- ٢- يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية في الشهور التى تقع بين شهرى الإيداع والسحب .
- ٣- يضاف عدد الأيام في الشهر الذى تم فيه السحب ، بما في ذلك يوم السحب نفسه .

### مثال [١٤] :-

حل المثال السابق ، إذا كان مطلوب حساب المدة الفعلية التى يستحق عنها الفائدة ؟

### الحل

سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٦ هي سنة كبيسة أي ٣٦٦ يوماً وبالتالي يكون شهر فبراير ٢٩ يوماً لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٦ على ٤ نجد الناتج يساوي ٤٩٩ ، وبالتالي يمكن حساب المدة الفعلية بحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذي تم فيه الإيداع [شهر فبراير] ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذي تم فيه الإيداع أي [ ٢٩ - ١٠ = ١٩ ] ، ثم يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية في الشهور التي تقع بين شهري الإيداع والسحب وهي [ شهر مارس = ٣١ يوماً ، شهر أبريل = ٣٠ يوماً ، شهر مايو = ٣١ يوماً ، شهر يونيو = ٣٠ يوماً ، شهر يوليو = ٣١ يوماً ، يضاف عدد الأيام في الشهر الذي تم فيه السحب ، بما في ذلك يوم السحب نفسه [ ٥ أيام من شهر أغسطس ] ، وبالتالي تحسب المدة الفعلية كما يلي :-

فبراير مارس أبريل مايو يونيو يوليو أغسطس  
المدة = ١٩ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٥

$$= ١٧٧ \text{ يوم}$$

∴ المدة الفعلية = ١٧٧ يوماً .

ملاحظات :-

- ١- إذا استلزم الأمر حساب المدة بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب ، ولم يذكر فيما كانت المدة سواء مدة مقربة أو فعلية ففي هذه الحالة يتم حساب المدة فعلية .
- ٢- إذا كان المطلوب حساب الفائدة والمدة بالأيام ولم يذكر نوع الفائدة هل هي فائدة تجارية أم صحيحة ، ففي هذه الحالة يتم حساب الفائدة التجارية .
- ٣- إذا كانت المدة بالأيام ولم تحدد السنة ، فتعتبر السنة بسيطة وبالتالي يكون عدد أيام السنة ٣٦٥ يوما وبذلك يكون شهر فبراير ٢٨ يوما .
- ٤- إذا كان الإيداع في أول شهر معين والسحب في أول شهر آخر ، فإن المدة في هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم في أول شهر مايو لعام ٢٠٠٠ والسحب في أول شهر أكتوبر من نفس العام فإن المدة ن = ٥ شهور .
- ٥- إذا كان الإيداع في منتصف شهر معين والسحب في منتصف شهر آخر ، فإن المدة في هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم في منتصف شهر مايو لعام ٢٠٠٠ والسحب في منتصف شهر أكتوبر من نفس العام فإن المدة ن = ٥ شهور .
- ٦- إذا كان يوم الإيداع يطابق يوم السحب ، فإن المدة في هذه الحالة يتم حسابها بالشهور وليس بالأيام ، فمثلا :- إذا كان الإيداع قد تم في ٢٢/٥/٢٠٠٠ والسحب في ٢٢/١٠/٢٠٠٠ فإن المدة ن = ٥ شهور .



### مثال [١٥] :-

أودع شخص في ١٠ يناير سنة ١٩٩٧ مبلغا من المال في أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله في ٢٣ يوليو من نفس العام ، احسب المدة التي تحسب على أساسها الفائدة ؟

### الحل

نظرا لعدم ذكر طريقة حساب المدة ، فأنا سوف نقوم بحساب المدة الفعلية بين تاريخي أل إيداع والسحب ، سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٧ هي سنة بسيطة أي ٣٦٥ يوما وبالتالي يكون شهر فبراير ٢٨ يوما لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٧ على ٤ نجد الناتج يساوي ٤٩٩.٢٥ ، وبالتالي يمكن حساب المدة الفعلية نحسب عدد الأيام المتبقية من الشهر الذي تم فيه أل إيداع [ شهر يناير ] ، وذلك بطرح يوم الإيداع من عدد الأيام الفعلية للشهر الذي تم فيه الإيداع أي [ ٣١ - ١٠ = ٢١ ] ، ثم يضاف إلى المدة السابقة جميع الأيام الفعلية في الشهور التي تقع بين شهرى الإيداع والسحب وهي [شهر فبراير = ٢٨ يوما ، شهر مارس = ٣١ يوما ، شهر أبريل = ٣٠ يوما ، شهر مايو = ٣١ يوما ، شهر يونيه = ٣٠ يوما ] ، ثم يضاف عدد الأيام في الشهر الذي تم فيه السحب ، بما في ذلك يوم السحب نفسه [ ٢٣ يوم من شهر يوليو ] ، وبالتالي تحسب المدة الفعلية كما يلي :-

يناير فبراير مارس أبريل مايو يونيه يوليو  
المدة = ٢١ + ٢٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٢٣ = ١٩٤ يوم

∴ المدة الفعلية = ١٩٤ يوما .

مثال [١٦] :-

احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ٥٠٠٠ جنيه  
استثمر في بنك مصر في الفترة من ١٠ فبراير ١٩٩٠ حتى ٢٧  
أغسطس من نفس العام إذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا .

الحل

سوف تلاحظ أن سنة ١٩٩٠ هي سنة بسيطة أي ٣٦٥ وبالتالي  
يكون شهر فبراير ٢٨ يوما لأننا لو قمنا بقسمة ١٩٩٠ على ٤ نجد  
النتج يساوي ٤٩٧.٥ ، وبالتالي يمكن حساب المدة كما يلي :-  
فبراير مارس أبريل مايو يونيو يوليو أغسطس  
المدة = ١٨ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧ = ١٩٨ يوم

$$\text{فات} = \frac{\text{ى}}{٣٦٠} \times \text{ع} \times \text{م}$$

$$\text{فات} = \frac{١٩٨}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٢٢٠ \text{ جنيه .}$$

$$\text{فص} = \frac{\text{ى}}{٣٦٥} \times \text{ع} \times \text{م}$$

$$\text{فص} = \frac{١٩٨}{٣٦٥} \times \frac{٨}{١٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٢١٦,٩٨٦ \text{ جنيه}$$

مثال [١٧] :-

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة ١٨٠ يوماً وبمعدل ٨٪ سنوياً ، والمطلوب إيجاد الفائدة الصحيحة ومنها استنتج الفائدة التجارية ؟

الحل

$$\frac{ص}{٣٦٥} \times ع \times م = [فص] \text{ الفائدة الصحيحة}$$

$$فص = ٥٠٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١٨٠}{٣٦٥} = ١٩٧,٢٦٠ \text{ جنيه}$$

$$\therefore \text{الفائدة التجارية [فت]} = \frac{٧٣}{٧٢} \text{ فص}$$

$$\therefore \text{فت} = ١٩٧,٢٦٠ \times \frac{٧٣}{٧٢} = ٢٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال [١٨] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو ٥ جنيه ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين والمبلغ المستثمر إذا كانت المدة ١٢٠ يوماً والمعدل ١٢٪ سنوياً ؟

الحل

$$\therefore \text{فت} - \text{فص} = \frac{1}{73} \text{ فت}$$

$$\frac{1}{73} \text{ فت} = 5$$

$\therefore$  الفائدة التجارية [فت] =  $73 \times 5 = 365$  جنيه.

والفائدة الصحيحة [فص] =  $5 - 365 = -360$  جنيه.

$$\therefore \text{ت} = \text{م} \times \text{ع} \times \frac{\text{ي}}{360}$$

$$365 = \text{م} \times \frac{12}{100} \times \frac{120}{360}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{365 \times 100 \times 360}{120 \times 12} = 9125 \text{ جنيه}$$

مثال [١٩] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٥ جنيه لمبلغ قدره ٩١٢٥ جنيهًا، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومدة الاستثمار إذا كان المعدل ١٢٪ سنويًا؟

الحل

$$\therefore \text{فت} - \text{فص} = \frac{1}{72} \text{ فص}$$

$$\frac{1}{72} \text{ فص} = 5$$

$$\therefore \text{الفائدة الصحيحة [فص]} = 72 \times 5 = 360 \text{ جنيه.}$$

$$\text{والفائدة التجارية [فت]} = 360 + 5 = 365 \text{ جنيه.}$$

$$\therefore \text{ت} = \text{م} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{360}$$

$$\frac{\text{ى}}{360} \times \frac{12}{100} \times 9125 = 365$$

$$\therefore \text{ى} = \frac{360 \times 100 \times 365}{12 \times 9125} = 120 \text{ يوما.}$$

مثال [٢٠] :-

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة هو ٥ جنيه لمبلغ قدره ٩١٢٥ جنيهًا ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين ومعدل الاستثمار السنوى ، إذا كانت المدة ١٢٠ يوما ؟

### الحل

$$\therefore \text{فت} - \text{فص} = \frac{1}{73} \text{ فت}$$

$$\frac{1}{73} \text{ فت} = 5$$

∴ الفائدة التجارية [فت] =  $73 \times 5 = 365$  جنيه.

والفائدة الصحيحة [فص] =  $5 - 365 = 360$  جنيه.

$$\therefore \text{ت} = \text{م} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{360}$$

$$\frac{120}{360} \times \text{ع} \times 9125 = 365$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{360 \times 365}{120 \times 9125} = 1,12 = 100 \times 1,12 = 112\%$$

## تمارين الباب الأول

- ١- أودع شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة سنة و٣ شهور ، وبمعدل فائدة بسيطة ٨٪ سنويا ، أوجد مقدار الفوائد المستحقة في نهاية المدة ؟
- ٢- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة ٦ شهور ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٣٢٠ جنيه ، فما هو معدل الفائدة السنوى ؟
- ٣- أودع شخص مبلغ ٦٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة سنوى ١٠,٥٪ ولمدة معينة ، فوجد أن الفوائد المستحقة له في نهاية هذه المدة ٩٤٥ جنيه ، فما هي مدة الاستثمار هذا المبلغ ؟
- ٤- أودع شخص مبلغ ما في بنك مصر ، لمدة سنة و٣ شهور ، وبمعدل فائدة سنوى ٧,٥٪ ، فوجد أن الفوائد المستحقة له مقدارها ٥٦٢,٥ جنيه ، فما هو المبلغ الذى تم استثماره ؟
- ٥- استثمر شخص مبلغان مجموعهما ٤٠٠٠ جنيه ، الأول تم إيداعه في بنك مصر لمدة ٦ شهور ، والثانى تم إيداعه في بنك القاهرة لمدة ٩ شهور ، فبلغت الفائدة الكلية ١٨٠ جنيه ، فإذا كان معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنويا ، فأوجد كلا من المبلغين ؟

- ٦- استثمر شخص مبلغين في بنك مصر لمدة سنة كاملة وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفائدة الكلية على المبلغين ٣٢٠ جنية ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ٣٠٠٠ جنية تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ١٦٠ جنية ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟
- ٧- استثمر شخص مبلغين في بنك مصر وبمعدل فائدة مشترك ، فبلغت الفوائد الكلية على المبلغين ٢٢٠ جنية ، فإذا علمت فائدة المبلغ الثانى والذى يساوى ٣٠٠٠ جنية تزيد على فائدة المبلغ الأول بمقدار ١٤٠ جنية ، فإذا علمت أن المبلغ الأول استثمر لمدة ٦ شهور والمبلغ الثانى استثمر لمدة ٩ شهور ، فما هو أصل المبلغ الأول وما معدل الفائدة ؟
- ٨- استثمر شخص مبلغين مختلفين في بنك مصر لمدة سنة كاملة ، الأول استثمر بمعدل ٦٪ سنويا ، والثانى استثمر بمعدل ٨٪ سنويا ، فبلغ دخله السنوى من المبلغين ٣٠٠ جنية ، ولو انه استثمر المبلغ الأول بمعدل الثانى واستثمر المبلغ الثانى بمعدل الأول لنقص دخله بمقدار ٤٠ جنيهاً ، فما هما المبلغين ؟
- ٩- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنية فى أحد البنوك لمدة ١٥ شهرا بمعدل ١٠,٥ ٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية المدة ؟
- ١٠- أودع شخص مبلغ ما فى أحد البنوك ، وفى نهاية ١٥ شهرا من الإيداع وجد أن جملة المستحق له ٩٠٥٠ جنية ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ١٠,٥ ٪ سنويا ، أوجد أصل المبلغ المستثمر ؟



١١- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنية في أحد البنوك ، وفي نهاية ١٥ شهرا من الإيداع وجد أن رصيده في البنك ٩٠٥٠ جنية ، أوجد معدل الفائدة البسيطة الذى يحسب البنك على أساسه الفوائد ؟

١٢- أودع شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنية في أحد البنوك ، وبعد مدة معينة وجد أن رصيده في البنك ٩٠٥٠ جنية ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد بمعدل ١٠,٥٪ سنويا ، فالمطلوب تحديد مدة الاستثمار لهذا المبلغ ؟

١٣- أودع شخص في ١٥ فبراير سنة ١٩٩٢ مبلغا من المال في أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله في ٥ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة المقربة التى يستحق عنها الفائدة ؟

١٤- حل التمرين السابق ، إذا كان مطلوب حساب المدة الفعلية التى يستحق عنها الفائدة ؟

١٥- أودع شخص في ١٥ يناير سنة ١٩٩٣ مبلغا من المال في أحد البنوك ، ثم قام بسحب ماله في ٢٧ أغسطس من نفس العام ، احسب المدة التى تحسب على أساسها الفائدة ؟

- ١٦- احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنية  
استثمر في بنك مصر في الفترة من ١٠ فبراير ١٩٩١ حتى  
٢٧ أغسطس من نفس العام إذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنويا .
- ١٧- أودع شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنية في بنك مصر لمدة  
١٢٠ يوما وبمعدل ٩٪ سنويا ، والمطلوب إيجاد الفائدة  
الصحيحة ومنها استنتج الفائدة التجارية ؟
- ١٨- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما  
هو ٣ جنية ، فأوجد قيمة كلا من الفائدتين والمبلغ المستثمر إذا  
كانت المدة ١٢٠ يوما والمعدل ١٢٪ سنويا ؟
- ١٩- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة  
هو ٣ جنية لمبلغ قدره ٥٤٧٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من  
الفائدتين ومدة الاستثمار إذا كان المعدل ١٢٪ سنويا ؟
- ٢٠- إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة  
هو ٣ جنية لمبلغ قدره ٥٤٧٥ جنيها ، فأوجد قيمة كلا من  
الفائدتين ومعدل الاستثمار السنوي ، إذا كانت المدة  
١٢٠ يوما ؟

# الباب الثاني

الدفعات المتساوية قصيرة الأجل  
الدفعات المتساوية قصيرة الأجل

## الدفعات المتساوية

الدفعات المتساوية هي عبارة عن مبالغ متساوية يتم دفعها بصورة منتظمة وعلى فترات زمنية متساوية .  
وتنقسم الدفعات المتساوية إلى نوعين من الدفعات هما :-

## أولاً:- الدفعات العادية

الدفعات العادية والتي تسمى بدفعات السداد ، وهي الدفعات التي يتم دفعها آخر كل فترة زمنية ، فقد تدفع آخر كل شهر أو آخر كل شهرين أو آخر كل ٣ شهور أو ٠.٠٠٠.٠ الخ .

## ثانياً:- الدفعات غير العادية

الدفعات غير العادية والتي تسمى بالدفعات الفورية أو بدفعات الاستثمار ، وهي الدفعات التي يتم دفعها أول كل فترة زمنية ، فقد تدفع أول كل شهر أو أول كل شهرين أو أول كل ٣ شهور أو ٠.٠٠٠.٠ الخ .  
وسوف نعتمد في دراستنا خلال هذا الباب على إيجاد مجموع فوائد وجملة الدفعات المتساوية .

## حساب فوائد وجملة الدفعات المتساوية

فإذا فرض أننا أردنا حساب فوائد وجملة دفعة متساوية فإن قيمة الفوائد المستحقة عن استخدام استثمار مبالغ الدفعات تتوقف على الآتي :-

- $M$  مبلغ الدفعة وسوف نرمز له بالرمز  $\{ M \}$  .
- $D$  عدد الدفعات وسوف نرمز لها بالرمز  $\{ D \}$  .
- $E$  معدل الفائدة وسوف نرمز له بالرمز  $\{ E \}$  .
- $J$  جملة الدفعات وسوف نرمز لها بالرمز  $\{ J \}$  .

وبالتالى يمكن إيجاد جملة الدفعات باستخدام القانون التالى :-

جملة الدفعات = مجموع مبالغ الدفعات + مجموع فوائدها

ج = مبلغ الدفعة × عدد الدفعات + مبلغ الدفعة × المعدل × مجموع مدد الدفعات

ج = م × د + ع × م × مجموع مدد الدفعات

حيث أن :-

مجموع المدد =  $\frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$

### أمثلة متنوعة على الدفعات المتساوية

مثال [١] :-

يودع شخص ١٠٠ جنيه كل شهر فى بنك مصر لمدة سنة ، بمعدل فائدة بسيطة ١٠٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية السنة ، وذلك إذا كان الإيداع يتم :-

- ١- أول كل شهر .
- ٢- آخر كل شهر .
- ٣- فى منتصف كل شهر .

الحل

أولا :- إذا كان الإيداع يتم أول كل شهر { دفعات فورية }

$$ج = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$\text{مجموع المدد} = \frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2}$$

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة فورية مقدارها ١٠٠ جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هي ١٢ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع في البنك في أول شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هي شهر واحد حيث أن الدفعة الأخيرة تودع في البنك في أول شهر ديسمبر وتظل حتى آخر الشهر .

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-

[١٢]	[١١]	.....	[٣]	[٢]	[١]
ديسمبر	نوفمبر		مارس	فبراير	يناير
١٠٠	١٠٠		١٠٠	١٠٠	١٠٠
مدة الدفعة الأولى { ١٢ شهرا }					
← مدة الدفعة الأخيرة { شهر واحد } ←					

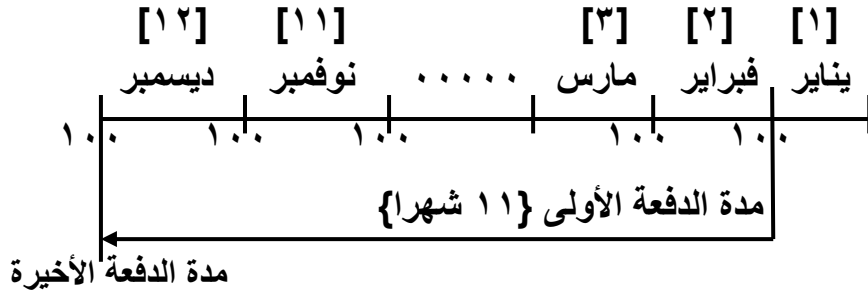
$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{١٢}{2} = \{ ١ + ١٢ \} = ٧٨ \text{ شهرا}$$

$$ج = \frac{٧٨}{١٢} \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١٠٠ + ١٢ \times ١٠٠ =$$

$$ج = ٦٥ + ١٢٠٠ = ١٢٦٥ جنيه .$$

**ثانيا :- إذا كان الإيداع يتم آخر كل شهر { الدفعات عادية }**

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة عادية مقدارها ١٠٠ جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هي ١١ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع في البنك في آخر شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هي صفر حيث أن الدفعة الأخيرة تودع في البنك في آخر شهر ديسمبر أي ليس لها مدة . ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



{ صفر }

$$مجموع مدد الدفعات = \frac{١٢}{٢} = { ١١ + ٠ } = ٦٦ شهرا .$$

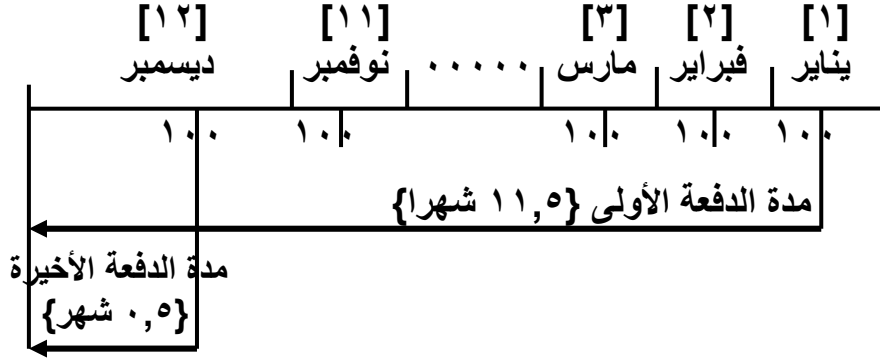
$$ج = \frac{66}{12} \times \frac{10}{100} \times 100 + 12 \times 100 =$$

$$ج = 55 + 1200 = 1255 \text{ جنيه } .$$

**ثالثا :- إذا كان الإيداع يتم في منتصف كل شهر**

وحيث أن الإيداعات تمثل دفعة تدفع في منتصف الشهر مقدارها ١٠٠ جنيه وعدد الدفعات هو ١٢ دفعة ، ومدة الدفعة الأولى هي ١١,٥ شهرا حيث أن الدفعة الأولى تودع في البنك في منتصف شهر يناير وتظل حتى آخر شهر ديسمبر، كما أن مدة الدفعة الأخيرة هي نصف شهر حيث أن الدفعة الأخيرة تودع في البنك في منتصف شهر ديسمبر وتظل حتى آخر الشهر .

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{12}{2} = \{ 0,5 + 11,5 \} = 12 \text{ شهرا}$$



$$\frac{72}{12} \times \frac{10}{100} \times 100 + 12 \times 100 = ج$$

$$ج = 60 + 1200 = 1260 \text{ جنيه .}$$

مثال [٢] :-

يودع شخص ١٠٠ جنيه شهريا فى بنك مصر ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها ، وذلك إذا كانت :-

١- الدفعة فورية .

٢- الدفعة عادية .

الحل

أولا :- إذا كانت الدفعة فورية

جملة الدفعات =  $م \times د + م \times ع \times$  مجموع مدد الدفعات

عدد الدفعات

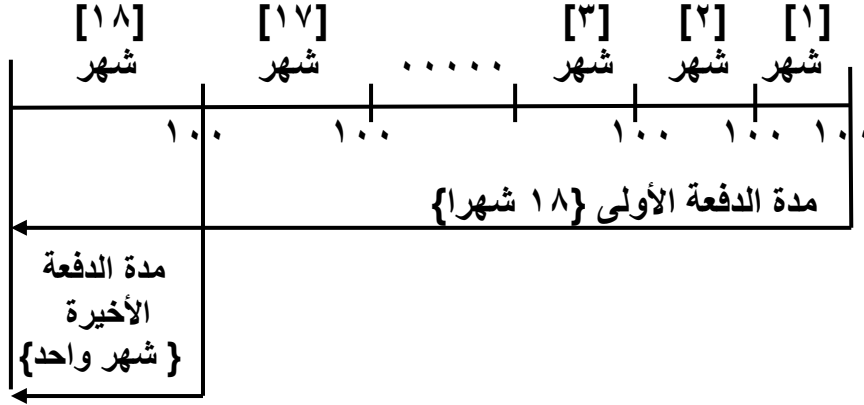
مجموع المدد =  $\frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2}$

عدد الدفعات = ١٨ دفعة

مدة دفعة الأولى = ١٨ شهرا

مدة دفعة الأخيرة = ١ شهرا

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{١٨}{٢} = \{ ١ + ١٨ \} = ١٧١ \text{ شهرا}$$

$$\text{جملة الدفعات} = ١٨ \times ١٠٠ + \frac{٨}{١٠٠} \times ١٧١ \times ١٠٠ =$$

$$ج = ١٨٠٠ + ١١٤ = ١٩١٤ \text{ جنيه}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{جملة الدفعات} - \text{مجموع مبالغ الدفعات}$$

$$= ١٩١٤ - ١٨٠٠ = ١١٤ \text{ جنيه}$$

ثانياً :- إذا كانت الدفعة عادية

$$\text{جملة الدفعات} = \text{عدد الدفعات} \times \text{م} + \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

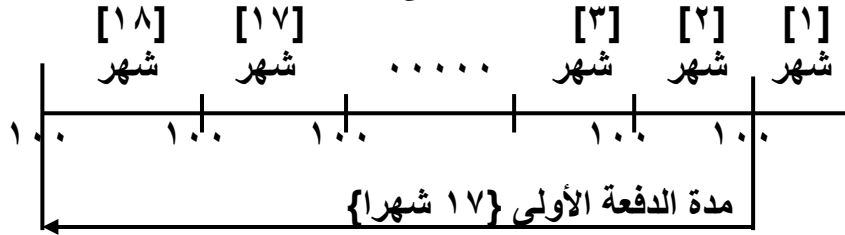
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة}}{2}$$

عدد الدفعات = ١٨ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٧ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



مدة الدفعة الأخيرة

{ صفر }

$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{١٨}{2} = \{ ١٧ + ٠ \} = ١٥٣ \text{ شهرا}$$

$$\text{جملة الدفعات} = ١٨ \times ١٠٠ + \frac{٨}{12} \times ١٠٠ \times \frac{١٥٣}{12}$$

$$\text{ج} = ١٨٠٠ + ١٠٢ = ١٩٠٢ \text{ جنيه}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{جملة الدفعات} - \text{مجموع مبالغ الدفعات}$$

$$= ١٩٠٢ - ١٨٠٠ = ١٠٢ \text{ جنيه}$$

مثال [٣] :-

يودع شخص في بنك مصر دفعة متساوية آخر كل شهر لمدة ٦ شهور قيمة كل منها ١٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، فأوجد جملة المستحق لهذا الشخص في نهاية سنة كاملة ؟

الحل

$$\text{جملة الدفعات} = \text{م} \times \text{د} + \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{٢}$$

عدد الدفعات = ٦ دفعات

مدة الدفعة الأولى = ١١ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦ شهور

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{6}{2} = \{ 6 + 11 \} = 51 \text{ شهرا}$$

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

$$\frac{51}{12} \times \frac{6}{100} \times 100 + 6 \times 100 =$$

$$25,5 + 600 =$$

∴ جملة الدفعات = 625,5 جنيه

مثال [٤] :-

يودع شخص في بنك مصر ١٠٠ جنيه كل شهرين ولمدة سنة ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التي حصل عليها ؟

**الحل**

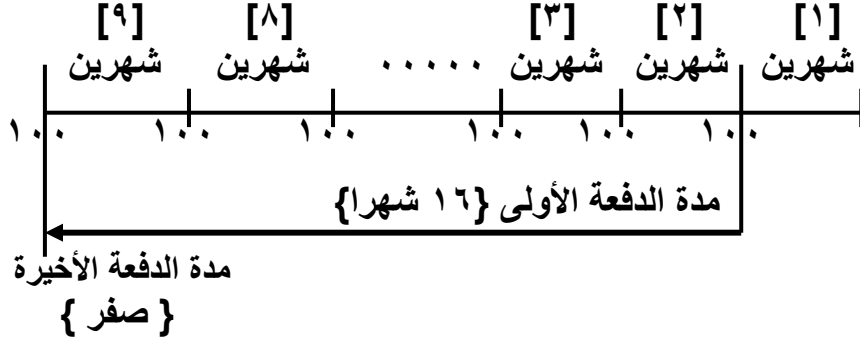
جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{2} = \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

يجب أن نتذكر أن الدفعات المتساوية تدفع كل شهرين وحيث أن مدة دفع الدفعات سنة ونصف أي ١٨ شهرا وبالتالي فإن عدد الدفعات تكون على النحو التالي

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{\text{مدة الدفعات بالشهور}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}} = \frac{18}{2} = 9 \text{ دفعات}$$

كما أن لم يتم ذكر ما إذا كانت الدفعة يتم دفعها أول أو آخر كل شهرين ، لذلك يجب اعتبارها دفعة عادية تدفع في آخر كل شهرين .  
مدة الدفعة الأولى = ١٦ شهرا  
مدة الدفعة الأخيرة = صفر  
ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الاستثمار} = \frac{9}{2} = \{ 16 + \text{صفر} \} = 72 \text{ شهرا}$$

$$\text{جملة الدفعات} = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$= 9 \times 100 + 6 \times \frac{72}{12} \times 100 =$$

$$= 900 + 36 =$$

∴ جملة الدفعات = ٩٣٦ جنيه

$$\text{مجموع الفوائد} = \text{جملة الدفعات} - \text{مجموع مبالغ الدفعات}$$

$$= 900 - 936 = 36 \text{ جنيه}$$

مثال [٥] :-

يودع شخص فى بنك مصر دفعة متساوية قيمتها ١٠٠ جنيه أول ومنتصف كل شهر من نصف السنة الأول ، كما يودع دفعة متساوية قيمتها ٥٠ جنيه آخر كل شهر من نصف السنة الثانى ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٦٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص فى نهاية العام ؟

الحل

أولا :- جملة الدفعات الأولى { ١٠٠ جنيه }

$$\text{جملة الدفعات} = \text{عدد الدفعات} \times \text{م} + \text{د} \times \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

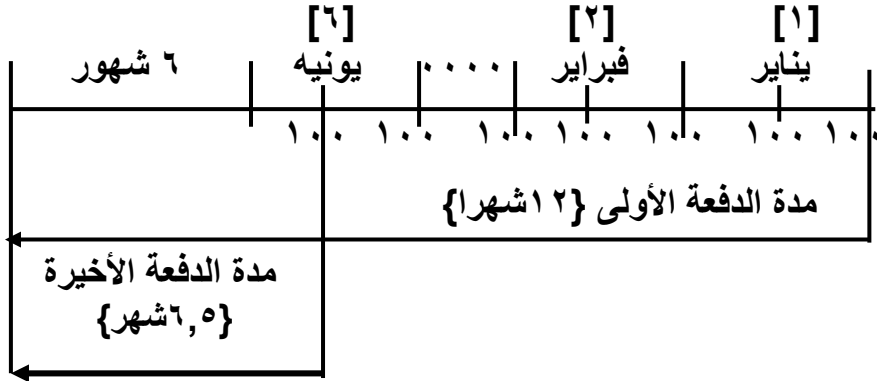
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

عدد الدفعات = ١٢ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦,٥ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالى :-



$$\text{مجموع مدد الاستثمار} = \frac{12}{2} = \{ 6,5 + 12 \} = 111 \text{ شهرا}$$

$$\text{جملة الدفعات} = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$= 12 \times 100 + 6,5 \times 100 =$$

$$= 1200 + 650 = 1850$$

∴ جملة الدفعات الأولى = 1255,5 جنيه

ثانياً :- جملة الدفعات الثانية { 50 جنيه }

$$\text{جملة الدفعات} = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

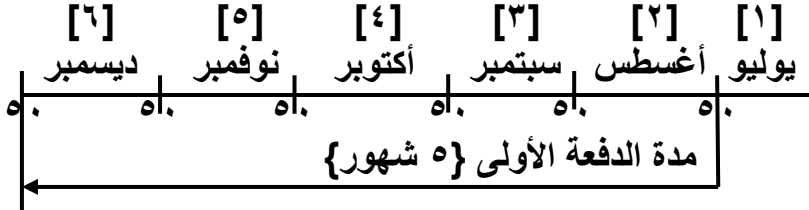
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \times \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

عدد الدفعات = 6 دفعة

مدة الدفعة الأولى = 5 شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



مدة الدفعة الأخيرة  
{ صفر }



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{6}{2} \times \{5 + \text{صفر}\} = 15 \text{ شهرا}$$

$$\text{جملة الدفعات} = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$= 6 \times 50 + 50 \times \frac{6}{100} \times 15 =$$

$$= 300 + 3,75 =$$

∴ جملة الدفعات الثانية = 303,75 جنيه

الرصيد في نهاية العام = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

$$= 1255,5 + 303,75 = 1559,25 \text{ جنيه}$$

مثال [٦] :-

يودع شخص في بنك مصر دفعة قيمتها 100 جنيه تدفع كل 3 شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة 6٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص قبل سداد الدفعة السادسة مباشرة .

- ١- إذا كانت الدفعة فورية .
- ٢- إذا كانت الدفعة عادية .

الحل

أولا :- إذا كانت الدفعة فورية

$$\text{جملة الدفعات} = م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

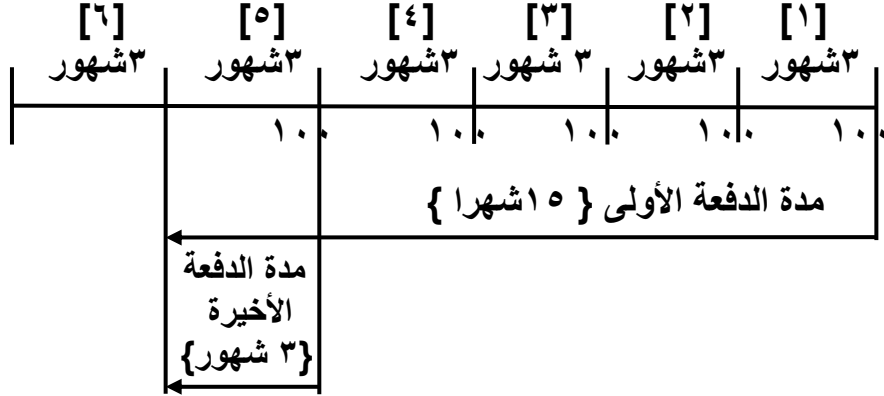
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2}$$

عدد الدفعات = ٥ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٥ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٣ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{٥}{٢} = \{ ٣ + ١٥ \} = ٤٥ \text{ شهرا}$$

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

$$\frac{٤٥}{١٢} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ١٠٠ + ٥ \times ١٠٠ =$$

$$٢٢,٥ + ٥٠٠ =$$

∴ جملة الدفعات الفورية = ٥٢٢,٥ جنيه

ثانياً :- إذا كانت الدفعة عادية

$$\text{جملة الدفعات} = \text{م} \times \text{د} + \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

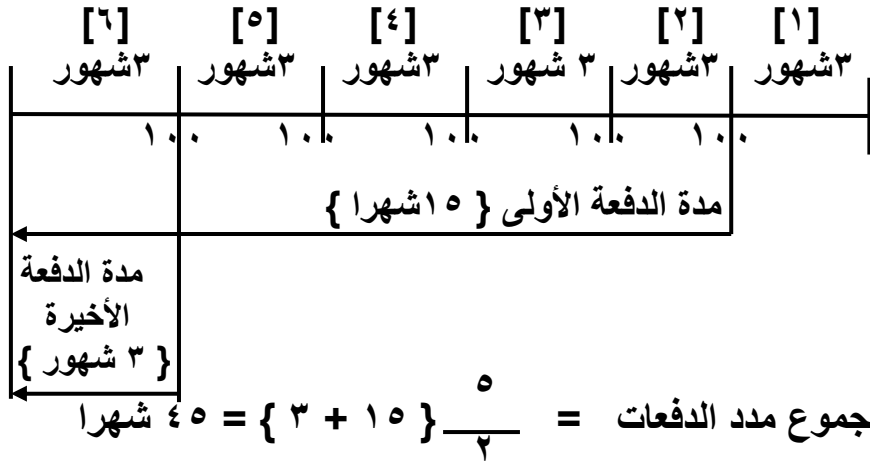
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2}$$

عدد الدفعات = ٥ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٥ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٣ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{جملة الدفعات} = \text{م} \times \text{د} + \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

$$= 5 \times 100 + 3 \times \frac{45}{12} \times 100 = 500 + 1125 = 1625$$

∴ جملة الدفعات العادية = ١٦٢٥ جنية

وبناء على ما سبق فإن جملة الدفعات إذا كانت فورية لا تختلف عن جملة الدفعات إذا كانت فورية ، حيث أن جملة الدفعات في الحالتين ٥٢٢,٥ جنيه .

مثال [٧] :-

يودع شخص في بنك مصر أول ومنتصف كل شهر دفعة متساوية وذلك لمدة عام كامل ، فبلغ رصيده في نهاية العام ٢٤٧٥ جنيها ، فإذا كان معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، أوجد مقدار الدفعة ؟

الحل

$$\text{جملة الدفعات} = \text{م} \times \text{د} + \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الدفعات}$$

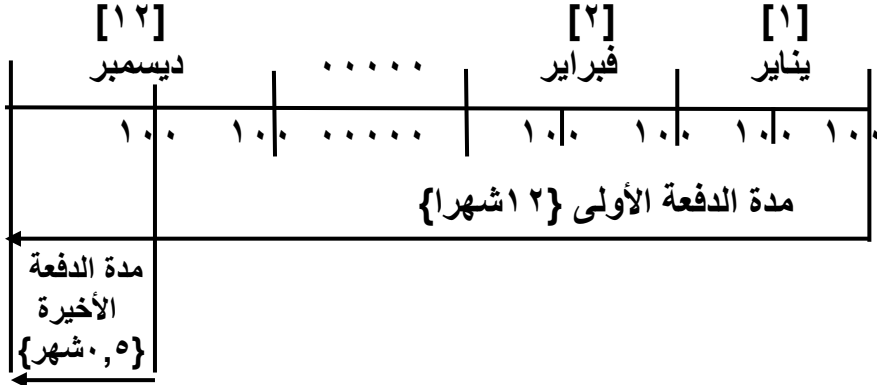
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2}$$

عدد الدفعات = ٢٤ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٠,٥ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{24}{2} \{ 12 + 0,5 \} = 150 \text{ شهرا}$$

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

$$2475 = 24 \times م + \frac{6}{100} \times م \times \frac{150}{12}$$

$$2475 = 24م + 0,75م$$

$$2475 = 24,75م$$

∴ مبلغ الدفعة [ م ] = 100 جنيه

مثال [ ٨ ] :-

يودع شخص في بنك مصر دفعة قيمتها ٣٠٠ جنيه آخر كل شهر ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٦٪ سنويا ، وبلغ رصيد هذا الشخص في نهاية المدة ١٨٦٧,٥ جنيها ، فأوجد مدة دفعات الإيداع وكذلك عدد دفعاتها ؟

**الحل**

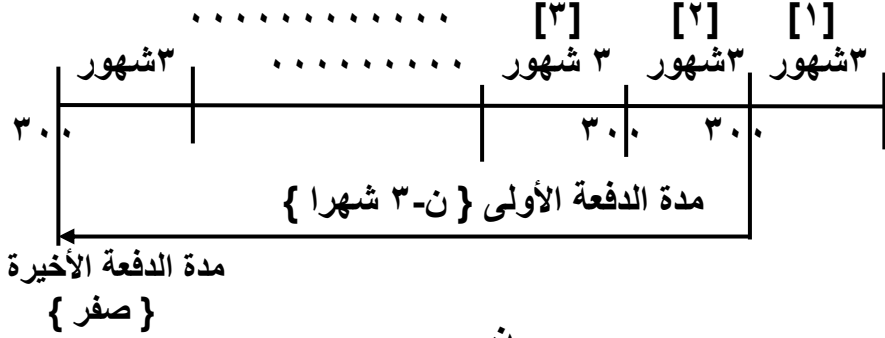
جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الدفعات

مجموع المدد =  $\frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$

نفرض أن مدة الدفعات = ن

$$\frac{ن}{3} = \frac{\text{مدة الدفعات بالشهور}}{\text{مدة الدفعة الواحدة}} = \text{عدد الدفعات}$$

مدة الدفعة الأولى = { ن - ٣ } شهرا  
مدة الدفعة الأخيرة = صفر  
ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الدفعات} = \frac{ن}{٢ \times ٣} \{ صفر + [ ن - ٣ ] \}$$

$$= \frac{(ن٣ - ٢ن)}{٦}$$

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

$$\frac{(ن٣ - ٢ن)}{١٢ \times ٦} \times \frac{٦}{١٠٠} \times ٣٠٠ + \frac{ن}{٣} \times ٣٠٠ = ١٨٦٧,٥$$

$$١٠٠ + ن١٠٠ + ن٠,٢٥ - ن٠,٧٥ = ١٨٦٧,٥$$

$$١٠٠ + ن٠,٢٥ - ن٠,٧٥ - ن٠,٧٥ = ١٨٦٧,٥ - صفر$$

$$٠,٢٥ + ن٠,٢٥ - ن٠,٧٥ = ١٨٦٧,٥ - صفر$$

ويتم حل معادلة الدرجة الثانية السابقة باستخدام القانون التالي :-

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث أن :-

$$a = 0,25 \text{ ، } b = 99,25 \text{ ، } c = -1867,5$$

$$n = \frac{-99,25 \pm \sqrt{(99,25)^2 - 4 \times 0,25 \times (-1867,5)}}{0,25 \times 2}$$

$$n = \frac{-99,25 \pm \sqrt{11718,0625}}{0,5}$$

$$n = \frac{-99,25 \pm 108,25}{0,5}$$

$$\therefore n = \frac{-99,25 + 108,25}{0,5} = 9$$

∴ n { مدة الدفعات } = 18 شهرا

$$\therefore \text{ عدد الدفعات } = \frac{n}{3} = \frac{18}{3} = 6 \text{ دفعات}$$

مثال [٩] :-

يودع شخص في بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغ ١٠٠ جنيه ، كما يقوم بسحب مبلغ ٥٠ جنيه في نهاية كل شهر من شهور نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد رصيد هذا الشخص في نهاية العام ؟

الحل

أولا :- بالنسبة للإيداعات

$$\text{جملة دفعات الإيداع} = \text{م} \times \text{د} + \text{م} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الاستثمار}$$

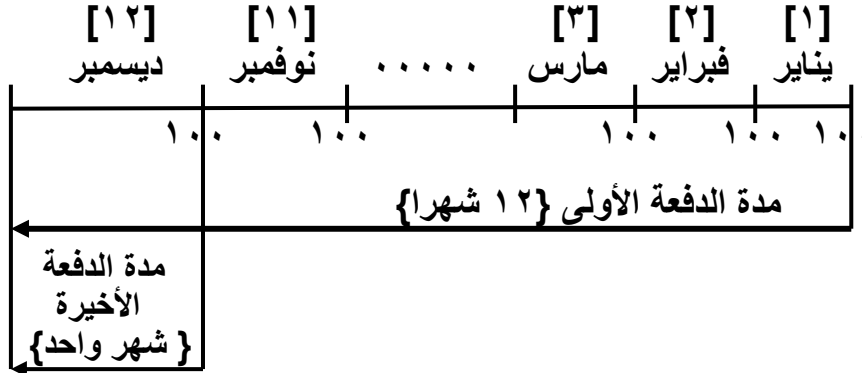
$$\text{مجموع المدد} = \frac{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}{2} \times \text{عدد الدفعات}$$

عدد الدفعات = ١٢ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١٢ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ١ شهر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-





مجموع مدد الاستثمار =  $\frac{12}{3} = \{1 + 12\}$  ٧٨ شهرا .

$$\frac{78}{12} \times \frac{8}{100} \times 100 + 12 \times 100 = ج$$

$$ج = 1200 + 52 = 1252 \text{ جنيه .}$$

∴ جملة الإيداعات = ١٢٥٢ جنيه .

ثانياً :- بالنسبة للمسحوبات

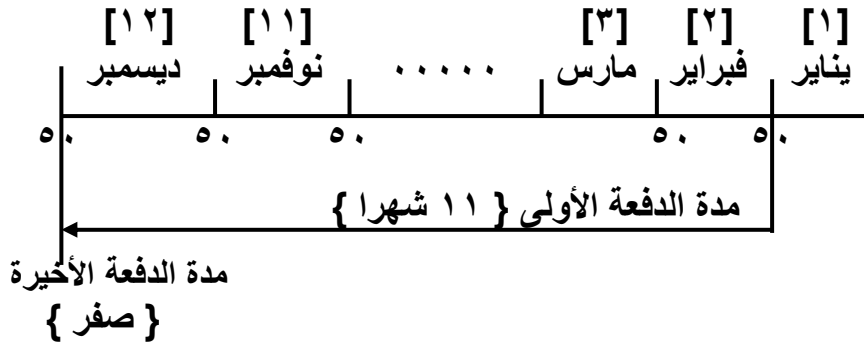
جملة دفعات السحب =  $\frac{\text{عدد الدفعات}}{\text{مجموع المدد}} = \frac{م \times د + م \times ع \times \text{مجموع مدد السحب}}{\{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}}$

عدد الدفعات = ١٢ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١١ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد السحب} = \frac{12}{2} \{ 0 + 11 \} = 66 \text{ شهرا .}$$

$$\text{ج} = 12 \times 50 + \frac{8}{100} \times \frac{66}{12} \times 50$$

$$\text{ج} = 600 + 22 = 622 \text{ جنيه .}$$

∴ جملة المسحوبات = 622 جنيه

∴ الرصيد في نهاية عام 1990 = جملة الإيداعات - جملة المسحوبات

$$= 1252 - 622 = 630 \text{ جنيه}$$

مثال [10] :-

يقوم شخص بإيداع مبلغ 500 جنيه أول كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ 1000 جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو 6٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص في نهاية سنة ونصف ؟

الحل

أولا :- بالنسبة للإيداعات الأولى { 500 جنيه }

جملة الدفعات =  $m \times r + m \times c \times \text{عدد الدفعات}$

مجموع المدد =  $\frac{\text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة}}{2}$

عدد الدفعات = 6 دفعات

مدة الدفعة الأولى = 18 شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = 13 شهرا

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-

[١] يناير	[٢] فبراير	.....	[٦] يونيه	١٢ شهر أخرى
٥٠٠	٥٠٠	.....	٥٠٠	
مدة الدفعة الأولى { ١٨ شهرا }				
				مدة الدفعة الأخيرة { ١٣ شهر }

$$\text{مجموع مدد الاستثمار} = \frac{6}{2} \times \{ 13 + 18 \} = 93 \text{ شهرا}$$

جملة الدفعات =  $d \times m + c \times \text{مجموع مدد الاستثمار}$

$$\frac{93}{12} \times \frac{6}{100} \times 500 + 6 \times 500 =$$

$$232,5 + 3000 =$$

∴ جملة الدفعات الأولى = ٣٢٣٢,٥ جنيه

ثانياً :- بالنسبة للإيداعات الثانية { ١٠٠٠ جنيه }

جملة الدفعات =  $d \times m + c \times \text{مجموع مدد الاستثمار}$

$$\text{مجموع المدد} = \frac{\text{عدد الدفعات}}{2} \times \{ \text{مدة الدفعة الأولى} + \text{مدة الدفعة الأخيرة} \}$$

عدد الدفعات = ٦ دفعة

مدة الدفعة الأولى = ١١ شهرا

مدة الدفعة الأخيرة = ٦ شهور

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-

	[٦]	[٥]	.....	[٢]	[١]
	ديسمبر	نوفمبر	.....	أغسطس	يوليو
٦ شهور أخرى	١.٠٠٠	١.٠٠٠		١.٠٠٠	١.٠٠٠
	مدة الدفعة الأولى { ١١ شهرا }				
مدة الدفعة الأخيرة { ٦ شهور }					
	$\frac{6}{12} = \text{مجموع مدد الاستثمار} = \{ 6 + 11 \} = ٥١ \text{ شهرا}$				

جملة الدفعات = م × د + م × ع × مجموع مدد الاستثمار

$$\frac{51}{12} \times \frac{6}{100} \times 1000 + 6 \times 1000 =$$

$$255 + 6000 =$$

∴ جملة الدفعات الثانية = ٦٢٥٥ جنيه

الرصيد في نهاية العام = جملة الدفعات الأولى + جملة الدفعات الثانية

$$= 3232,5 + 6255 = 9487,5 \text{ جنيه}$$

## تمارين الباب الثاني

- ١- يودع شخص ٢٠٠ جنيه كل شهر في بنك مصر لمدة سنة ،  
بمعدل فائدة بسيطة ١٢٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق له  
نهاية السنة ، وذلك إذا كان الإيداع يتم :-  
١- أول كل شهر .  
٢- آخر كل شهر .  
٣- في منتصف كل شهر .
- ٢- يودع شخص ٢٠٠ جنيه شهريا في بنك مصر ولمدة سنة  
ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، أوجد جملة  
المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التي حصل عليها ،  
وذلك إذا كانت :-  
١- الدفعة فورية .  
٢- الدفعة عادية .
- ٣- يودع شخص في بنك مصر دفعة متساوية آخر كل شهر  
لمدة ٦ شهور قيمة كل منها ٢٠٠ جنيه ، فإذا علمت أن معدل  
الفائدة ٨٪ سنويا ، فأوجد جملة المستحق لهذا الشخص في  
نهاية سنة كاملة ؟
- ٤- يودع شخص في بنك مصر ٢٠٠ جنيه كل شهرين ولمدة سنة  
ونصف ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة  
المستحق له نهاية المدة ومجموع الفوائد التي حصل عليها ؟
- ٥- يودع شخص في بنك مصر دفعة متساوية قيمتها ٢٠٠ جنيه  
أول ومنتصف كل شهر من نصف السنة الأول ، كما يودع دفعة  
متساوية قيمتها ١٠٠ جنيه آخر كل شهر من نصف السنة  
الثاني ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ١٢٪ سنويا ،  
فأوجد رصيد هذا الشخص في نهاية العام ؟

- ٦- يودع شخص في بنك مصر دفعة قيمتها ٢٠٠ جنيه تدفع كل ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد جملة المستحق لهذا الشخص قبل سداد الدفعة السادسة مباشرة .
- ١- إذا كانت الدفعة فورية .
  - ٢- إذا كانت الدفعة عادية .
- ٧- يودع شخص في بنك مصر أول ومنتصف كل شهر دفعة متساوية وذلك لمدة عام كامل ، فبلغ رصيده في نهاية العام ٥٠٠٠ جنيها ، فإذا كان معدل الفائدة ٨٪ سنويا ، أوجد مقدار الدفعة ؟
- ٨- يودع شخص في بنك مصر دفعة قيمتها ٦٠٠ جنيه آخر كل شهر ٣ شهور ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، وبلغ رصيد هذا الشخص في نهاية المدة ٣٨٧٠ جنيها ، فأوجد مدة دفعات الإيداع وكذلك عدد دفعاتها ؟
- ٩- يودع شخص في بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغ ٢٠٠ جنيه ، كما يقوم بسحب مبلغ ١٠٠ جنيه في نهاية كل شهر من شهور نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الفائدة ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد رصيد هذا الشخص في نهاية العام ؟
- ١٠- يقوم شخص بإيداع مبلغ ١٠٠ جنيه أول كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ ٢٠٠ جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنويا ، فأوجد رصيد هذا الشخص في نهاية سنة ونصف ؟

- ١١- يودع شخص في بنك مصر أول كل شهر من شهور عام ١٩٩٠ مبلغاً معيناً ، كما يقوم بإيداع ضعف هذا المبلغ في منتصف كل شهر من شهور نفس العام ، فبلغ رصيده في نهاية العام ١٨٥٥.٥ جنيهاً ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٦٪ سنوياً ، فأوجد مقدار المبلغ الذي تم إيداعه في أول ومنتصف كل شهر ؟
- ١٢- يودع شخص مبلغ ٥٠ جنيهاً أول ومنتصف كل شهر من الشهور الستة الأولى ، كما يقوم بإيداع مبلغ ١٠٠ جنيهاً أول ومنتصف كل شهر من الشهور الستة التالية ، فإذا علمت أن معدل الفائدة المشترك هو ٨٪ سنوياً ، فأوجد رصيد هذا الشخص في نهاية سنة ونصف ؟

# الباب الثالث

## خصم الديون قصيرة الاجل خصم الديون قصيرة الاجل



### ءصم الءفون

ءءما فقوم الءائن بءءءفم الأوراق ءءارفة [ الكمبفالات والسءءاء الإءنفة ] إلى البءك للءصول على ءفمءها نءءا ءبل مفعاء اسءءءاقها ، فان البءك فقوم بءصم مبلء معفن نظفر ءفع ءفمة هءه الأوراق ءبل مفعاءها ، وءسمى هءه العملفة بءصم الءفون أو ءءعها ، وبناءا على ذلك فان المقصوء بءصم الءفون هو سءاء الءفون ءبل مفعاء اسءءاقها .

### أولا :- الخصم ءءارف

الءصم ءءارف هو فائءة ءفمة الاسمفة { ء } ، فممكن إءءاء ءفمءه باسءءءام العلاءة ءءالفة :-

$$ء = ء \times ع \times ن$$

ءفء أن :-

- ء الخصم ءءارف { ء }
- ء ءفمة الاسمفة { ء }
- ء معءل الخصم { ع }
- ء مءة الخصم أو ءءع { ن }

ءما أننا سوف نرمز للءفمة ءءالفة ءءارفة بالرمز { ء } ، وبءءالف فمكن إءءاءها ءما فلف :-

ءفمة ءءالفة ءءارفة = ءفمة الاسمفة - الخصم ءءارف

$$ء = ء - ء$$

أى أن :-

$$\begin{aligned} \text{ح} &= \text{ج} - \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن} \\ &= \text{ج} [ 1 - \text{ع} \times \text{ن} ] \end{aligned}$$

مثال [١] :-

قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ١٠٠٠ جنية فى ٢٣ أبريل سنة ١٩٩٠ تستحق الدفع فى ٢٧ أغسطس من نفس العام

، فإذا كان معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

- ١- الخصم التجارى .
- ٢- القيمة الحالية التجارية .

**الحل**

أبريل مايو يونيه يوليو أغسطس

$$\text{مدة الخصم} = ٧ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧ = ١٢٦ \text{ يوما}$$

أولا :- إيجاد الخصم التجارى

$$\begin{aligned} \text{ح} &= \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن} \\ \frac{١٢٦}{٣٦٠} \times \frac{٨}{١٠٠} \times ١٠٠٠ &= \end{aligned}$$

$$= ٢٨ \text{ جنيها}$$

ثانيا :- إيجاد القيمة الحالية التجارية

$$\begin{aligned} \text{ح} &= \text{ج} - \text{ج} \times \text{ع} \\ &= ١٠٠٠ - ٢٨ = ٩٧٢ \text{ جنيها} \end{aligned}$$

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلي :-

أولاً :- إيجاد القيمة الحالية التجارية

$$C = J - J \times C$$

$$C - J \times C = J$$

$$C [1 - J] = J$$

$$C = \frac{J}{1 - J} = \frac{1000}{1 - 0,028} = 1028$$

$$C = 1000 [1 - 0,028] = 972$$

$$972 = 0,972 \times 1000 = 972 \text{ جنيها}$$

ثانياً :- إيجاد الخصم التجاري

$$C = J - J \times C$$

$$C = 1000 - 28 = 972 \text{ جنيها}$$

مثال [٢] :-

قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور ، فإذا كانت القيمة الحالية ١١٢٨ جنيه ، فما هو معدل الخصم ؟

**الحل**

يجب أن نتذكر انه في حالة عدم ذكر نوع الخصم ، فأنا نعتبر أن المطلوب هو إيجاد الخصم التجاري الذي جرى العرف على استخدامه في البنوك عند قطع الأوراق التجارية .

$$\therefore \text{ح} = \text{ج} - \text{ع} \\ 72 = 1128 - 1200 =$$

$$\therefore \text{ح} = \text{ج} \times \text{ع} \times \frac{9}{12} \\ \frac{9}{12} \times \text{ع} \times 1200 = 72$$

$$\text{ع} 900 = 72$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{72}{900} = 0,08 = 100 \times 0,08 = 8\%$$

حل آخر

$$\therefore \text{ح} = [\text{ع} \times \text{ن} - 1] \times \frac{9}{12} \\ [ \frac{9}{12} \times \text{ع} - 1 ] 1200 = 1128$$

$$1200 - 1200 = 1128$$

$$1128 - 1200 = \text{ع} 900$$

$$72 = \text{ع} 900$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{72}{900} = 0,08 = 100 \times 0,08 = 8\%$$

## ثانياً :- الخصم الصحيح

الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة  $\{ص^ح\}$  ،  
والجدير بالذكر أننا لو استثمرنا القيمة الحالية الصحيحة طوال مدة  
الخصم أو القطع [ وهى المدة من تاريخ التسوية أو تاريخ تقديم  
الأوراق التجارية للقطع حتى تاريخ الاستحقاق ] وبمعدل خصم  
متفق عليه فان جملتها تصبح مساوية للقيمة الاسمية  $\{ج\}$  يمكن  
إيجاد قيمتها باستخدام العلاقة التالية :-

$$ج = ص^ح [ ١ + ع \times ن ]$$

$$\therefore ص^ح = \frac{ج}{١ + ع \times ن}$$

حيث أن :-

- القيمة الحالية الصحيحة  $\{ص^ح\}$
- القيمة الاسمية  $\{ج\}$
- معدل الخصم  $\{ع\}$
- مدة الخصم أو القطع  $\{ن\}$

كما أننا سوف نرسم للخصم الصحيح بالرمز  $\{ص^خ\}$  ، وبالتالي  
يمكن إيجاده كما يلى :-

$$\text{الخصم الصحيح} = \text{القيمة الاسمية} - \text{القيمة الحالية الصحيحة}$$

$$ص^خ = ج - ص^ح$$

أى أن :-

$$\begin{aligned} \text{الخصم الصحيح } \{ \text{ص} \} &= \text{ج} - \text{ح} \\ \text{ج} &= \frac{\text{ح}}{\text{ع} + 1} \\ \text{ج} &= \left\{ \frac{1}{\text{ع} + 1} - 1 \right\} \\ \therefore \text{ص} &= \text{ج} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع} + 1} \end{aligned}$$

مثال [٣] :-

- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه في ١٠ فبراير سنة ١٩٩٢ تستحق الدفع في ٢٢ مايو من نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
- ١- الخصم الصحيح .
  - ٢- القيمة الحالية الصحيحة .

**الحل**

فبراير مارس أبريل مايو  
مدة الخصم = ١٩ + ٣١ + ٣٠ + ٢٢ = ١٠٢ يوما

أولا :- إيجاد الخصم الصحيح

$$\therefore \text{ص} = \text{ج} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع} + 1}$$

$$\frac{102}{360} \times \frac{6}{100} \times 5000 = \text{ح ص} \therefore$$

$$\frac{102}{360} \times \frac{6}{100} + 1$$

$$\frac{1,017}{1,017} \times 5000 =$$

$$= 83,579 \text{ جنيها}$$

ثانياً :- ايجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$\text{ح ص} = \text{ح ج} - \text{ح ص}$$

$$= 5000 - 83,579 = 4916,421 \text{ جنيها}$$

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلي :-

أولاً :- ايجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$\text{ح ص} = \frac{\text{ح ج}}{1 + \text{ع} \times \text{ن}}$$

$$\text{ح ص} = \frac{5000}{\frac{102}{360} \times \frac{6}{100} + 1}$$

$$= \frac{5000}{1,017}$$

$$= 4916,421 \text{ جنيها}$$

ثانياً :- إيجاد الخصم الصحيح

$$\text{ح} = \text{ج} - \text{ص} \\ 83,079 = 50,000 - \text{ص} \\ \text{ص} = 50,000 - 83,079 = 4916,421$$

مثال [٤] :-

قدم تاجر كمبيالة للخصم لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ جنيةه وتستحق بعد ٦٠ يوماً ، فإذا كان معدل الخصم ٦٪ سنوياً ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

- ١- الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية .
- ٢- الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة .

**الحل**

أولاً :- إيجاد الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية

□ إيجاد الخصم التجارى

$$\text{ح} = \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن} \\ \frac{60}{360} \times \frac{100}{100} \times 8000 =$$

$$= 80 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد القيمة الحالية التجارية

$$\text{ح} = \text{ج} - \text{ح}$$

$$= 8000 - 80 = 7920 \text{ جنيها}$$

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلى :-



□ إيجاد القيمة الحالية التجارية

$$\text{ح} = \text{ج} - \text{خ}$$

$$\text{ج} - \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن} =$$

$$\text{ج} = [1 - \text{ع} \times \text{ن}]$$

$$= [1 - \frac{60}{360} \times \frac{6}{100}] \times 8000 =$$

$$= [1 - 0,01] \times 8000 =$$

$$= 0,99 \times 8000 = 7920 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد الخصم التجاري

$$\text{ح} = \text{ج} - \text{خ}$$

$$= 8000 - 7920 = 80 \text{ جنيها}$$

ثانياً :- إيجاد الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة

□ إيجاد الخصم الصحيح

$$\text{ص} = \text{ج} \times \frac{\text{ع} \times \text{ن}}{\text{ع} \times \text{ن} + 1}$$

$$\frac{60}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$\therefore \text{ص} = 8000 \times \frac{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100}}{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100} + 1} =$$

$$= \frac{0,01}{1,01} \times 8000 = 79,208 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$ص^ح = ج - خ^ص$$

$$= ٨٠٠٠ - ٧٩,٢٠٨ = ٧٩٢٠,٧٩٢ = جنيها$$

ويمكن استخدام طريقة أخرى للحل كما يلي :-

□ إيجاد القيمة الحالية الصحيحة

$$ص^ح :: = \frac{ج}{١ + ع \times ن}$$

$$ص^ح = \frac{٨٠٠٠}{١ + \frac{٦}{٣٦٠} \times \frac{٦}{١٠٠}}$$

$$= \frac{٨٠٠٠}{١,٠١}$$

$$= ٧٩٢٠,٧٩٢ = جنيها$$

□ إيجاد الخصم الصحيح

$$ص^خ = ج - ص^ح$$

$$= ٨٠٠٠ - ٧٩٢٠,٧٩٢ = ٧٩,٢٠٨ = جنيها$$

العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح

حيث أن :-

$$خ ت = ج \times ع \times ن ،$$

$$خ ص = ح \times ع \times ن$$

وبقسمة الخصم التجاري على الخصم الصحيح نجد أن :-

$$\frac{خ ت}{خ ص} = \frac{ج \times ع \times ن}{ح \times ع \times ن}$$

$$\frac{\text{القيمة الاسمية}}{\text{القيمة الحالية الصحيحة}} = \frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص}$$

$$\frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص} \therefore \frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص} \times \frac{ح}{ح}$$

$$\frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص} \times \frac{ح}{ح}$$

$$\frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص} \therefore \frac{ج}{ح} = \frac{خ ت}{خ ص}$$

$$\therefore \frac{ت}{ص} = (ع + 1) \times ن$$

ومن ثم يمكننا استنتاج الخصم التجاري بمعلومية الخصم الصحيح والمعدل والمدة ، حيث انه يمثل جملة الخصم الصحيح كما يلي :-

كما يمكننا استنتاج الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجاري والمعدل والمدة ، حيث انه يمثل القيمة الحالية للخصم التجاري كما يلي :-

$$\frac{ت}{(ع + 1) \times ن} = ص$$

مثال [٥] :-

دين يستحق الدفع بعد ٦٠ يوما ، فإذا علمت أن الخصم التجاري لهذا الدين قد بلغ ٨٠ جنيها بمعدل خصم ٦٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلامن :-

- ١- الخصم الصحيح .
- ٢- القيمة الاسمية لهذا الدين .

### الحل

أولا :- إيجاد الخصم الصحيح

$$\therefore \frac{ت}{ص} = (ع + 1) \times ن$$

فان الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجاري والمعدل والمدة ، يتم إيجاده كما يلي :-

$$\therefore \text{خص} = \frac{\text{خص}}{(1 + \text{ع} \times \text{ن})}$$

$$\text{خص} = \frac{80}{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100} + 1}$$

$$= \frac{80}{1,01}$$

$$= 79,208 \text{ جنيها}$$

ثانياً :- إيجاد القيمة الاسمية للدين

$$\therefore \text{خص} = \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{خص}}{\text{ع} \times \text{ن}}$$

$$= \frac{\frac{60}{360} \times \frac{6}{100}}{80}$$

$$= \frac{80}{1,01}$$

$$\therefore \text{ج} \{ \text{القيمة الاسمية للدين} \} = 8000 \text{ جنيها}$$

الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح

$\text{ت} - \text{ص} = \text{فائدة القيمة الاسمية} - \text{فائدة القيمة الحالية الصحيحة}$

$$= \text{ج} \times \text{ع} \times \text{ن} - \text{ص} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$= \text{ع} \times \text{ن} (\text{ج} - \text{ص})$$

∴ الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح =  $\text{ص} \times \text{ع} \times \text{ن}$   
أى أن الفرق بين الخصمين التجارى والصحيح هو فائدة الخصم الصحيح .

كما انه يمكن التوصل إلى الفرق الخصم التجارى والخصم الصحيح بطريقة أخرى كما يلى :-

$$\frac{\text{ت}}{(\text{ن} \times \text{ع} + 1)} - \text{ص} = \text{ت} - \text{ص}$$

$$\left\{ \frac{\text{ت}}{(\text{ن} \times \text{ع} + 1)} - 1 \right\} \text{ت} = \text{ت} - \text{ص}$$

$$\left\{ \frac{1 - \text{ن} \times \text{ع} + 1}{(\text{ن} \times \text{ع} + 1)} \right\} \text{ت} = \text{ت} - \text{ص}$$

$$\left\{ \frac{ن \times ع}{(ن \times ع + 1)} \right\} \quad \text{خ}_ت - \text{خ}_ص = \text{خ}_ت$$

∴  $\text{خ}_ت = ج \times ع \times ن$   
وبالتعويض عن قيمة  $\text{خ}_ت$  فنجد أن :-

$$\left\{ \frac{ن \times ع}{(ن \times ع + 1)} \right\} \quad \text{خ}_ت - \text{خ}_ص = ج \times ع \times ن$$

$$\frac{ج \times ع \times ن^2}{(ن \times ع + 1)} = \{ \text{خ}_ت - \text{خ}_ص \}$$

الفرق بين الخصم التجارى والصحيح { $\text{خ}_ت - \text{خ}_ص$ }

مثال [٦] :-

إذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح لدين يستحق الدفع بعد ٦٠ يوما هو ٤ جنيهاً ، فإذا علمت معدل الخصم ١٢٪ سنوياً ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

- ١- الخصم التجارى والخصم الصحيح .
- ٢- القيمة الاسمية لهذا الدين .

**الحل**

أولاً :- إيجاد الخصم التجارى والخصم الصحيح

$$\text{∴} \quad \text{خ}_ت - \text{خ}_ص = ج \times ع \times ن$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{ت} - \text{خ}}{\text{ع} \times \text{ن}} &= \text{خ} \\ \frac{60}{360} \times \frac{12}{100} &= \\ \frac{4}{100} &= \end{aligned}$$

$$= 200 \text{ جنيها}$$

∴ الخصم التجاري {ت} = 4 + 200 = 204 جنيها  
ثانياً :- إيجاد القيمة الاسمية للدين

$$\begin{aligned} \frac{\text{ت}}{\text{ع} \times \text{ن}} &= \text{ج} \\ \frac{204}{60 \times \frac{12}{100}} &= \\ \frac{204}{72} &= \\ 2.833 &= \end{aligned}$$

∴ ج {القيمة الاسمية للدين} = 10200 جنيها



## الأجيو

إذا قدم الدائن كمبيالة أو سند أذنى إلى أحد البنوك للحصول على قيمتها نقدا قبل ميعاد استحقاقها ، فإن البنك يحل محل الدائن فى الحصول على القيمة الاسمية للورقة التجارية من المدين فى تاريخ استحقاقها ، فى نظير أن يقوم بخصم مبلغ معين من الدائن نظير دفع قيمة هذه الورقة قبل ميعاد استحقاقها ، هذا بالإضافة إلى الحصول على عمولة معينة متفق عليها من القيمة الاسمية وتسمى عمولة البنك ، وكذلك مصروفات تحصيل على القيمة الاسمية للورقة التجارية ولا تدخل المدة أو معدل الخصم فى الاعتبار ، والجدير بالذكر أن قيمة كل من عمولة البنك ومصاريف التحصيل تحسب كنسبة مئوية من القيمة الاسمية للورقة التجارية ، وبناءا على ذلك فإن مصاريف الخصم أو الأجيو تتكون من الخصم التجارى وعمولة البنك ومصاريف التحصيل ، وبالتالي يتم حساب ما يلى :-

- ١- الأجيو = { الخصم التجارى + عمولة البنك + مصاريف التحصيل }
- ٢- صافى القطع [صافى قيمة الورقة التجارية] = القيمة الاسمية - الأجيو
- ٣- معدل الخصم الإجمالى السنوى =  $\frac{\text{الأجيو}}{\text{القيمة الاسمية [ج] } \times \text{المدة [ن]}}$

## مثال [٧] :-

فى أول فبراير سنة ١٩٩٠ حررت كمبيالة بقيمة اسمية ٥٠٠٠ جنيهه تستحق الدفع فى ٢٧ أغسطس من نفس العام ، وفى ٢٣ أبريل من نفس العام وقبل ميعاد استحقاق الكمبيالة قدمت للقطع لدى بنك مصر ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنويا ، ويتقاضى البنك عمولة بواقع ٤ فى الألف ، ومصاريف تحصيل ٠,٥ فى الألف بحد ادنى ٢٥ جنيها ، كما أن البنك يضيف يوم مهلة للسداد ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- صافى قيمة الكمبيالة .

٢- معدل الخصم الإجمالى السنوى .

## الحل

تاريخ تحرير	تاريخ القطع [ الخصم ]	تاريخ الاستحقاق
١٩٩٠/٢/١	١٩٩٠/٤/٢٣	١٩٩٠/٨/٢٧

مدة الخصم

أبريل مايو يونيه يوليو أغسطس {يوم مهلة}

$$\text{مدة الخصم} = ٧ + ٣١ + ٣٠ + ٣١ + ٢٧ + ١ = ٢٧ \text{ يوما}$$

□ إيجاد الخصم التجاري

$$\begin{aligned} \text{ج} &= \text{ع} \times \text{ن} \\ \frac{127}{360} \times \frac{5000}{100} &= \end{aligned}$$

$$= 1,05,833 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد عمولة البنك

$$\text{عمولة البنك} = \frac{4}{10000} \times 5000 = 20 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد مصاريف التحصيل

$$\text{م. التحصيل} = \frac{5}{10000} \times 5000 = 250 \text{ جنيها}$$

$$\downarrow$$

$$= 25 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد الأجيو

الأجيو = { الخصم التجاري + عمولة البنك + مصاريف التحصيل }

$$= 1,05,833 + 20 + 25 = 1,00,833 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد صافي قيمة الكمبيالة

صافي القطع [ صافي قيمة الكمبيالة ] = القيمة الاسمية - الأجيو

$$= 5000 - 1,00,833 = 4849,167 \text{ جنيها}$$

□ إيجاد معدل الخصم الإجمالي السنوي

لحساب معدل الخصم الإجمالي السنوي يجب أن تلاحظ انه يحسب على أساس مدة الخصم قبل إضافة يوم المهلة ويتم حسابه كما يلي :-

$$\text{معدل الخصم الإجمالي السنوي} = \frac{\text{الأجيو}}{\text{القيمة الاسمية [ ج ] } \times \text{المدة [ ن ]}}$$

$$\text{معدل الخصم الإجمالي السنوي} = \frac{150,833}{\frac{126}{360} \times 5000}$$

$$= 0,08619 \times 100 = 8,619\%$$

## تمارين الباب الثالث

١- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيهه في ١٠ أبريل سنة ١٩٩٠ تستحق الدفع في ٨ أغسطس من نفس العام ، فإذا كان معدل الخصم ٩٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى . ٢- القيمة الحالية التجارية .

٢- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيهه تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، فإذا كانت القيمة الحالية لهذه الكمبيالة ٢٨٤٠ جنيهه ، فما هو معدل الخصم ؟

٣- قطع تاجر كمبيالة لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٨٠٠٠ جنيهه في ٥ فبراير سنة ١٩٩٦ تستحق الدفع في ٥ مايو من نفس العام ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم الصحيح . ٢- القيمة الحالية الصحيحة .

٤- قدم تاجر كمبيالة للخصم لدى بنك مصر قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيهه وتستحق بعد ٩٠ يوما ، فإذا كان معدل الخصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-

١- الخصم التجارى والقيمة الحالية التجارية .  
٢- الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة .

- ٥- دين يستحق الدفع بعد ٩٠ يوما ، فإذا علمت أن الخصم التجارى لهذا الدين قد بلغ ١٠٠ جنيها بمعدل خصم ٨٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
- ١- الخصم الصحيح .
  - ٢- القيمة الاسمية لهذا الدين .
- ٦- إذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح لدين يستحق الدفع بعد ٩٠ يوما هو ٥ جنيها ، فإذا علمت معدل الخصم ١٠٪ سنويا ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
- ١- الخصم التجارى والخصم الصحيح .
  - ٢- القيمة الاسمية لهذا الدين .
- ٧- فى أول مارس سنة ١٩٩١ حررت كمبيالة بقيمة اسمية ٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع فى ٢٧ سبتمبر من نفس العام ، وفى ٢٢ مايو من نفس العام وقبل ميعاد استحقاق الكمبيالة قدمت للقطع لدى بنك مصر ، فإذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا ، ويتقاضى البنك عمولة بواقع ٥ فى الألف ، ومصاريف تحصيل ٠,٥ فى الألف بحد ادنى ٢٥ جنيها ، كما أن البنك يضيف يوم مهلة للسداد ، فالمطلوب إيجاد كلا من :-
- ١- صافى قيمة الكمبيالة .
  - ٢- معدل الخصم الإجمالى السنوى .

# الباب الرابع

## تسوية الديون قصيرة الأجل تسوية الديون قصيرة الأجل

## تسوية الدين

تسوية الدين قصيرة الأجل يقصد بها اتفاق المدين مع الدائن على استبدال الدين القديمة بدين جديدة ، وبالتالي فان تسوية الدين قصيرة الأجل هي اتفاق كل من المدين والدائن على الطريقة التي يقوم المدين بموجبها باستبدال الدين القديمة الأصلية أو جزء منها بدين أو ديون أخرى جديدة بدلا من سداد المدين للدين القديمة في ميعاد استحقاقها ، والقاعدة العامة لتسوية الدين قصيرة الأجل هي استخدام معادلة القيمة التي تساوى قيمة الدين القديمة في تاريخ محدد يسمى تاريخ التسوية بقيمة الدين الجديدة في نفس التاريخ ، وبالتالي تكون القاعدة العامة كما يلي :-

$$\begin{array}{ccc} \text{قيمة الدين القديمة} & = & \text{قيمة الدين الجديدة} \\ \text{في تاريخ التسوية} & & \text{في تاريخ التسوية} \end{array}$$

والجدير بالذكر أن قيمة الدين تحسب على أنها جملة مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية بعد تاريخ استحقاق الدين الأصلي ، كما أن قيمة الدين تحسب على أنها القيمة الحالية لمبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية قبل تاريخ استحقاق الدين الأصلي ، كما أن قيمة الدين تساوى نفس قيمة مبلغ الدين إذا كان تاريخ التسوية هو نفس تاريخ استحقاق الدين الأصلي ، ويجب أن تحسب القيمة الحالية في تاريخ التسوية على أساس الخصم التجارى ما لم ينص على خلاف ذلك .



مثال [١] :-

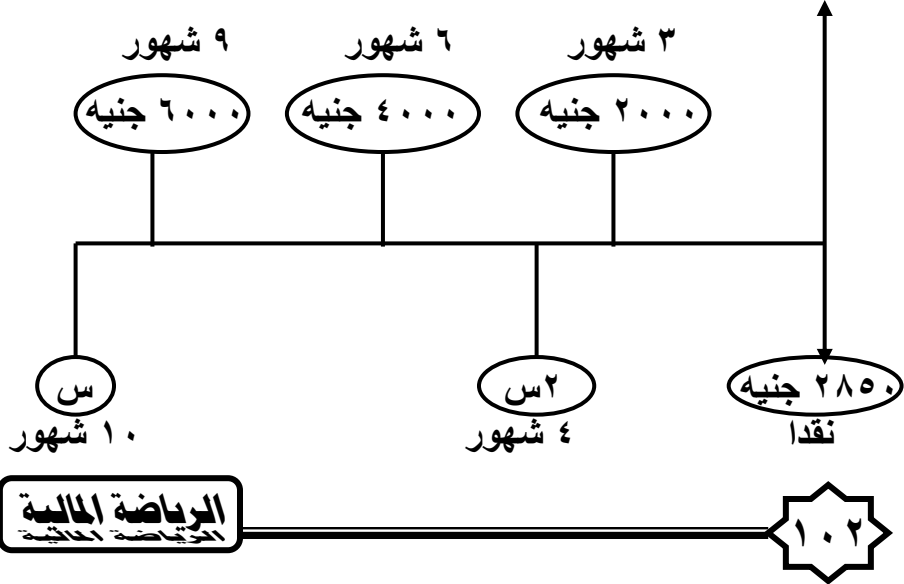
شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع فوراً مبلغ ٢٨٥٠ جنيه ، ويحرر  
بالباقى كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة  
الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٤ شهور  
، والثانية بعد ١٠ شهور ، احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ،  
إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنوياً .

الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية هي س ، وبالتالي فإن  
القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى هي ٢س .  
تاريخ التسوية



∴ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولاً :- إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\square \text{ قيمة الدين الأول} = 2000 \left[ \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,015 - 1] 2000 =$$

$$= 0,985 \times 2000 =$$

$$= 1970 \text{ جنيه}$$

$$\square \text{ قيمة الدين الثاني} = 4000 \left[ \frac{6}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,03 - 1] 4000 =$$

$$= 0,97 \times 4000 =$$

$$= 3880 \text{ جنيه}$$

$$\square \text{ قيمة الدين الثالث} = 6000 \left[ \frac{9}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,045 - 1] 6000 =$$

$$= 0,955 \times 6000 =$$

$$= 5730 \text{ جنيه}$$

∴ قيمة الديون القديمة = 1970 + 3880 + 5730 = 11580 جنيه

ثانياً :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = 2850 جنيه

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 2 \text{ س} \left[ \frac{4}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= 2 \text{ س} [0,02 - 1]$$

$$= 2 \text{ س} \times 0,98$$

$$= 1,96 \text{ س}$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 3 \text{ س} \left[ \frac{10}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= 3 \text{ س} [0,05 - 1]$$

$$= 3 \text{ س} \times 0,95$$

$$= 2,85 \text{ س}$$

∴ قيمة الديون الجديدة = 2850 + 1,96 س + 2,85 س

$$= 2850 + 2,91 \text{ س}$$

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$11580 = 2850 + 2,91 \text{ س}$$

$$11580 - 2850 = 2,91 \text{ س}$$

$$8730 = 2,91 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{8730}{2,91} = 3000 \text{ جنيه}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية = {س} = 3000 جنيه  
والقيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = {2س} = 6000 = 3000 × 2 = 3000 جنيه

مثال [٢] :-

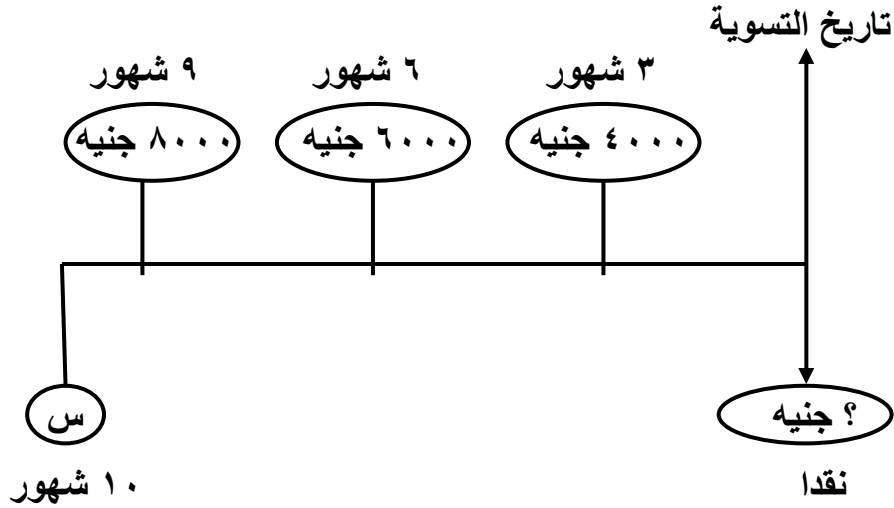
شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- ٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور
- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع له نصف المستحق عليه فوراً ، ويحرر بالباقي كمبيالة جديدة بعد ١٠ شهور ، والمطلوب إيجاد المبلغ الذي يدفعه المدين للدائن عند التسوية ، وما هي القيمة الاسمية للمبيالة الجديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنوياً .

الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للمبيالة الجديدة س



١٠٥

أولاً :- إيجاد المبلغ الذي دفعة المدين للدائن فوراً  
إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\text{قيمة الدين الأول} = 8000 \left[ \frac{9}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,045 - 1] 8000 =$$

$$0,955 \times 8000 =$$

$$= 7640 \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 6000 \left[ \frac{6}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,03 - 1] 6000 =$$

$$0,97 \times 6000 =$$

$$= 5820 \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 4000 \left[ \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,015 - 1] 4000 =$$

$$0,985 \times 4000 =$$

$$= 3940 \text{ جنيه}$$

∴ قيمة الديون القديمة = 7640 + 5820 + 3940 = 17400 جنيه

المبلغ الذي يدفعه المدين للدائن عند التسوية = 17400 ÷ 2

$$= 8700 \text{ جنيه}$$

وبالتالي فإن القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة = 8700 جنيه

ثانياً :- إيجاد القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة

$$\text{القيمة الحالية للكمبيالة} = \text{القيمة الاسمية} [ ١ - ع \times \dot{ن} ]$$

$$٨٧٠٠ = \text{س} [ ١ - \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} ]$$

$$٨٧٠٠ = \text{س} [ ١ - ٠,٠٥ ]$$

$$٨٧٠٠ = \text{س} ٠,٩٥$$

$$\therefore \text{س} = \frac{٨٧٠٠}{٠,٩٥} = ٩١٥٧,٨٩٥ \text{ جنية}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة = ٩١٥٧,٨٩٥ جنية

مثال [٣] :-

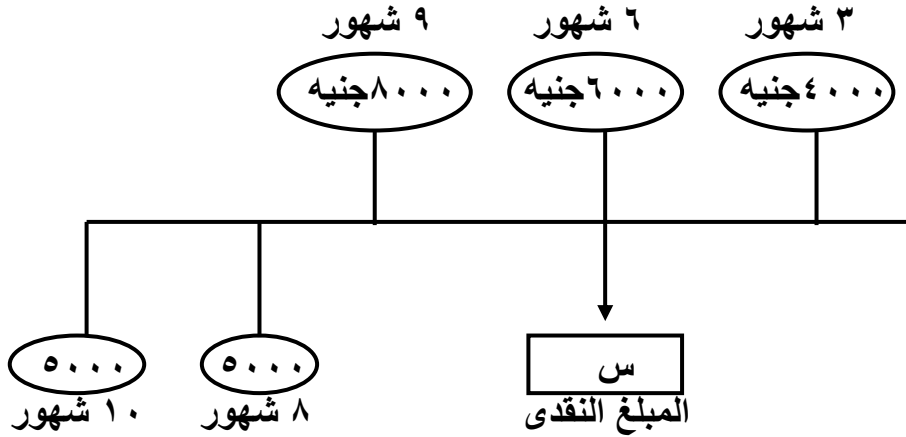
شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- ٠ ٤٠٠٠ جنية تستحق الدفع بعد ٣ شهور
- ٠ ٦٠٠٠ جنية تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٠ ٨٠٠٠ جنية تستحق الدفع بعد ٩ شهور

ولم يتمكن من سداد الدين الأول في مواعده ، وقد اتفق مع الدائن في تاريخ استحقاق الدين الثاني على أن يحرر كمبياليتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٥٠٠٠ جنيهاً تستحق الأولى بعد ٨ شهور والثانية بعد ١٠ شهور ، وإن يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقداً ، احسب المبلغ الذى دفعه المدين نقداً ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنوياً .

### الحل

نفرض أن المبلغ الذي يدفعه المدين للدائن في تاريخ التسوية هو س .  
تاريخ التسوية



∴ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولاً :- إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\text{قيمة الدين الأول} = 4000 \left[ 1 + \frac{6}{100} \times \frac{3}{12} \right]$$

$$= [1,015 + 1] 4000 =$$

$$= 1,015 \times 4000 =$$

$$= 4060 \text{ جنيه}$$

قيمة الدين الثاني = 6000 جنيه

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 8000 \left[ \frac{3}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned} &= [0,015 - 1] 8000 = \\ &= 0,985 \times 8000 = \\ &= 7880 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

∴ قيمة الديون القديمة = 4060 + 6000 + 7880 = 17940 جنيه  
ثانياً :- إيجاد قيمة الديون الجديدة  
قيمة الدين الأول = س

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 5000 \left[ \frac{8}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned} &= [0,04 - 1] 5000 = \\ &= 0,96 \times 5000 = \\ &= 4800 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 5000 \left[ \frac{10}{12} \times \frac{6}{100} - 1 \right]$$

$$\begin{aligned} &= [0,05 - 1] 5000 = \\ &= 0,95 \times 5000 = \\ &= 4750 \text{ جنيه} \end{aligned}$$



∴ قلمة المالم المالم = س + ٤٨٠٠ + ٤٧٥٠

$$= ٩٥٥٠ + س$$

المالم ∴ قلمة المالم المالم = قلمة المالم المالم

$$٩٥٥٠ + س = ١٧٩٤٠$$

$$٩٥٥٠ - ١٧٩٤٠ = س$$

$$∴ س = ٨٣٩٠ جلمه$$

المالم المالم المالم المالم المالم المالم ∴ س = ٨٣٩٠ جلمه

المالم [٤] ∴

شلم مالم بالمالم المالم ∴

• ٣٠٠٠ جلمه المالم المالم المالم بعد شهرلم

• ٥٠٠٠ جلمه المالم المالم المالم بعد ٤ شهرلم

• ٧٠٠٠ جلمه المالم المالم المالم بعد ٦ شهرلم

ولم المالم من سمام المالم المالم المالم المالم ، والمالم مع المالم

لم المالم المالم المالم المالم المالم ∴

١- أن المالم له كملمالم قلممالم المالم المالم ٣٠٠٠ جلمه

المالم المالم بعد ٤ شهرلم

٢- أن المالم كملمالم المالم المالم المالم المالم المالم المالم

٤٠٠٠ جلمه المالم المالم المالم بعد ٣ شهرلم والمالم بعد

٦ شهرلم

٣- أن المالم للمالم المالم المالم المالم المالم

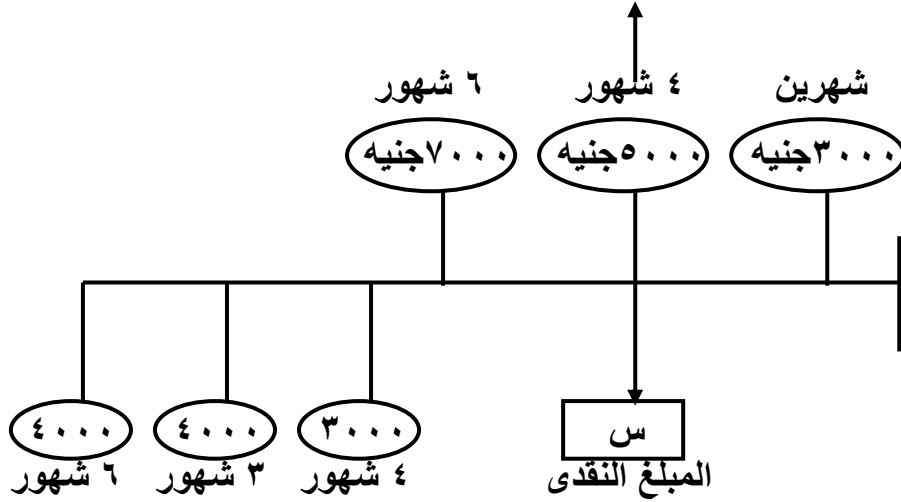
والمالم ∴

المالم المالم المالم المالم المالم المالم ، إذا المالم أن المالم

المالم ١٢٪ سنولم

### الحل

نفرض أن المبلغ الذي يدفعه المدين للدائن في تاريخ التسوية هو س .  
تاريخ التسوية



∴ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولاً :- إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\text{قيمة الدين الأول} = 3000 \left[ 1 + \frac{12}{100} \times \frac{2}{12} \right]$$

$$= 3000 [ 1,02 + 1 ]$$

$$= 1,02 \times 3000$$

$$= 3060 \text{ جنيه}$$

قيمة الدين الثاني = 5000 جنيه

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 7000 = \left[ \frac{12}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 7000$$

$$\begin{aligned} &= [0,02 - 1] 7000 = \\ &= 0,98 \times 7000 = \\ &= 6860 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

∴ قيمة الديون القديمة = 3060 + 5000 + 6860 = 14920 جنيه  
ثانياً :- إيجاد قيمة الديون الجديدة  
قيمة الدين الأول = س

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 3000 = \left[ \frac{4}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 3000$$

$$\begin{aligned} &= [0,04 - 1] 3000 = \\ &= 0,96 \times 3000 = \\ &= 2880 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 4000 = \left[ \frac{3}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 4000$$

$$\begin{aligned} &= [0,03 - 1] 4000 = \\ &= 0,97 \times 4000 = \\ &= 3880 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

$$\text{قيمة الدين الرابع} = 4000 = \left[ \frac{6}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 4000$$

$$= 4000 [1 - 0,06]$$

$$= 0,94 \times 4000$$

$$= 3760 \text{ جنيه}$$

∴ قيمة الديون الجديدة = س + 2880 + 3880 + 3760

$$= 10520 + س$$

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$14920 = 10520 + س$$

$$س = 14920 - 10520$$

$$س = 4400 \text{ جنيه}$$

المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ التسوية { س } = 4400 جنيه

مثال [٥] :-

شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

- 4000 جنيه تستحق الدفع بعد 3 شهور
- 6000 جنيه تستحق الدفع بعد 5 شهور
- 8000 جنيه تستحق الدفع بعد 7 شهور

وقد اتفق مع الدائن على ما يلي :-

- ١- أن يدفع فوراً مبلغ 3000 جنيه
- ٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية 5000 جنيه تستحق الدفع بعد 6 شهور
- ٣- أن يحرر بالباقي كمبياليتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد 8 شهور ، والثانية بعد 10 شهور

والمطلوب :-

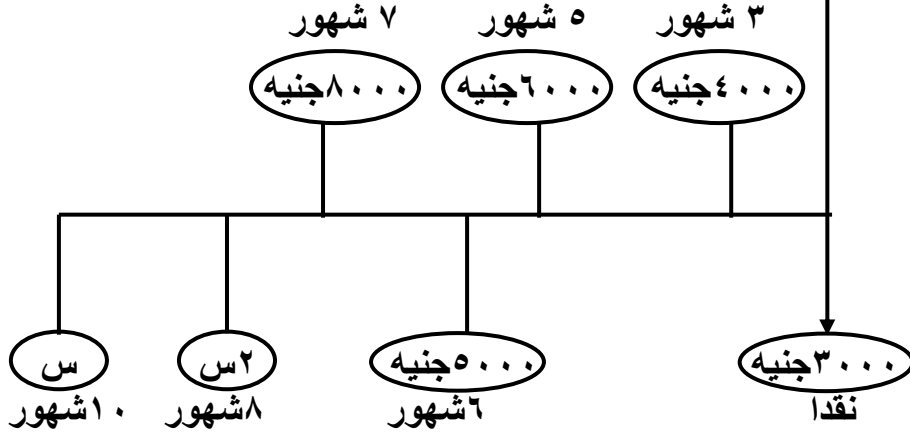
حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل

الخصم 12% سنوياً

### الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية هي س ، وبالتالي فإن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى هي ٢ س .

تاريخ التسوية



∴ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولاً :- إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\text{قيمة الدين الأول} = 4000 \left[ 1 - \frac{12}{12} \times \frac{3}{100} \right]$$

$$= 4000 \left[ 1 - 0,3 \right]$$

$$= 2880 \text{ جنيه} = 0,97 \times 4000$$

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 6000 \left[ 1 - \frac{12}{100} \times \frac{5}{100} \right]$$

$$= 6000 \left[ 1 - 0,05 \right]$$

$$= 5700 \text{ جنيه} = 0,95 \times 6000$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 8000 = \left[ \frac{7}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,07 - 1] 8000 =$$

$$= 0,93 \times 8000 = 7440 \text{ جنيه}$$

∴ قيمة الديون القديمة = 3880 + 5700 + 7440 = 17020 جنيه  
ثانياً :- إيجاد قيمة الديون الجديدة  
قيمة الدين الأول = 3000 جنيه

$$\text{قيمة الدين الثاني} = 5000 = \left[ \frac{6}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,06 - 1] 5000 =$$

$$= 0,94 \times 5000 =$$

$$= 4700 \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة الدين الثالث} = 2000 = \left[ \frac{8}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,08 - 1] 2000 =$$

$$= 0,92 \times 2000 =$$

$$= 1840 \text{ س}$$

$$\text{قيمة الدين الرابع} = 1000 = \left[ \frac{10}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right]$$

$$= [0,10 - 1] 1000 =$$

$$\begin{aligned} &= \text{س } ٠,٩٠ \times \\ &= \text{س } ٠,٩٠ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ قيمة الديون الجديدة} = ٣٠٠٠ + ٤٧٠٠ + ١,٨٤ \text{ س} + ٠,٩٠ \text{ س} = ٢,٧٤ \text{ س} + ٧٧٠٠ =$$

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$\begin{aligned} ١٧٠٢٠ &= ٧٧٠٠ + ٢,٧٤ \text{ س} \\ ١٧٠٢٠ - ٧٧٠٠ &= ٩٣٢٠ = \text{س } ٢,٧٤ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ س } = ٣٤٠١,٤٦ \text{ جنيه}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية {س} = ٣٤٠١,٤٦ جنيه  
والقيمة الاسمية للكمبيالة الأولى {س٢} = ٣٤٠١,٤٦ × ٢ = ٦٨٠٢,٩٢ جنيه

مثال [٦] :-

شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

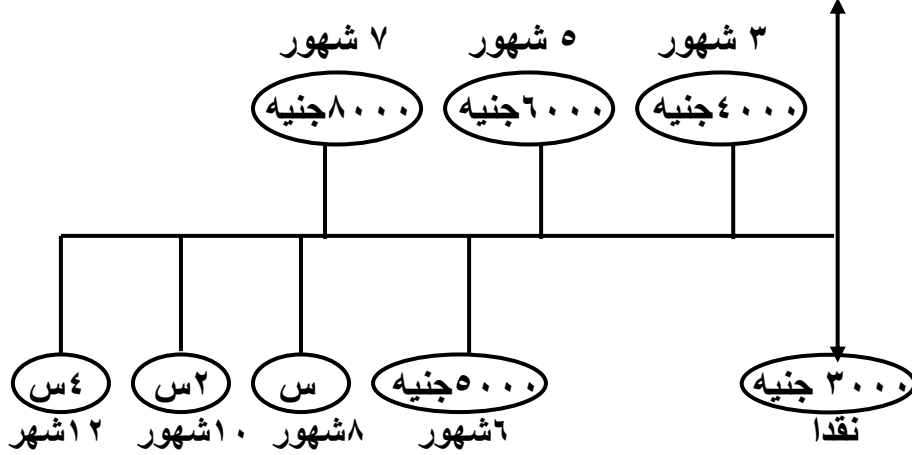
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور
- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور
- ٨٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور

وقد اتفق مع الدائن على ما يلي :-

- ١- أن يدفع فورا مبلغ ٣٠٠٠ جنيه
  - ٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٥٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
  - ٣- أن يحرر بالباقي ٣ كمبيالات جديدة القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى نصف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ، والثالثة بعد ١٢ شهر
- والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ١٢٪ سنويا

### الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية هي ٢س ، وبالتالي فإن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى هي ٤س وبالتالي فإن القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة هي ٤س .  
تاريخ التسوية



∴ قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

أولا :- إيجاد قيمة الديون القديمة

$$\text{قيمة الدين الأول} = ٤٠٠٠ \left[ \frac{٣}{١٢} \times \frac{١٢}{١٠٠} - ١ \right]$$

$$= ٤٠٠٠ \left[ ٠,٠٣ - ١ \right]$$

$$= ٠,٩٧ \times ٤٠٠٠ = \frac{٣٨٨٠}{١٢} \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة الدين الثاني} = ٦٠٠٠ \left[ \frac{٣}{١٢} \times \frac{١٢}{١٠٠} - ١ \right]$$



$$[0,05 - 1] 6000 =$$

$$5700 = 0,95 \times 6000 =$$

$$\left[ \frac{7}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 8000 = \text{قيمة الدين الثالث} = 8000$$

$$[0,07 - 1] 8000 =$$

$$7440 = 0,93 \times 8000 =$$

∴ قيمة الديون القديمة = 3880 + 5700 + 7440 = 17020 جنيه

ثانياً :- إيجاد قيمة الديون الجديدة

قيمة الدين الأول = 3000 جنيه

$$\left[ \frac{6}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 5000 = \text{قيمة الدين الثاني} = 5000$$

$$[0,06 - 1] 5000 =$$

$$4700 = 0,94 \times 5000 =$$

$$4700 = \text{جنيه}$$

$$\left[ \frac{8}{12} \times \frac{12}{100} - 1 \right] 5000 = \text{قيمة الدين الثالث} = 5000$$

$$[0,08 - 1] 5000 =$$

$$4580 = 0,92 \times 5000 =$$

$$4580 = \text{س}$$

$$\text{قيمة الدين الرابع} = 2 \text{ س} [ \frac{10}{12} \times \frac{12}{100} - 1 ]$$

$$= 2 \text{ س} [ 0,10 - 1 ]$$

$$= 2 \text{ س} \times 0,90$$

$$= 1,8 \text{ س}$$

$$\text{قيمة الدين الخامس} = 4 \text{ س} [ \frac{12}{12} \times \frac{12}{100} - 1 ]$$

$$= 4 \text{ س} [ 0,12 - 1 ]$$

$$= 4 \text{ س} \times 0,88 = 3,52 \text{ س}$$

$$\therefore \text{قيمة الديون الجديدة} = 3000 + 4700 + 0,92 \text{ س} +$$

$$1,8 \text{ س} + 3,52 \text{ س}$$

$$= 7700 + 6,24 \text{ س}$$

ثالثا :- قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$17020 = 7700 + 6,24 \text{ س}$$

$$7700 - 17020 = 6,24 \text{ س}$$

$$9320 = 6,24 \text{ س}$$

$$\therefore \text{س} = 1493,59 \text{ جنيه}$$

القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى {س} = 1493,59 جنيه

والقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية {2س} = 1493,59 × 2 = 2987,18 جنيه

والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة {4س} = 1493,59 × 4 = 5974,36 جنيه

## تمارين الباب الرابع

١- شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- ١٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين
- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور
- ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع فوراً مبلغ ١٤٤٧,٥ جنيه ، ويحرر بالباقي كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية للكبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٣ شهور ، والثانية بعد ٨ شهور ، احسب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٩٪ سنوياً .

٢- شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور

وقد اتفق مع الدائن على أن يدفع له نصف المستحق عليه فوراً ، ويحرر بالباقي كمبيالة جديدة بعد ١٠ شهور ، والمطلوب إيجاد المبلغ الذي يدفعه المدين للدائن عند التسوية ، وما هي القيمة الاسمية للكبيالة الجديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنوياً .

٣- شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٩ شهور

ولم يتمكن المدين من سداد الدين الأول في مواعده ، وقد اتفق مع الدائن في تاريخ استحقاق الدين الثاني على أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما ٥٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٨ شهور والثانية بعد ١٠ شهور ، وان يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا ، احسب المبلغ الذى دفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنويا .

٤- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

- ١٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد شهرين
- ٢٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور
- ٣٥٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور

ولم يتمكن من سداد الدين الأول في مواعده ، واتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على ما يلى :-

١- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ١٥٠٠ جنيها

تستحق الدفع بعد ٤ شهور .

٢- أن يحرر كمبيالتين جديدتين القيمة الاسمية لكل منهما

٢٠٠٠ جنيها تستحق الأولى بعد ٣ شهور والثانية بعد

٦ شهور .

٣- أن يدفع للدائن باقى المستحق عليه نقدا .

والمطلوب :- حساب المبلغ الذى يدفعه المدين نقدا ، إذا علمت أن

معدل الخصم ١٢٪ سنويا .

٥- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٤ شهور
- ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٨ شهور

وقد اتفق مع الدائن على ما يلي :-

- ١- أن يدفع فوراً مبلغ ١٥٠٠ جنيه
- ٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور

٣- أن يحرر بالباقي كمبياليتين جديدتين القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٩ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور

والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٦٪ سنوياً

٦- شخص مدين بالمبالغ الآتية :-

- ٢٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ شهور
- ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ شهور
- ٦٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٧ شهور

وقد اتفق مع الدائن على ما يلي :-

- ١- أن يدفع فوراً مبلغ ٢٠٠٠ جنيه
- ٢- أن يظهر له كمبيالة قيمتها الاسمية ٣٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٦ شهور

٣- أن يحرر بالباقي ٣ كمبيالات جديدة القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى نصف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية والقيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ، فإذا كانت الأولى تستحق الدفع بعد ٨ شهور ، والثانية بعد ١٠ شهور ، والثالثة بعد ١٢ شهر

والمطلوب :- حساب القيمة الاسمية لكل كمبيالة جديدة ، إذا علمت أن معدل الخصم ٨٪ سنوياً

# الباب الخامس

## استهلاك القروض قصيرة الأجل استهلاك القروض قصيرة الأجل

## استهلاك القروض

مع انتشار العمليات التجارية يلجا الكثير من المستثمرين والشركات إلى الاقتراض من البنوك لتوفير السيولة اللازمة ، ومع انتشار عمليات البيع بالتقسيط وما يتبعه من عملية سداد القروض ، وهو ما يسمى بعملية استهلاك القروض أو سداد القروض ، فتوجد طرق مختلفة لسداد القروض من أهمها ما يلي :-

## [ ٥-١ ] سداد القرض وفوائده في نهاية المدة

تستخدم هذه الطريقة في حالة اتفاق المدين مع الدائن على أن يقوم المقترض [ المدين ] بسداد القرض وفوائده في نهاية المدة القرض مرة واحدة ، وفي هذه الحالة فإن المدين يسدد للدائن جملة القرض أى يسدد مبلغ القرض مضافا إليه الفوائد المستحقة ، وتستخدم الصيغة التالية :-

جملة القرض = القرض + الفائدة المستحقة

$$ج = م + ف$$

$$ف = م \times ع \times ن$$

$$ج = م + م \times ع \times ن$$

$$\text{جملة القرض} = \text{القرض} [ ١ + ع \times ن ]$$

$$ج = م [ ١ + ع \times ن ]$$

## مثال [١] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٩ شهور وبمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التي تحملها هذا الشخص ؟

## الحل

$$\therefore \text{جملة القرض} = \text{القرض} [ ١ + ع \times ن ]$$

$$ج = م [ ١ + ع \times ن ]$$

$$\therefore ٥٠٠٠ = ج [ ١ + \frac{٨}{١٠٠} \times ٩ ]$$

$$٥٠٠٠ = [ ١ + ٠,٠٦ ]$$

المبلغ الواجب سداده للبنك =  $١,٠٦ \times ٥٠٠٠ = ٥٣٠٠$  جنيه

مجموع الفوائد التي تحملها الشخص =  $٥٣٠٠ - ٥٠٠٠ = ٣٠٠$  جنيه

## مثال [٢] :-

اقترض شخص مبلغ ٨٠٠٠ جنيه من أحد البنوك في ١/٤/٢٠٠١ واتفق على سداد هذا القرض وفوائده ١/١٠/٢٠٠١ بمعدل ١٢٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التي تحملها هذا الشخص ؟



### الحل

مدة القرض من ٢٠٠١/٤/١ حتى ٢٠٠١/١٠/١  
مدة القرض = ٦ شهور

∴ جملة القرض = القرض [ ١ + ع × ن ]

$$ج = م [ ١ + ع × ن ]$$

$$∴ ٨٠٠٠ = ج [ ١ + \frac{١٢}{١٠٠} × \frac{١٢}{٦} ]$$

$$٨٠٠٠ = [ ١ + ٠,٠٦ ]$$

المبلغ الواجب سداده للبنك = ١,٠٦ × ٨٠٠٠ = ٨٤٨٠ جنيه .

مجموع الفوائد التي تحملها الشخص = ٨٤٨٠ - ٨٠٠٠ = ٤٨٠ جنيه

مثال [٣] :-

اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك ، واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٩ شهور ، و أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٥٣٠٠ جنيه في نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ٨٪ سنويا ، أوجد أصل القرض ؟

### الحل

$$∴ ج = م [ ١ + ع × ن ]$$

$$\begin{aligned} \therefore M &= \frac{5300}{[1 + \frac{9}{100} \times \frac{8}{12}]} \\ &= \frac{5300}{[1,06]} = \text{أصل المبلغ [م]} = 5000 \text{ جنيه.} \end{aligned}$$

### مثال [٤] :-

اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده في نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٤٢٧٠ جنيه في نهاية مدة القرض ، وإذا كان معدل ٩٪ سنويا ، فما هي مدة القرض ؟

### الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{جملة القرض} &= \text{القرض} [1 + \frac{9}{100} \times N] \\ 4270 &= 4000 [1 + \frac{9}{100} \times N] \end{aligned}$$

$$4270 = 4000 + 360N$$

$$4270 - 4000 = 360N$$

$$270 = 360N$$

$$\therefore N = 0,75 \text{ سنة}$$

$$\therefore \text{مدة القرض} = 0,75 \times 12 = 9 \text{ شهور}$$

[٥-٢] سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا

طبقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض وفوائده على أقساط متساوية في نهاية كل فترة زمنية قد تكون في نهاية كل شهر أو في نهاية كل شهرين أو في نهاية كل ثلاث أشهر أو على حسب المتفق عليه بين المدين والدائن ، وبصفة عامة فان القسط المتساوي يشتمل على جزء من الأصل والذي يعرف بالاستهلاك والجزء الآخر من الفوائد المستحقة على الرصيد المتبقى من الأصل ، وفي جميع الأحوال يمثل القسط المتساوي دفعة عادية متساوية ، بحيث تكون جملة الأقساط المسددة مساوية لجملة القرض ، ويمكن إيجاد القسط المتساوي بتطبيق القاعدة التالية :-

$$\text{جملة القرض} = \text{جملة الأقساط}$$

القرض  $[1 + c \times n]$  = القسط  $\times$  عدد الأقساط + القسط  $\times c \times$  مجموع مدد الأقساط  
وسوف نرمز للقرض بالرمز { م } والقسط المتساوي بالرمز { س } أي أن :-

$m = [1 + c \times n] \times s + c \times s \times$  مجموع مدد الأقساط  
وسوف يتم حساب مجموع مدد الأقساط بنفس طريقة حساب مجموع الاستثمار السابق دراستها الجزء الخاص بالدفعات المتساوية ، وبالتالي تكون كما يلي :-  
عدد الأقساط  
مجموع مدد الأقساط =  $\frac{\text{عدد الأقساط}}{\text{مدة القسط الأول} + \text{مدة القسط الأخير}}$

مثال [٥] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معاً لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٩٪ سنوياً ، فالمطلوب حساب كلا من :-

- ١- القسط المتساوي .
- ٢- مجموع الفوائد التي يتحملها هذا الشخص .

الحل

أولاً :- إيجاد القسط المتساوي

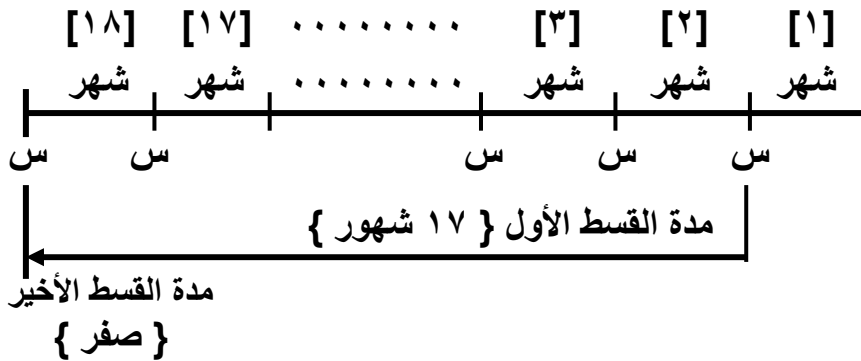
يجب أن نتذكر أن الأقساط المتساوية تدفع في نهاية كل شهر حيث أن القسط المتساوي يمثل دفعة عادية متساوية ، وبالتالي فإن المدين يقوم بسداد ١٨ قسطاً متساوياً ، أي أن :-

$$\text{عدد الأقساط} = ١٨$$

$$\text{ومدة القسط الأول} = ١٧ \text{ شهر}$$

$$\text{مدة القسط الأخير} = \text{صفر}$$

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{18}{2} \times \{0 + 17\} = 153 \text{ شهرا}$$

∴ جملة القرض = جملة الأقساط

$$م [ع \times ن + 1] = س \times \text{عدد الأقساط} + س \times ع \times \text{مجموع مدد الأقساط}$$

$$5000 = [1,05 \times \frac{9}{100} + 1] \times س + 18 \times س \times \frac{9}{100} \times \frac{153}{12}$$

$$5000 = [1,135] \times س + 18 \times س = 1,1475 \times س$$

$$5675 = 19,1475 \times س$$

∴ س { القسط المتساوي } = 296,383 جنيه

**مثال ٦ :- إيجاد مجموع الفوائد**

مجموع الفوائد التي تحملها المدين = مجموع الأقساط المدفوعة - القرض  
= القسط المتساوي  $\times$  عدد الأقساط - القرض

$$\therefore \text{مجموع الفوائد} = 18 \times 296,383 - 5000 = 5334,894$$

$$= 5334,894 - 5000 = 334,894 \text{ جنيه}$$

**مثال [٦] :-**

اشترى شخص ثلاجة بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه ، وتعهد بسداد ثمنها على ٩ أقساط متساوية يتم دفعها كل شهرين { من الأصل والفوائد معا } ، قيمة القسط المتساوي ٢٣٢,٩٠٦ جنيه ، والمطلوب إيجاد معدل الفائدة البسيطة ؟

**الحل**

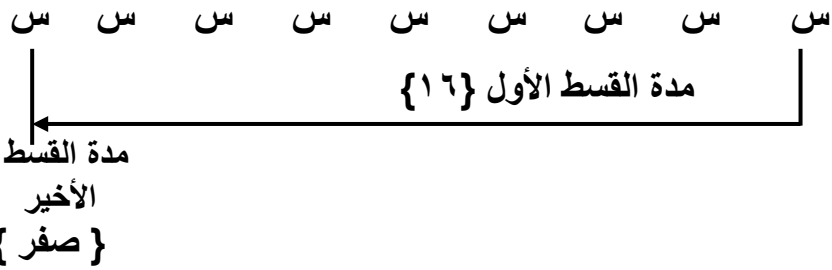
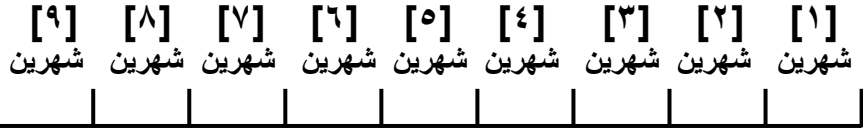
يجب أن تتذكر أن الأقساط المتساوية تدفع كل شهرين ، وحيث أن الشخص المدين يقوم بسداد ٩ أقساط فقط فإن عدد الأقساط هو ٩ أقساط متساوية ، وبالتالي فإن مدة دفع الأقساط هي سنة ونصف أي ١٨ شهرا ، كما أن القسط المتساوي يمثل دفعة عادية متساوية ، أي أن :-

$$\text{عدد الأقساط} = ٩$$

$$\text{ومدة القسط الأول} = ١٦ \text{ شهر}$$

$$\text{مدة القسط الأخير} = \text{صفر}$$

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{٩}{٢} \{ ٠ + ١٦ \} = ٧٢ \text{ شهرا}$$

∴ جملة القرض = جملة الأقساط

$$م [١ + ع × ن] = س × \text{عدد الأقساط} + س × ع × \text{مجموع مدد الأقساط}$$

$$\frac{72}{12} \times E \times 232,906 + 9 \times 232,906 = [1,05 \times E + 1] 2000$$

$$E 1397,436 + 2096,154 = 1,05 \times E \times 2000 + 2000$$

$$E 1397,436 + 2096,154 = E 3000 + 2000$$

$$2000 - 2096,154 = E 1397,436 - E 3000$$

$$96,154 = E 1602,564$$

$$\frac{96,154}{1602,564} = E$$

$$\therefore \text{المعدل } \{E\} = 0,06 \times 100 = 6\%$$

مثال [٧] :-

اشترى شخص سيارة قيمتها ٦٠٠٠٠ جنية ، واتفق مع البائع على ان يدفع ربع القيمة فوراً ، ويسدد الباقي على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ١٢٪ سنوياً ، فالمطلوب حساب كلا من :-

- ١- القسط المتساوي .
- ٢- مجموع الفوائد التي يتحملها المشتري .

الحل

$$\text{المبلغ المدفوع نقدا عند الشراء} = 6000 = \frac{1}{4} \times 15000 = \text{جنيه}$$

$$\text{المبلغ الباقي من ثمن السيارة للتقسيط [القرض]} = 15000 - 6000 = 9000 = \text{جنيه}$$

### أولا :- إيجاد القسط المتساوي

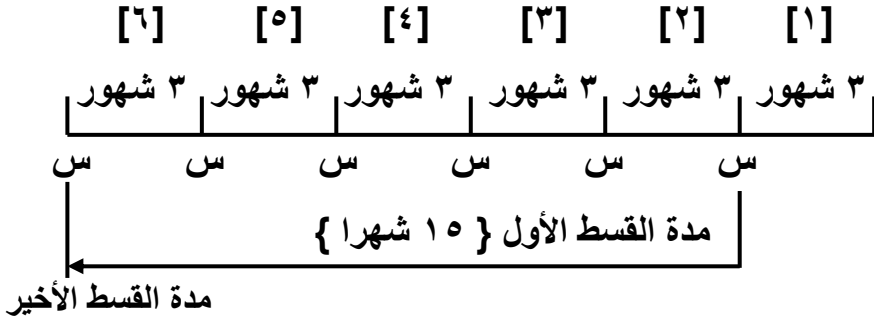
يجب أن نتذكر أن الأقساط المتساوية ربع سنوية أى تدفع كل ٣ شهور ، وحيث أن المشتري يقوم بسداد أقساط لمدة سنة ونصف [ ١٨ شهر ] ، فإنه يقوم بدفع ٦ أقساط متساوية فقط خلال تلك المدة ، كما أن القسط المتساوي يمثل دفعة عادية متساوية ، أى أن :-

$$\text{عدد الأقساط} = 6$$

$$\text{ومدة القسط الأول} = 15 \text{ شهر}$$

$$\text{مدة القسط الأخير} = \text{صفر}$$

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



مدة القسط الأخير

{ صفر }

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{6}{2} \{ 0 + 15 \} = 45 \text{ شهرا}$$



$$\begin{aligned} \text{جملة القرض} &= \text{جملة الأقساط} \\ \text{م} [ \text{ع} + \text{ن} ] &= \text{س} \times \text{عدد الأقساط} + \text{س} \times \text{ع} \times \text{مجموع مدد الأقساط} \\ 45000 &= [ 1,0 \times \frac{\text{س}}{1,0} + 1 ] \times \frac{\text{س}}{1,0} \times 6 + \text{س} \times \frac{\text{س}}{1,0} \times \frac{1}{1,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45000 &= [ 1,18 ] \text{س} + 0,45 \text{س} \\ 53100 &= 6,45 \text{س} \end{aligned}$$

∴ س { القسط المتساوى } = 8232,558 جنيه

ثانياً :- إيجاد مجموع الفوائد

مجموع الفوائد التى تحملها المدين = مجموع الأقساط المدفوعة - القرض  
= القسط المتساوى × عدد الأقساط - القرض

$$\begin{aligned} \text{∴ مجموع الفوائد التى يتحملها المشتري} &= 8232,558 \times 6 - 45000 \\ &= 49395,348 - 45000 \\ &= 4395,348 \text{ جنيه} \end{aligned}$$

مثال [8] :-

اقترض شخص مبلغ 5000 جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على 4 أقساط متساوية ربع سنوية { من الأصل والفوائد معا } فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو 9% سنويا ، فالمطلوب حساب كلاً من :-

- 1- القسط المتساوى .
- 2- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص .
- 3- تصوير جدول الاستهلاك .

الحل

### أولا :- إيجاد القسط المتساوي

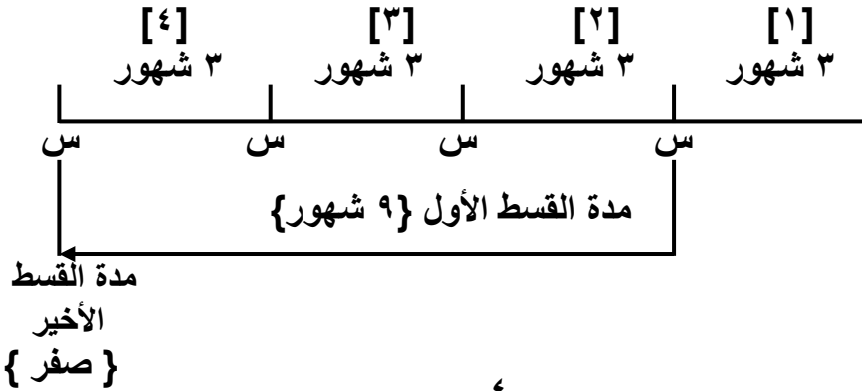
يجب أن نتذكر أن الأقساط المتساوية ربع سنوية أي تدفع كل ٣ شهور ، وحيث أن الشخص المدين يقوم بسداد ٤ أقساط فقط فان عدد الأقساط هو ٤ أقساط متساوية ، وبالتالي فان مدة دفع الأقساط هي سنة كاملة أي ١٢ شهرا ، كما أن القسط المتساوي يمثل دفعة عادية متساوية ، أي أن :-

عدد الأقساط = ٤

ومدة القسط الأول = ٩ شهور

مدة القسط الأخير = صفر

ويمكن بيان ذلك من الشكل التالي :-



$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{4}{2} \{ 0 + 9 \} = 18 \text{ شهرا}$$

∴ جملة القرض = جملة الأقساط

$$م [ ١ + ع \times ن ] = س \times \text{عدد الأقساط} + س \times ع \times \text{مجموع مدد الأقساط}$$

$$5000 = \left[ 1 \times \frac{9}{100} + 1 \right] \times \frac{9}{12} \times س + 4 \times س$$

$$5000 = [1,09] س + 4,135 س$$

$$5450 = 4,135 س$$

∴ س { القسط المتساوى } = 1318,017 جنيه

**كـ ثانيا :- إيجاد مجموع الفوائد**

مجموع الفوائد التى تحملها المدين = مجموع الأقساط المدفوعة - القرض  
= القسط المتساوى × عدد الأقساط - القرض

$$∴ \text{مجموع الفوائد} = 1318,017 \times 4 - 5000$$

$$= 5272,068 - 5000 = 272,068 \text{ جنيه}$$

**كـ ثالثا :- تصوير جدول الاستهلاك**

جدول الاستهلاك هو عبارة عن حساب له جانبين ، يقيد فى الجانب الأيمن منه [ المدين ] مبلغ القرض مضافا إليه الفوائد المستحقة عليه عن مدة القرض كلها ، أما الجانب الأيسر منه [ الدائن ] فيقيد فيه الأقساط المتساوية مضافا إليها الفائدة المستحقة على كل قسط على حده .

ويمكن بيان الفوائد المستحقة على الأقساط كما يلى :-

$$\text{فائدة القسط الأول} = 1318,017 \times \frac{9}{100} \times \frac{9}{12} = 88,966 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة القسط الثانى} = 1318.017 \times \frac{9}{100} \times \frac{6}{12} = 59,311 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة القسط الثالث} = 1318.017 \times \frac{9}{100} \times \frac{3}{12} = 29,655 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة القسط الرابع} = 1318.017 \times \frac{9}{100} \times \frac{0}{12} = \text{صفر}$$

وبالتالى يمكن تصوير جدول الاستهلاك على الوجه التالى :-  
**جدول الاستهلاك**

المبلغ	البيان	المبلغ	البيان
٥٠٠٠	القرض	١٣١٨,٠١٧	القسط الأول
٤٥٠	فائدة القرض لمدة سنة	٨٨,٩٦٦	فائدة القسط الأول لمدة ٩ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الثانى
		٥٩,٣١١	فائدة القسط الثانى لمدة ٦ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الثالث
		٢٩,٦٥٥	فائدة القسط الثالث لمدة ٣ شهور
		١٣١٨,٠١٧	القسط الرابع
		صفر	لا يستحق القسط الرابع اى فائدة
٥٤٥٠	جملة القرض	٥٤٥٠,٠٠٠	جملة الأقساط

## [٣-٥] سداد القرض في نهاية المدة والفوائد بصورة دورية

تستخدم هذه الطريقة في حالة اتفاق المدين مع الدائن على أن يقوم المدين بسداد القرض في نهاية المدة ، ويسدد الفوائد على فترات زمنية متساوية قد تكون آخر كل شهر أو كل شهرين أو كل ٣ شهور أو كل ستة شهور فإن الفائدة التي يدفعها المدين في نهاية كل فترة زمنية تسمى بالفوائد الدورية .

ومن الناحية العملية فإن هذه الطريقة تحقق فائدة للدائن حيث يكون بإمكانه إعادة استثمار الفوائد الدورية بمجرد الحصول عليها ، هذا بالإضافة إلى تحمل المدين للفوائد التي يتأخر عن سدادها في مواعيدها بمعدل فائدة أعلى ، كما أنها تحقق فائدة للمدين فبدلاً من دفع الفائدة المستحقة عليه مرة واحدة في نهاية مدة القرض تدفع مجزأة خلال مدة القرض ، ونستخدم الأسلوب التالي في حساب الفوائد الدورية ، و إجمالي ما يسدده المدين للدائن ، وكذلك إجمالي ما يحصل عليه الدائن من فوائد ، هذا بالإضافة إلى حساب معدل الفائدة الإجمالي السنوي الذي يحققه الدائن من خلال الخطوات التالية :-

١- الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض × الفترة الزمنية الواحدة .

٢- جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية الواحدة × عدد فوائد التأخير + الفائدة الدورية × معدل فائدة التأخير × مجموع مدد التأخير .

$$3- \text{جملة فوائد الاستثمار} = \text{الفائدة الدورية الواحدة} \times \text{عدد فوائد الاستثمار} + \text{الفائدة الدورية} \times \text{معدل فائدة الاستثمار} \times \text{مجموع مدد الاستثمار}$$

$$4- \text{معدل الفائدة الإجمالى السنوى} = \frac{\text{مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن}}{\text{القرض [ م ]} \times \text{المدة [ ن ]}}$$

مثال [٩] :-

اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ٨٪ سنويا .  
والمطلوب حساب المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض .

**الحل**

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = \text{مبلغ القرض} \times \text{معدل الفائدة على القرض} \times \text{الفترة الزمنية الواحدة}$$

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = 3000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{2} = 90 \text{ جنيه}$$

ك إيجاد المبلغ الذي دفعه المدين في نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالي :-

[٩]	[٨]	[٧]	[٦]	[٥]	[٤]	[٣]	[٢]	[١]
شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين
٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠	٣٠

مدة الفائدة الأولى {٦}

مدة الفائدة الأخيرة

{ صفر }

أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = ٤

ومدة الفائدة الأولى = ٦ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{٤}{٣} \{ ٠ + ٦ \} = ١٢ \text{ شهرا}$$

وحيث أن :-

جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع مدد

$$= ٣٠ \times ٤ + ٣٠ \times \frac{١٢}{٣}$$

$$= ١٢٠ + ١٢٢,٤ = ٢٤٢,٤ \text{ جنيه}$$

المبلغ الذي دفعه المدين في نهاية المدة = القرض + جملة فوائد التأخير

$$= ٣٠٠٠ + ١٢٢,٤ =$$

$$= ٣١٢٢,٤ \text{ جنيه}$$

مثال [١٠] :-

اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض في نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، فإذا علمت أن المبلغ الذى دفعه المدين للدائن في نهاية مدة القرض ٣١٢٢,٤ جنيه ، فما هو معدل فوائد تأخير ؟

**الحل**

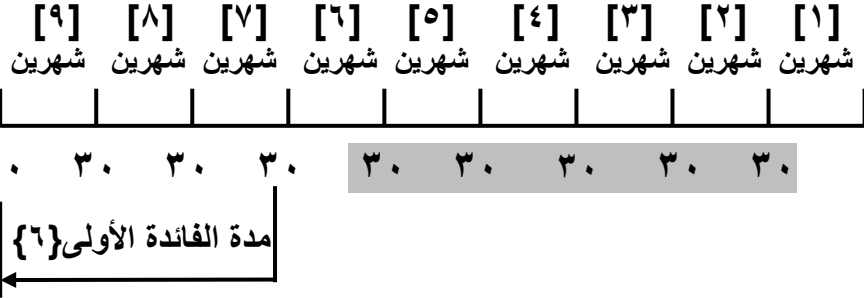
الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض ×

الفترة الزمنية الواحدة .

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = ٣٠٠٠ \times \frac{١}{١٠٠} \times \frac{١}{٢} = ١٥ \text{ جنيه}$$

إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين في نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



مدة الفائدة الأخيرة  
{ صفر }



أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = ٤

ومدة الفائدة الأولى = ٦ شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{٤}{٣} \{ ٠ + ٦ \} = ١٢ \text{ شهرا}$$

وحيث أن :-

جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع مدد

$$\frac{١٢}{١٢} \times ع \times ٣٠ + ٤ \times ٣٠ =$$

$$ع ٣٠ + ١٢٠ =$$

المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة = القرض + جملة فوائد التأخير

$$ع ٣٠ + ١٢٠ + ٣٠٠٠ = ٣١٢٢,٤$$

$$ع ٣٠ + ٣١٢٠ = ٣١٢٢,٤$$

$$ع ٣٠ = ٣١٢٠ - ٣١٢٢,٤$$

$$ع ٣٠ = ٢,٤$$

$$\frac{٢,٤}{٣٠} = ع$$

∴ معدل فائدة التأخير { ع } = ٠,٠٨ × ١٠٠ = ٨%

## مثال [١١] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ٦٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض في نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الأربع الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض في نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ٩٪ سنويا .

والمطلوب حساب كلا من :-

- ١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن في نهاية مدة القرض .
- ٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ٤٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن .

- ٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن .

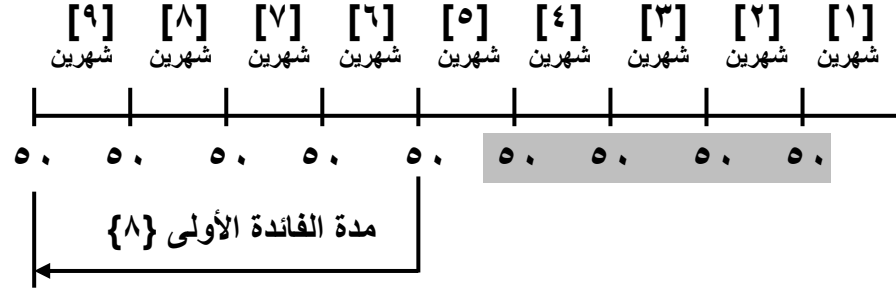
## الحل

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = \text{مبلغ القرض} \times \text{معدل الفائدة على القرض} \times \text{الفترة الزمنية الواحدة}$$

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = ٥٠٠٠ \times \frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١}{٢} = ١٥ \text{ جنيه}$$

أولاً:- إيجاد المبلغ الذى دفعه المدين في نهاية مدة القرض

يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالى :-



مدة الفائدة الأخيرة  
{ صفر }

أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = 5

ومدة الفائدة الأولى = 8 شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{5}{2} = \{ 0 + 8 \} = 20 \text{ شهرا}$$

وحيث ان :-

جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع مدد

$$\frac{5}{12} \times \frac{50}{100} \times 50 + 5 \times 50 =$$

$$7,5 + 250 =$$

$$= 257,5 \text{ جنيه}$$

المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة = القرض + جملة فوائد التأخير

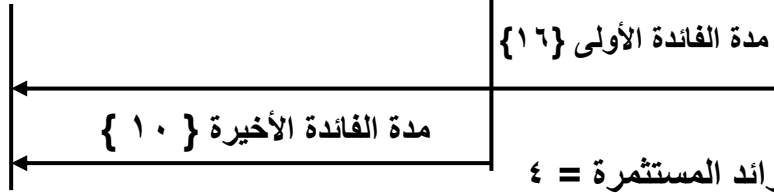
$$= 257,5 + 5000 = 5257,5 \text{ جنيه}$$

ثانياً :- إيجاد مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن

يمكن إيضاح فوائد الاستثمار من الشكل التالي :-

[٩]	[٨]	[٧]	[٦]	[٥]	[٤]	[٣]	[٢]	[١]
شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين	شهرين

٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠ ٥٠



عدد الفوائد المستثمرة = ٤

ومدة الفائدة الأولى = ١٦ شهر

مدة الفائدة الأخيرة = ١٠ شهر

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{\{ ١٠ + ١٦ \}}{٢} = ٥٢ \text{ شهرا}$$

وحيث أن :-

جملة فوائد الاستثمار = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع مدد

$$= ٤ \times ٥٠ + \frac{١٠ + ١٦}{٢} \times ٥٠ =$$

$$= ٢٠٠ + ٨,٦٦٧ =$$

$$= ٢٠٨,٦٦٧ \text{ جنيه}$$

مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن = جملة فوائد التأخير + جملة فوائد الاستثمار

$$= ٢٠٨,٦٦٧ + ٢٥٧,٥ =$$

$$= ٤٦٦,١٦٧ \text{ جنيه}$$

مثال ثالثاً:- إيجاد معدل الفائدة الإجمالي السنوي الذي حققه الدائن  
مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن

$$\text{معدل الفائدة الإجمالي السنوي} = \frac{\text{القرض [ م ] } \times \text{المدة [ ن ]}}{\text{مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن}}$$

$$= \frac{٤٦٦,١٦٧}{١,٥ \times ٥٠٠٠}$$

$$= ١٠٠ \times ٠,٠٦٢١٦$$

$$= ٦,٢١٦ \% \quad \text{ع}$$

مثال [ ١٢ ] :-

اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل  
فائدة بسيطة هو ٨٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة  
بصفة دورية آخر كل ٣ شهور ويسدد القرض في نهاية المدة ، وبعد  
سداد الفوائد الثلاث الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق  
مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض في نهاية مدة  
القرض بمعدل فوائد تأخير ١٠٪ سنويا .

والمطلوب حساب كلا من :-

- ١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن في نهاية مدة القرض .
- ٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها  
بمعدل ٦٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التي حصل عليها  
الدائن .

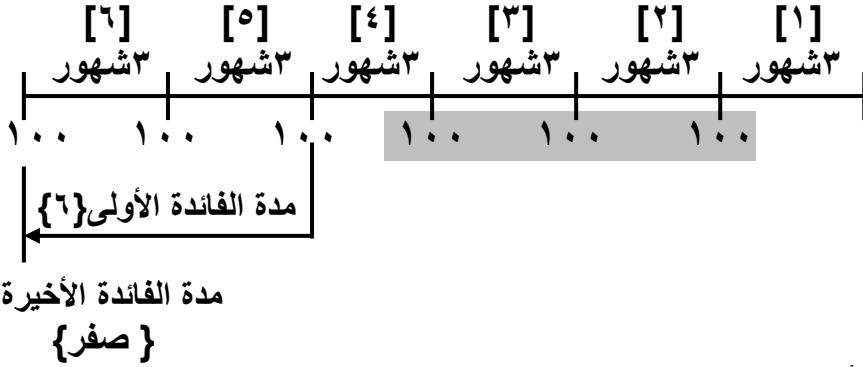
- ٣- ما هو معدل الفائدة السنوي الذي حققه الدائن .

الحل

الفائدة الدورية الواحدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة على القرض ×  
الفترة الزمنية الواحدة .  
٣

$$\text{الفائدة الدورية الواحدة} = 5000 \times \frac{1}{100} \times \frac{3}{12} = 100 \text{ جنيه}$$

أولاً:- إيجاد المبلغ الذي دفعه المدين في نهاية مدة القرض  
يمكن إيضاح فوائد التأخير من الشكل التالي :-



أى أن :-

عدد الفوائد المتأخرة = 3

ومدة الفائدة الأولى = 6 شهور

مدة الفائدة الأخيرة = صفر

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{3}{2} = \{ 6 + 0 \} = 9 \text{ شهور}$$

وحيث أن :-

جملة فوائد التأخير = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع المدد

$$\frac{9}{12} \times \frac{10}{100} \times 1000 + 3 \times 1000 =$$

$$7,5 + 3000 =$$

$$= 307,5 \text{ جنيه}$$

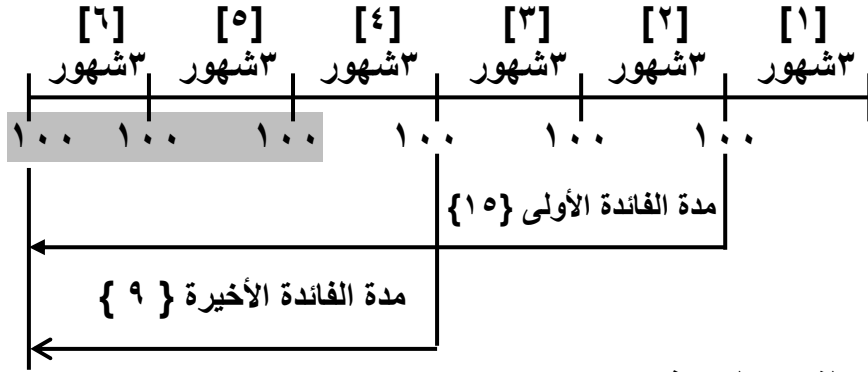
المبلغ الذى دفعه المدين فى نهاية المدة = القرض + جملة فوائد التأخير

$$307,5 + 5000 =$$

$$= 5307,5 \text{ جنيه}$$

ثانياً :- إيجاد مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن

يمكن إيضاح فوائد الاستثمار من الشكل التالى :-



عدد الفوائد المستثمرة = 3

ومدة الفائدة الأولى = 15 شهور

مدة الفائدة الأخيرة = 9 شهور

$$\text{مجموع مدد الأقساط} = \frac{\{ 9 + 15 \}}{3} = 36 \text{ شهرا}$$

وحيث أن :-

جملة فوائد الاستثمار = الفائدة الدورية × عدد الفوائد + الفائدة الدورية × مجموع المدد

$$\frac{36}{12} \times \frac{6}{100} \times 100 + 3 \times 100 =$$

$$18 + 300 =$$

$$= 318 \text{ جنيه}$$

مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن = جملة فوائد التأخير + جملة فوائد الاستثمار

$$318 + 307,5 =$$

$$= 625,5 \text{ جنيه}$$

مثال ثالث: إيجاد معدل الفائدة الإجمالي السنوي الذي حققه الدائن

معدل الفائدة الإجمالي السنوي =  $\frac{\text{مجموع الفوائد التي حصل عليها الدائن}}{\text{القرض [ م ] } \times \text{المدة [ ن ]}}$

$$= \frac{625,5}{1,5 \times 5000}$$

$$= 100 \times 0,0834$$

$$= 8,34\% \quad \text{ع}$$



### تمارين الباب الخامس

- ١- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٨ شهور وبمعدل ١٢٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التي تحملها هذا الشخص ؟
- ٢- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك في ٢٠٠١/٥/١ واتفق على سداد هذا القرض وفوائده في ٢٠٠١/١١/١ بمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك ، وما مجموع الفوائد التي تحملها هذا الشخص ؟
- ٣- اقترض شخص مبلغ ما من أحد البنوك ، واتفق على سداد هذا القرض وفوائده بعد ٨ شهور ، و أن هذا الشخص قام بسداد مبلغ ٦٤٨٠ جنيه في نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن البنك يحسب الفوائد البسيطة بمعدل ١٢٪ سنويا ، أوجد أصل القرض ؟
- ٤- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك واتفق على سداد هذا القرض وفوائده في نهاية مدة القرض ، فإذا علمت أن هذا قام بسداد مبلغ ٥٣٠٠ جنيه في نهاية مدة القرض ، وإذا كان معدل ٨٪ سنويا ، فما هي مدة القرض ؟
- ٥- اقترض شخص مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهده بسداد القرض على أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٨٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-
  - ١- القسط المتساوي .
  - ٢- مجموع الفوائد التي يتحملها هذا الشخص .

- ٦- اشترى شخص ثلاجة بمبلغ ٣٠٠٠ جنيه ، وتعهد بسداد ثمنها على ٩ أقساط متساوية يتم دفعها كل شهرين { من الأصل والفوائد معا } ، قيمة القسط المتساوى ٤٣٠,٤٣ جنيه ، والمطلوب إيجاد معدل الفائدة البسيطة ؟
- ٧- اشترى شخص سيارة قيمتها ٨٠٠٠٠ جنيه ، واتفق مع البائع على أن يدفع ربع القيمة فوراً ، ويسدد الباقي على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف ، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ٨٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-
- ١- القسط المتساوى .
  - ٢- مجموع الفوائد التى يتحملها المشتري .
- ٨- اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من بنك مصر ، وتعهد بسداد القرض على ٤ أقساط متساوية ربع سنوية { من الأصل والفوائد معا } فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو ١٢٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-
- ١- القسط المتساوى .
  - ٢- مجموع الفوائد التى يتحملها هذا الشخص .
  - ٣- تصوير جدول الاستهلاك .
- ٩- اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٦٪ سنويا . والمطلوب حساب المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض .

١٠- اقترض شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الخمس الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، فإذا علمت أن المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض ٣٢٤٩,٦ جنيه ، فما هو معدل فوائد تأخير ؟

١١- اقترض شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل شهرين ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الأربعة الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٥٪ سنويا ، فالمطلوب حساب كلا من :-

- ١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض .
- ٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ٨٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن .
- ٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن .

١٢- اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه لمدة سنة ونصف ، وبمعدل فائدة بسيطة هو ١٢٪ سنويا ، على أن يقوم بدفع الفوائد المستحقة بصفة دورية آخر كل ٣ شهور ويسدد القرض فى نهاية المدة ، وبعد سداد الفوائد الثلاث الأولى تأخر عن دفع باقى الفوائد الدورية ، واتفق مع الدائن على سداد الفوائد المتبقية مع مبلغ القرض فى نهاية مدة القرض بمعدل فوائد تأخير ١٥٪ سنويا .

والمطلوب حساب كلا من :-

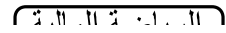
- ١- المبلغ الذى دفعه المدين للدائن فى نهاية مدة القرض .
- ٢- فإذا علمت أن الدائن استثمر الفوائد الدورية بمجرد حصوله عليها بمعدل ١٠٪ سنويا ، فما هو مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن .
- ٣- ما هو معدل الفائدة السنوى الذى حققه الدائن .

٨ ٥

الجملة والفائدة المركبة لمبلغ

## محتويات الباب السادس

- (١-٦) مقدمه
- (٢-٦) الرموز المستخدمة
- (٣-٦) القانون الأساسي للجملة بفائدة مركبة
- (٤-٦) العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة
- (٥-٦) طرق حساب معامل التجميع (١ + ع)<sup>ن</sup>
- (٦-٦) تعلية الفائدة أكثر من مرة خلال العام
- (٧-٦) إيجاد الجملة إذا كانت المدة تحتوي على كسر
- (٨-٦) حساب عوامل الفائدة المركبة
- (٩-٦) المعدل الحقيقي والمعدل الاسمي
- (١٠-٦) تمارين



## (٦-١) مقدمة:

يعتبر المال أساس الحياة الاقتصادية وهو الأساس المنطقي والمتفق عليه للتبادل التجاري سواء كان سلعيًا أو خدميًا، وكذلك فهو الأساس المقبول لتقدير قيم السلع والخدمات ويظهر استخدام الأموال المملوكة للأشخاص سواء كانوا طبيعيين أو اعتباريين في صورتين أساسيتين هما:

## الاستهلاك:

ويعرف الاستهلاك بأنه استخدام الأموال المملوكة للأشخاص في إشباع الحاجات المختلفة لهم حسب سلم التفضيل الخاص بكل منهم، وذلك بالحصول على ما يحتاجونه من سلع وخدمات مختلفة من الغير مقابل التنازل عن هذه الأموال.

## الادخار:

ويعرف الادخار بأنه عدم استخدام الأموال المملوكة في الاستهلاك بل يتم الاحتفاظ بها لوقت الاحتياج إليها، والادخار غالباً ما يأخذ إحدى صورتين التاليتين:

**الاكتناز:** أي الاحتفاظ بالأموال المملوكة لدى الشخص المالك لها دون أي توظيف لها.

**الاستثمار:** أي توظيف وتشغيل هذه الأموال في المجالات الاقتصادية المختلفة. وحيث أننا نحيا في ظل اقتصاد متحرك فمما لاشك فيه أن الصورة الثانية من أشكال الادخار تعتبر بحق أفضل صور الادخار لما تحققه من فائدة لكل صاحب الأموال الذي سوف نطلق عليه المستثمر وكذلك ما سوف يستفيده الغير

من المتعاملين من تلك الأموال المستثمرة، وكذلك ما يمثله من قيمة مضافة للنتائج القومي طالما أحسن المستثمر توظيف أمواله.

تعرف الفائدة المركبة:

بأنها عائد رأس المال المستثمر الذي يتم حسابه في نهاية مدة الاستثمار، ويتم حساب هذا العائد في نهاية كل فترة زمنية على أساس أصل المبلغ المستثمر مضافاً إليه الفوائد المحققة في الفترات الزمنية السابقة.

ومن هذا التعريف نستنتج أن:

- ١ - الفائدة المركبة هي ثمن تشغيل رأس المال كعامل من عوامل الإنتاج.
- ٢ - الفائدة المركبة تحسب على أساس المبلغ الأصلي المستثمر بالإضافة للفوائد التي تم حسابها عن الفترات السابقة. ومن هذا التعريف نجد أن المبلغ الذي يحسب على أساسه الفائدة المركبة في تزايد مستمر بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة بعكس الفائدة البسيطة التي تتسم بثبات المبلغ الذي يحسب على أساسه الفائدة وهو أصل المبلغ المستثمر فقط.

ويلاحظ ما يلي:

- ١ - في حالة ما إذا كانت مدة الاستثمار فترة استثمارية واحدة، فإن أصل المبلغ الذي سوف تحسب على أساسه الفائدة سواء كانت بسيطة أو مركبة واحد في الحالتين حيث أنه يساوي أصل المبلغ المستثمر حيث لم تتكون أي فوائد بعد في حالة الفائدة المركبة، فمع ثبات هذا الأصل وثبات المعدل المستخدم في حساب الفائدة فإن الفائدة البسيطة = الفائدة المركبة.



٢- في حالة إذا كانت مدة الاستثمار أكبر من فترة استثمارية واحدة وحتى ولو بكسر فترة زمنية، فمع ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في حساب الفائدة، فإن الفائدة المركبة المحسوبة تكون أكبر من الفائدة البسيطة المحسوبة، وذلك لأن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة يكون أكبر من أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة البسيطة بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة.

٣- الفائدة المركبة المستحقة عن مبلغ معين وبمعدل محدد تكون في زيادة مستمرة من فترة استثمارية لأخرى ودون توقف حيث أن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة في زيادة مستمرة من فترة استثمارية لأخرى بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة، في حين أن الفائدة البسيطة تكون ثابتة من فترة لأخرى في حالة ثبات العوامل المؤثرة في حسابها لثبات أصل المبلغ المحسوب على أساسه الفائدة البسيطة.

ولذا، فإن من وجهة نظر الاستثمار الكفاء أن الفائدة المركبة يفضل استخدامها في حالة الاستثمارات طويلة الأجل نسبياً والتي تتعدى فيها مدة الاستثمار فترة استثمارية واحدة.

### (٦-٢) الرموز المستخدمة:

أ الأصل أو المبلغ المستثمر

ب جملة المبلغ المستثمر في نهاية مدة الاستثمار

ف مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الاستثمار

ع معدل الفائدة الحقيقي السنوي

ع معدل الفائدة الحقيقي الغير سنوي

ع معدل الفائدة الاسمي السنوي

ن المدة الكلية بالسنوات الصحيحة

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

ت عدد مرات إضافة الفائدة خلال المدة الكلية ن

### (٦-٣) القانون الأساسي للجملة بفائدة مركبة:

بفرض أن أصل المبلغ المستثمر أ يستثمر بمعدل فائدة مركبة حقيقي

سنوي ع ولمدة ن من السنوات الصحيحة حيث يتم حساب الفائدة في نهاية

كل سنة من السنوات وعلى ذلك نجد أن:

$$١ = أ \times ع \times ١$$

حيث:

ف<sub>١</sub> ترمز لفائدة السنة الأولى

أ ترمز لأصل المبلغ المستثمر

ع ترمز لمعدل الفائدة الحقيقي السنوي

١ مدة الاستثمار

أي أن:

$$ف = أ \times ع$$

وبالتالي فإن:

الجملة في نهاية السنة الأولى = أصل المبلغ المستثمر + الفائدة المستحقة

عن السنة الأولى

أي أن:

$$\text{حـ} = أ + أع = أ(ع + ١)$$

فائدة السنة الثانية = جملة المتكون في نهاية السنة الأولى × معدل الفائدة الحقيقي السنوي × مدة الاستثمار

أي أن:

$$\text{ف} = أ(ع + ١) = ع × أ(ع + ١)$$

ومن ثم تصبح الجملة في نهاية السنة الثانية كما يلي:

جملة المتكون في نهاية السنة الثانية = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية + الفائدة المستحقة عن السنة الثانية

أي أن:

$$\text{جـ} = أ(ع + ١) + أع(ع + ١) = أ(ع + ١)^2$$

فائدة السنة الثالثة = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية × المعدل × المدة

أي أن:

$$\text{ف} = أ(ع + ١)^2 = ع × أ(ع + ١)^2$$

جملة المتكون في نهاية السنة الثالثة = جملة المتكون في نهاية السنة الثانية + الفائدة المستحقة عن السنة الثالثة

أي أن:

$$\text{جـ} = أ(ع + ١)^2 + أع(ع + ١)^2 = أ(ع + ١)^3$$

وهكذا نجد أن:

$$\text{جـ} = أ(ع + ١)^4$$

ثم حاول أن توجد قيمة جـ بنفس الطريقة فسوف تجد أنها تساوي

ما يلي:

$$\text{حـ} = \text{أ} (1 + \text{ع})^{\circ}$$

وفي النهاية نجد أن:

$$\text{جـ} = \text{أ} (1 + \text{ع})^{\text{ن}}$$

حيث:

حـ ترمز للجملة في نهاية مدة الاستثمار الكلية

أ ترمز لأصل المبلغ المستثمر

ع ترمز لمعدل الفائدة الحقيقي السنوي

ن: مدة الاستثمار الكلية بالسنوات الصحيحة

وللحصول على قيمة الفائدة المركبة الكلية المستحقة خلال المدة

الكلية ن فإنه يمكن إيجادها كما يلي:

الفائدة المركبة الكلية المستحقة خلال المدة الكلية ن هي الفرق بين ما

حصل عليه المستثمر في نهاية مدة الاستثمار وبين أصل المبلغ في بداية مدة

الاستثمار.

أي أن:

$$\text{ف} = \text{حـ} - \text{أ} = \text{أ} (1 + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{أ} = \text{أ} [ (1 + \text{ع})^{\text{ن}} - 1 ]$$

أي أن:

$$\text{ف} = \text{حـ} - \text{أ}$$

$$\text{ف} = \text{أ} [ (1 + \text{ع})^{\text{ن}} - 1 ]$$

**٦-٤) العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة:**

للتعرف على طبيعة العلاقة بين الفائدتين البسيطة والمركبة سنعرض المثال التالي:

مثال (١)

أودع شخص ١٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة ١٠٪، أحسب الفائدة المستحقة وجملة ما يصير له في نهاية كل سنة من السنوات الأربعة:

(أ) بنظام الفائدة البسيطة.

(ب) بنظام الفائدة المركبة.

**الحل**

(أ) بنظام الفائدة البسيطة:

$$\text{الفائدة في نهاية كل سنة} = 1000 \times \frac{10}{100} \times 1 = 100 \text{ جنيه}$$

الجملة في نهاية أي سنة = المبلغ + فائدة السنة (ثابت) × ترتيب السنة  
أو جملة المبالغ في السنة السابقة + فائدة السنة (ثابت)

$$\text{الجملة في نهاية السنة الأولى} = 1000 + 100 = 1100 \text{ جنيه}$$

$$\text{الجملة في نهاية السنة الثانية} = 1000 + 100 + 100 = 1200 \text{ جنيه}$$

$$\text{أو} = 1100 + 100 = 1200 \text{ جنيه}$$

$$\text{الجملة في نهاية السنة الثالثة} = 1000 + 100 + 100 = 1300 \text{ جنيه}$$

$$\text{أو} = 1200 + 100 = 1300 \text{ جنيه}$$

الجملة في نهاية السنة الرابعة = ١٠٠٠ + ١٠٠ × ٤ = ١٤٠٠ جنيه

أو = ١٣٠٠ + ١٠٠ = ١٤٠٠ جنيه

(ب) بنظام الفائدة المركبة:

الفائدة في نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ ×  $\frac{١٠}{١٠٠}$  × ١ = ١٠٠ جنيه

الجملة في نهاية السنة الأولى = ١٠٠٠ + ١٠٠ = ١١٠٠ جنيه  
= (الأصل في بداية السنة الثانية)

الفائدة في نهاية السنة الثانية = ١١٠٠ ×  $\frac{١٠}{١٠٠}$  × ١ = ١١٠ جنيه

الجملة في نهاية السنة الثانية = ١١٠٠ + ١١٠ = ١٢١٠ جنيه  
= (الأصل في بداية السنة الثالثة)

الفائدة في نهاية السنة الثالثة = ١٢١٠ ×  $\frac{١٠}{١٠٠}$  × ١ = ١٢١ جنيه

الجملة في نهاية السنة الثالثة = ١٢١٠ + ١٢١ = ١٣٣١ جنيه  
= (الأصل في بداية السنة الرابعة)

الفائدة في نهاية السنة الرابعة = ١٣٣١ ×  $\frac{١٠}{١٠٠}$  × ١ = ١٣٣,١ جنيه

الجملة في نهاية السنة الرابعة = ١٣٣١ + ١٣٣,١ = ١٤٦٤,١ جنيه

وعلى ذلك يتضح أن قيمة الفوائد المركبة التي يحصل عليها المودع

وهي ٤٦٤,١ جنيهاً أكبر من تلك الفوائد البسيطة التي يحصل عليها خلال

نفس الفترة الزمنية وهي ٤٠٠ جنيه والجدول الآتي يوضح مقارنة بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.

السنة	الفائدة البسيطة			الفائدة المركبة		
	أصل المبلغ أ	الفائدة ف	الجملة ح	أصل المبلغ أ	الفائدة ف	الجملة ح
الأولى	١٠٠٠	١٠٠	١١٠٠	١٠٠٠	١٠٠	١١٠٠
الثانية	١٠٠٠	١٠٠	١٢٠٠	١١٠٠	١١٠	١٢١٠
الثالثة	١٠٠٠	١٠٠	١٣٠٠	١٢١٠	١٢١	١٣٣١
الرابعة	١٠٠٠	١٠٠	١٤٠٠	١٣٣١	١٣٣,١	
المجموع		٤٠٠			٤٦٤,١	

### ملاحظات على الجدول:

- ١- لا تختلف الفائدة البسيطة عن الفائدة المركبة في السنة الأولى وكذلك الجملة.
- ٢- المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة البسيطة هو دائماً أصل المبلغ المودع، أما المبلغ الذي تحسب عليه الفائدة المركبة فهو الرصيد المستحق في نهاية السنة السابقة (أي جملة السنة السابقة).
- ٣- مع ثبات العوامل المؤثرة في حساب الفائدة، وفي حالة مدة إيداع (استثمار) أو اقتراض أكبر من فترة واحدة فإن الفائدة المركبة تكون أكبر من الفائدة البسيطة لأن أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة المركبة يكون أكبر من أصل المبلغ الذي تحسب على أساسه الفائدة البسيطة بقيمة الفوائد المحققة عن الفترات السابقة.

٤- الرصيد المستحق في نهاية أي سنة = رصيد السنة السابقة + فائدة هذه السنة (في كل من الفائدة البسيطة والمركبة).

٥- الرصيد المستحق في نهاية المدة = أصل المبلغ + مجموع الفوائد (في كل من الفائدة البسيطة والمركبة).

٦- الفائدة البسيطة متساوية في جميع السنوات، وعليه:

(أ) مجموع الفوائد لأي عدد من السنوات (ن) = فائدة السنة × ن

(ب) فائدة السنة =  $\frac{\text{الفرق بين جملة المبالغ في أي سنين}}{\text{الفرق بين ترتيب السنين}}$

٧- الفائدة المركبة تزداد في كل سنة بمقدار فائدة السنة السابقة:

ف<sub>٢</sub> - ف<sub>١</sub> = ١١٠ - ١٠٠ = ١٠ جنيه = فائدة ف<sub>١</sub> = ١٠٠ × ٠,١٠ = ١٠ جنيه  
 ف<sub>٣</sub> - ف<sub>٢</sub> = ١٢١ - ١١٠ = ١١ جنيه = فائدة ف<sub>٢</sub> = ١١٠ × ٠,١٠ = ١١ جنيه  
 وهكذا .....

أي أن الفائدة في أي سنة = جملة فائدة السنة السابقة  
**فمثلاً:**

$$\text{ف}_٢ = \text{ف}_١ \times ١,١٠$$

$$= ١٠٠ (١,١٠) = ١١٠ \text{ جنيه}$$

$$\text{ف}_٣ = \text{ف}_٢ (١,١٠) = ١٢١ \text{ جنيه}$$

$$= \text{ف}_١ (١,١٠)^٢ = ١٢١ \text{ جنيه}$$

$$\text{ف}_٤ = \text{ف}_٣ (١,١٠) = \text{ف}_٢ (١,١٠)^٢ = \text{ف}_١ (١,١٠)^٣ = ١٣٣,١ \text{ جنيه}$$



٨- الفرق بين أي جملتين متتاليتين بنظام الفائدة المركبة يعتبر فائدة الجملة الأولى منهما بنفس المعدل والمدة سنة أي يساوي الفائدة البسيطة للجملة الأولى منهما.

يمكن الاستفادة من الملاحظات السابقة على الفائدة البسيطة والمركبة في الوصول إلى عدد من العلاقات بينهما نذكر منها كما يلي:

$$(1) \text{ المعدل} = \frac{\text{الفرق بين أي فائدتين مركبتين (متتاليتين)}}{100 \times \text{الفائدة الأولى منها}}$$

فمثلاً:

$$ع = \frac{١٠٠ \times (١٠٠ - ١٠٠ ف)}{١٠٠ ف} = ع، ع = \frac{١٠٠ \times (١٠٠ - ٢٠ ف)}{١٠٠ ف}$$

$$= \frac{\text{الفرق بين أي جملتين مركبتين (متتاليتين)}}{100 \times \text{الجملة الأولى منهما}}$$

فمثلاً:

$$ع = \frac{١٠٠ \times (١٠٠ - ٢٠ ح)}{١٠٠ ح} = ع، ع = \frac{١٠٠ \times (١٠٠ - ١٠ ح)}{١٠٠ ح}$$

$$(2) \text{ المبلغ} = \frac{١٠٠ \times ١٠٠ ف}{١٠٠ ف - ٢٠ ف}$$

حيث ١٠٠ ف، ٢٠ ف فائدتا السنة الأولى والثانية بنظام الفائدة المركبة.

مثال (٢)

إذا علمت أن الفائدة البسيطة لمبلغ ما في أربع سنوات هي ٢٠٠٠ جنيهاً وأن الفائدة المركبة في السنة الثانية ٥٥٠ جنيهاً.

(أ) فائدة السنة الأولى =  $2000 \div 4 = 500$  جنيه

وهي تساوي فائدة السنة الأولى بنظام الفائدة المركبة (ف<sub>١</sub>)

$$\square \text{ المعدل} = \frac{ف_2 - ف_1}{ف_1} \times 100$$

$$\blacksquare \text{ المعدل} = \frac{500 - 550}{500} \times 100$$

$$= 100 \times \frac{50}{500} = 10\%$$

$$\square \text{ المبلغ (ب)} = \frac{ف_1 \times ف_1}{ف_2 - ف_1}$$

$$\blacksquare \text{ المبلغ} = \frac{500 \times 500}{500 - 550} = \frac{250000}{50} = 5000 \text{ جنيه}$$

مثال (٣)

أودع تاجر مبلغ ما في بنك مصر بنظام الفائدة البسيطة، فإذا علمت أن الفائدة البسيطة في نهاية سنتين بلغت ١٤٤٠ جنيهاً، وقد لاحظ أنه لو حاسبه البنك بنظام الفائدة المركبة ل زاد مجموع الفوائد المستحقة له في نهاية السنتين بمقدار ٦٤،٨ جنيهاً، أحسب كلاً من المبلغ والمعدل.

الحل

الفائدة البسيطة (أو المركبة) في نهاية السنة الأولى:

$$ف_1 = 1440 \div 2 = 720 \text{ جنيهاً}$$

مجموع الفوائد المركبة في نهاية السنتين:

$$(ف_1 + ف_2) = 1440 + 64,8 = 1504,8 \text{ جنيهاً}$$

∴ الفائدة المركبة في نهاية السنة الثانية فقط

$$= 1504,8 - 720 = 784,8 \text{ جنيهاً}$$

$$\square \text{ المعدل} = \frac{ف_2 - ف_1}{ف_1} \times 100$$

$$\square \text{ المعدل} = \frac{720 - 784,8}{720} \times 100 = 9\%$$

$$\square \text{ المبلغ} = \frac{ف_1 \times ف_2}{ف_2 - ف_1}$$

$$\square \text{ المبلغ} = \frac{720 \times 720}{720 - 784,8} = \frac{518400}{64,8} = 8000 \text{ جنيهاً}$$

مثال (٤)

أودع شخص مبلغ ما في بنك القاهرة فكانت جملته بفائدة بسيطة في نهاية السنة الأولى ٦٦٠٠ جنيهاً بينما بلغت جملته المركبة بنفس المعدل في نهاية السنة الثانية ٧٢٦٠ جنيهاً، أحسب المعدل والمبلغ.

الحل

الجملة في نهاية السنة الأولى بفائدة بسيطة = الجملة في نهاية السنة الأولى بفائدة مركبة.

$$\square \text{ المعدل} = \frac{ح_2 - ح_1}{ح_1} \times 100$$

حـ

$$\text{المعدل} = 100 \times \frac{660 - 7260}{6600}$$

$$10\% = 100 \times \frac{660}{6600}$$

$$\square \text{ حـ} = 100 + (100 \times 10\%)$$

$$\text{المبلغ} = 660 \times 110\%$$

$$\text{المبلغ} = \frac{6600}{110\%} = 6000 \text{ جنيهاً}$$

مثال (٥)

بلغت جملة مبلغ ما بفائدة بسيطة في نهاية السنة الثالثة ١٤٨٨٠ جنيهاً بينما بلغت جملته البسيطة في نهاية السنة الثامنة ١٩٦٨٠ جنيهاً، ومجموع فوائده المركبة في نهاية السنة الثانية ١٩٩٦,٨ جنيهاً، أحسب كلاً من المبلغ والمعدل.

الحل

$$\frac{\text{حـ} - \text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \text{الفائدة البسيطة لمدة سنة (ف١)}$$

$$960 \text{ جنيهاً} = \frac{4800}{5} = \frac{14880 - 19680}{5}$$

$$\text{الفائدة في السنة الثانية (ف٢)} = 1996,8 - 960 = 1036,8 \text{ جنيهاً}$$

$$\square \text{ المعدل} = \frac{\text{ف}_1 - \text{ف}_2}{\text{ف}_1} \times 100$$

$$\ddagger \text{ المعدل} = \frac{1036,8}{960} \times 100$$

$$= 108\% = 100 \times \frac{76,8}{960}$$

$$\square \text{ المبلغ} = \frac{\text{ف}_1 \times \text{ف}_1}{\text{ف}_1 - \text{ف}_2}$$

$$\ddagger \text{ المبلغ} = \frac{960 \times 960}{76,8} = 12000 \text{ جنيهاً}$$

ملخص ما سبق:

أولاً: في الفائدة البسيطة:

(١) مجموع الفوائد البسيطة لأي عدد من السنوات

= فائدة السنة (الثانية) × عدد السنوات

ومنها يمكن إيجاد فائدة السنة الأولى (ف<sub>١</sub>)

(٢) الجملة في نهاية أي سنة = المبلغ + فائدة السنة × ترتيب هذه السنة

فمثلاً حين = أ + (ف × ن)

$$\frac{\text{الفرق بين جملة المبلغ في نهاية أي سنين}}{\text{الفرق بين ترتيبهما}} = \text{فائدة السنة (ف) (3)}$$

**ثانياً: في الفائدة المركبة:**

$$\text{(1) المعدل} = \frac{\text{الفرق بين فائدتين أو أي جملتين (متتاليتين)}}{\text{الفائدة أو الجملة الأولى منهما}} \times 100$$

أو ع ١٠٠ = الفائدة في أي سنة ÷ الفائدة في السنة السابقة.

= الجملة في أي سنة ÷ الجملة في السنة السابقة.

$$\text{(2) المبلغ} = \frac{ف_١ \times ف_١}{ف_١ - ف_٢}$$

$$\text{(3) } ف_٢ = ف_١ (ع ١٠٠)،$$

$$ف_٣ = ف_٢ (ع ١٠٠)،$$

$$ف_٤ = ف_٣ (ع ١٠٠)،$$

$$ف_٥ = ف_٤ (ع ١٠٠)،$$

$$ف_٦ = ف_٥ (ع ١٠٠)،$$

$$ف_٧ = ف_٦ (ع ١٠٠)،$$

وبصفة عامة:

$$ف_n = ف_r (ع ١٠٠)^{n-r} = ف_١ (ع ١٠٠)^{n-١}$$

**(٦-٥) طرق حساب معامل التجميع (١ + ع) ٥:**

من الواضح أنه لإيجاد الجملة المركبة في نهاية الفترة الزمنية ن فإن

المشكلة التي تقابلنا هي كيفية الحصول على قيمة (١ + ع) ٥ أو (ع ١٠٠) ٥.

وتوجد عدة طرق لحساب معامل التجميع ( ١ + ع ) نذكر منها ما

يلي:

(١) طريقة الضرب البسيط:

وتصلح هذه الطريقة في حالة ما تكون ن صغيرة ولكنها لا تصلح إذا كانت ن كبيرة. وعلى العموم فهذه الطريقة معقدة، فضلاً عن أنها مضيعة للوقت وتعرضنا للأخطاء الحسابية، ومن ثم فلا ينبغي استخدامها.

(٢) طريقة اللوغارتمات:

إذ يمكن باستخدام اللوغارتمات ذات الستة أو السبعة أرقام الحصول على نتائج دقيقة، وتحتاج هذه الطريقة إلى دراية باستخدام الدوال اللوغارتمية.

(٣) طريقة الجداول:

وهي الطريقة الشائعة الاستخدام في جميع المصارف والبيوت المالية، ويعطي الجدول قيمة ( ١ + ع ) ن لقيم ن، ع المختلفة.

(٤) طريقة الاستكمال:

وذلك حينما يتعذر وجود قيمة ع في الجدول لوقوعها بين قيمتين متتاليتين للفائدة.

(٥) طريقة الضرب المختصرة:

وتستخدم هذه الطريقة إذا كانت ن خارج نطاق الجدول، وتقوم هذه الطريقة على أساس نظرية الأسس:

$$س^أ + س^ب = س^أ \times س^ب$$

(٦) طريقة نظرية ذات الحدين:

وتساعد هذه الطريقة في إيجاد مفكوك (١ + ع)<sup>ن</sup> وقد سبق دراستها ضمن مقررات الثانوية العامة.

(٧) طريقة استخدام الآلات الحاسبة.

وسيتم التركيز في هذا المقرر على استخدام طريقة الجداول المالية وطريقة استخدام الآلات الحاسبة.

أولاً: طريقة الجداول المالية:

نظراً لطول آجال القروض في عمليات الفائدة المركبة فإنه يترتب عليها تعدد عمليات الضرب واحتمال الوقوع في خطأ في استخراج (ع، ١، ٠ع)<sup>ن</sup>، لذلك تم إعداد جداول يمكن منها إيجاد نواتج المقادير المختلفة التي يحتاجها كل من يعمل في الشؤون المالية والتجارية وسميت هذه الجداول "جداول الفائدة المركبة والدفعات" وهي خمسة مقادير خصص لكل منها جدول أعطى رقماً مسلسلاً للتمييز بينها، وأول هذه المقادير (ع، ١، ٠ع)<sup>ن</sup> وهو يمثل الجملة المركبة لوحدة النقود (أي الجنيه) بمعدل فائدة ع٪ ولفترة زمنية ن وقد خصص لهذا المقدار العمود الثاني.

إيجاد الجملة المركبة باستخدام جداول الفائدة المركبة (الجدول الأول):



العمود الثاني يعطي الجملة المركبة للجنيه بالمعدلات ١% إلى ١٦% ولوحدهات زمن من ١ إلى ٥٠ ورمزه الرياضي (ع،١،٠)<sup>ن</sup>، ورمزه الحسابي ج<sup>ن</sup>ع٪.

وعلى ذلك فإن الجملة المركبة لمبلغ مقداره أ يستثمر بمعدل فائدة مركبة ع٪ ولفترة زمنية ن يحسب كما يلي:

$$\text{حس} = \text{أ} (ع،١،٠)^{\text{ن}} = \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ن}} \text{ع} \%$$

أي أن الجملة المركبة للمبلغ = المبلغ × الجملة المركبة للجنيه.

= المبلغ × العدد المستخرج من العمود الثاني الذي يقع أسفل المعدل (ع٪) وأمام وحدات الزمن المعلومة (ن).

### مثال (٦)

أوجد جملة مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه يستثمر بفائدة مركبة لمدة ٦ سنوات بمعدل ١٠٪، ثم أوجد مقدار الفائدة المركبة.

### الحل

$$\text{أ} = ١٠٠٠٠٠ \text{ جنيه، ن} = ٦ \text{ سنوات، ع} = ١٠ \%$$

$$\text{حس} = \text{أ} (ع،١،٠)^{\text{ن}} = \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ن}} \text{ع} \%$$

$$= ١٠٠٠٠٠ (١،١٠)^6 \text{ (جداول الفائدة المركبة - العمود الثاني)}$$

$$= (١،٧٧١٥٦١٠٠٠٠) ١٠٠٠٠ =$$

$$= 17715,61 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{مقدار الفائدة المركبة (ف) = جن - أ = (ج ع \% - 1)}$$

$$\text{ف = } 17715,61 - 1000 = 17715,61 \text{ جنيهاً}$$

مثال (٧)

أودع تاجر ٥٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بمعدل بفائدة مركبة ٨٪ لمدة

١٥ سنة، أحسب:

(أ) الجملة المركبة المستحقة للتاجر.

(ب) الفوائد المركبة المستحقة له.

(ج) الفوائد المستحقة له عن السنة العاشرة فقط.

(د) مجموع الفوائد المركبة في السنوات الخمس الأخيرة.

(هـ) مجموع الفوائد للسنوات الثلاثة الأولى.

(و) مجموع الفوائد للسنوات ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢.

الحل

$$\text{جن} = \text{أ} \times \text{ج}^{10\%}$$

$$\text{(أ) الجملة المركبة للمبلغ} = 5000 \times \text{ج}^{10\%}$$

$$= 3,1721691142 \times 5000 =$$

$$= 15860,85 \text{ جنيه}$$

$$\text{(ب) الفوائد المركبة للمبلغ} = \text{جن} - \text{أ}$$

$$= 15860,85 - 5000 = 10860,85$$

جنيه

(ج) الفوائد المستحقة له عن السنة العاشرة فقط (ف.١) تحسب كما يلي:

$$ف.١ = ج.١ - ج.٩$$

$$= ٥٠٠٠ \times ج.١٠\% - ٥٠٠٠ \times ج.٩\%$$

$$= (٤٩٩٧٣ - ٤٦٢٧١) \times ٥٠٠٠ = ٣٦٠٠٠$$

$$= ٣٦٠٠٠ \times ٠,١٥٩٩٢ = ٥٧٩٦٠$$

$$= ٥٧٩٦٠ \text{ جنيه.}$$

(د) مجموع الفوائد المركبة في السنوات الخمس الأخيرة = ج.١٥ - ج.١٠

$$= أ (ج.١٥\% - ج.١٠\%)$$

$$= (٩١١٤٢ - ٣١٧٢١٦) \times ٥٠٠٠ = ٥٠٠٠ \times ٥٩٤٢٠٠$$

$$= ٥٩٤٢٠٠ \times ٥٠٠٠ = ٢٩٧١٠٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

(هـ) مجموع الفوائد في السنوات الثلاث الأولى:

$$= ج.٣ - أ$$

$$= أ (ج.٣\% - ١)$$

$$= (٢٠٠٠٠ - ١٠٠٠٠) \times ٥٠٠٠ = ٥٠٠٠ \times ١٠٠٠٠$$

$$= ٥٠٠٠ \times ١٠٠٠٠ = ٥٠٠٠٠٠٠٠$$

$$= ٥٠٠٠٠٠٠٠ \text{ جنيه.}$$

(و) مجموع الفوائد للسنوات ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢:

$$= ج.١٢ - ج.٧$$

$$= أ (ج.١٢\% - ج.٧\%)$$

$$= (١١٦٨ - ٢٠١٨١٧) \times ٥٠٠٠ = ١٨٩٦٣٠٠$$

$$0,804345848 \times 5000 =$$

$$= 4021,73 \text{ جنيه.}$$

**ملحوظات:**

$$(1) \text{ جـ} = \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ن}} \times \text{ع} \%$$

$$= \text{ج}^{\text{ن} - 1} \times \text{ع} \%$$

$$= \text{ج}^{\text{ن} - 2} \times \text{ع} \%$$

وهكذا .....

(2) يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة المقدار (1 + ع)<sup>ن</sup> مباشرة دون

الحاجة لاستخدام الجداول المالية مهما كانت قيمتي ع، ن وذلك عن

طريق الضغط على مفتاح الأس **X<sup>y</sup>**.

$$\text{فمثلاً: ج}^{\text{ن}} = \text{ج}^{\text{ن}} \times \text{ع} \%$$

$$= \text{ج}^{\text{ن} - 1} \times \text{ع} \%$$

وهكذا .....

$$(3) \text{ فن} = \text{فر} \times \text{ج}^{\text{ن} - 1} \times \text{ع} \%$$

$$= \text{ف}^{\text{ن} - 1} \times \text{ع} \%$$

$$= \text{ف}^{\text{ن} - 2} \times \text{ع} \%$$

وهكذا .....

(٦-٦) **تعليق الفائدة أكثر من مرة خلال العام:**

قد يتفق المتعاقدان على تعليية أو إضافة الفائدة أكثر من مرة خلال العام الواحد، وفي هذه الحالة لا يذكر المعدل عن سنة كاملة وإنما يذكر عن جزء من السنة.

**فمثلاً:**

إذا كان المعدل ٥٪ عن كل ٦ شهور فإن الفائدة تعلى مرتين في السنة (١٢ ÷ ٦ = ٢).

وإذا كان المعدل ٥٪ عن كل ٤ شهور فإن الفائدة تعلى ثلاث مرات في السنة (١٢ ÷ ٤ = ٣).

وإذا كان المعدل ٢٪ عن كل ٣ شهور فإن الفائدة تعلى أربع مرات في السنة (١٢ ÷ ٣ = ٤).

ولا يختلف الحال عما سبق إلا في أننا نحول المدة إلى وحدات زمنية أو فترات تتفق مع معدل الفائدة المذكور وذلك بضرب المدة بالسنوات في عدد مرات تعليية الفائدة في السنة أي أن:

$$\text{عدد الفترات} = \text{المدة بالسنين} \times \text{عدد مرات التعليية في السنة}$$

مثال (٨)

أحسب الجملة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ جنييه استثمر بفائدة مركبة معدلها ٤٪ كل ٣ شهور لمدة ١٠ سنوات.

**الحل**

$$أ = ٣٠٠٠ \text{ جنييه، } ع = ٤\% \text{ كل } ٣ \text{ شهور، عدد السنوات} = ١٠$$

$$\text{عدد مرات تعليية الفائدة في السنة} = ١٢ \div ٣ = ٤ \text{ مرات.}$$

عدد الفترات الزمنية التي تتفق مع المعدل =  $10 \times 4 = 40$  فترة

$$\text{جس} = \text{أ} \times \text{ج} \times 4\%$$

$$3000 = (1,04)^{40} \text{ العمود الثاني أسفل } 4\% \text{ وأمام ن} = 40$$

$$= 4,801020628 \times 3000 =$$

$$= 14403,06 \text{ جنيه}$$

مثال (٩)

أودع تاجر ٨٠٠٠ جنيه في بنك مصر وكان المعدل الربع سنوي

٢% وبعد ٤ سنوات تغير المعدل وأصبح ١,٥% عن كل شهرين، وبعد ٣

سنوات أخرى تغير المعدل وأصبح ١٠% سنوياً، أحسب الجملة المستحقة له

بعد ١٠ سنوات من تاريخ الإيداع.

الحل

			٨٠٠٠ جنيه
١٠% سنوياً	١,٥% كل شهرين	ربع سنوي ٢%	↑
٣ سنوات	٣ سنوات	٤ سنوات	
٣ وحدات زمن	١٨ وحدة زمن	١٦ وحدة زمن	

الجملة

$$\text{الجملة المستحقة} = 8000 \times 2\% \text{ ج}^{16} \times 1,5\% \text{ ج}^{18} \times 10\% \text{ ج}^3 =$$

$$= 8000 (1,37278575) (1,307340636) (1,331) =$$

$$= 19109,95 \text{ جنيه}$$

مثال (١٠)

اقترض تاجر ١٠٠٠٠٠ جنيه من بنك بمعدل فائدة ٢,٥٪ عن كل شهرين. احسب جملة ما يسدده في نهاية ١٠ سنوات.

### الحل

المعدل عن كل شهرين، فإن الفائدة تعلي ٦ مرات في السنة (١٢ ÷ ٢)

عدد وحدات الزمن = ٦ × ١٠ = ٦٠ وحدة زمن

$$\text{جس} = \text{أ} \times \text{ج}^{٦٠} \times ٢,٥\%$$

$$= \text{أ} \times \text{ج}^{٥٠} \times ٢,٥\% \times \text{ج}^{١٠} \times ٢,٥\% \text{ (من العمود الثاني)}$$

$$= ١٠٠٠٠ (٣,٤٣٧١٠,٨٧٢) (١,٢٨٠٠٨٤٥٤)$$

$$= ٤٣٩٩٧,٩٠ \text{ جنيه}$$

ويمكن تجزئة ج<sup>٦٠</sup> × ٢,٥٪ إلى أي عددين مجموعهما ٦٠ فمثلاً:

$$\text{ج}^{٦٠} \times ٢,٥\% = \text{ج}^{٣٠} \times ٢,٥\% \times \text{ج}^{٣٠} \times ٢,٥\%$$

$$= \text{ج}^{٤٠} \times ٢,٥\% \times \text{ج}^{٢٠} \times ٢,٥\%$$

ومن الأمثلة السابقة يتضح سهولة الحصول على الجملة باستخدام

جداول الفائدة المركبة (العمود الثاني)، ولكن يلاحظ على هذا الجدول ما يلي:

(أ) المعدلات به هي معدلات صحيحة في أو بفارق واحدة في المائة وتتبع

بفارق نصف في المائة بدءاً من ٦٪، ولهذا لا يوجد بالجدول الجملة

المركبة للجنيه بمعدلات بينيه لهذه المعدلات.

(ب) وحدات الزمن به أعداد صحيحة من ١ إلى ٥٠ أي لا يوجد به الجملة

المركبة للجنيه لعدد كسري (أي عدد صحيح وكسر) من وحدات الزمن.

ورغم أن هناك عدة طرق يمكن استخدامها في مثل هذه الحالات للوصول إلى الجملة المركبة للمبلغ مثل طريقة اللوغاريتمات أو باستخدام حساب الاستكمال إلا أننا سنركز هنا على الحل باستخدام حاسبة الجيب العادية حيث أنها تعطي قيمة أدق.

وفيما يلي عدد من الأمثلة لحساب الجملة المركبة في الحالتين

السابقتين:

١- في حالة المعدلات البيئية غير الواردة في الجدول:

مثال (١١)

أودع تاجر ١٠٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة مركبة ١٠,٧٥٪ سنوياً، أحسب جملة ما يصير له في نهاية ١٠ سنوات.

الحل

$$\text{جس} = \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ن}} \times \text{ع} \%$$

$$\text{أ} = \frac{\text{جس}}{\text{ج}^{\text{ن}} \times \text{ع} \%$$

$$= \frac{100000}{(1,1075)^{10}}$$

$$= \frac{100000}{(2,776114337)}$$

$$= 27761,14 \text{ جنيه}$$

وكي نصل إلى قيمة المقدار  $(1,1075)^{10}$  باستخدام حاسبة الجيب

اتبعنا ما يلي:



نكتب العدد (١،١٠٧٥) ثم نضغط على مفتاح الضرب [X] مرتين ثم مفتاح [=] ٩ مرات فيظهر على الشاشة ٢،٧٧٦١١٤٣٣٦ وهي قيمة المقدار  $(1,1075)^2$ .

ملحوظة

في بعض حاسبات الجيب يوجد المفتاح  $[X^y]$  ويمكن الوصول للجملة المركبة لمبلغ باستخدام هذا المفتاح مباشرة كالآتي:

نكتب العدد (١،١٠٧٥) ثم نضرب المفتاح  $[X^y]$  ثم نكتب العدد ١٠ ثم [=] تنتج  $(1,1075)^{10} = 2,776114336$

مثال (١٢)

أودع شخص في بنك القاهرة ٥٠٠٠ جنيه بفائدة مركبة لمدة ٥ سنوات بمعدل ٣،٢٪ كل ٣ شهور، والمطلوب حساب الجملة المركبة للمبلغ في نهاية المدة.

الحل

عدد وحدات الزمن (الربع سنوية) =  $5 \times 4 = 20$  وحدات زمن (ربع سنوية)

جس =  $(1,032)^n$

=  $(1,032)^{20} \cdot 5000$

=  $(1,877560525) \cdot 5000 = 9387,803$  جنيه

ملحوظة

المقدار  $(1,032)^{20}$  أمكن الحصول عليه كما يلي:

$(1,032) [X^y] [20] [=]$

أو  $(1,032) [X] [18] [=] [X] [18] [=]$

٢- في حالة المدد البيئية غير الواردة بالجدول:

مثال (١٣)

أودع تاجر ٢٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة الذي يحسب الفوائد المركبة بمعدل ١٠٪ سنوياً، أحسب جملة المستحق له في نهاية خمس سنوات و٤ شهور.

الحل

$$\text{جن} = أ (١,٠٤)^ن$$

$$\text{جـ} = ٥,٣٣ = ٢٠٠٠ \times (١,١٠)^{٥,٣٣}$$

$$= ٢٠٠٠ \times (١,١٠)^٥ \times (١,١٠)^{٠,٣٣}$$

$$= ٢٠٠٠ (١,٦١٠٥١) (١,٠٣٢٢٨٠١) = ٣٣٢٤,٩٩٥ \text{ جنيه}$$

مثال (١٤)

أودع شخص مبلغ ١٠٠٠ جنيه في بنك بمعدل فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، أحسب جملة المستحق له في نهاية ١٠ سنوات وتسعة أشهر.

الحل

$$\text{جن} = أ (١,٠٤)^ن$$

$$\text{جـ} = ١٠,٧٥ = ١٠٠٠٠ \times (١,٠٩)^{١٠,٧٥}$$

$$= ١٠٠٠٠ \times (١,٠٩)^{١٠} \times (١,٠٩)^{٠,٧٥}$$

$$= 10000 (2,36733675) (1,066767729)$$

$$= 25253,98 \text{ جنيه}$$

ملحوظة

يمكن إيجاد المقدار  $(1,09)^{10,75}$  مباشرة من الآلة الحاسبة كما يلي:

$$= 10,75 [X^Y] (1,09)$$

أو بتجزئة المقدار  $(1,09)^{10,75}$  إلى  $(1,09)^{10}$  و  $(1,09)^{0,75}$

كما هو في الحل.

مثال (١٥)

اقترض شخص مبلغ ٤٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة

٨,٥٪ أوحد جملة المستحق له في نهاية ٩ سنوات وثلاثة أشهر.

الحل

$$\text{جـ} = أ (1,08)^n$$

$$9,25 = 4000 (1,085)^{9,25}$$

$$= 4000 (1,085)^{9,25}$$

$$= 4000 (2,126792295)$$

$$= 8507,17 \text{ جنيه}$$

ملحوظة

المقدار  $(1,085)^{9,25}$  يمكن إيجاده من حاسبة الجيب كما يلي:

$$= 9,25 [X^9] (1,085)$$

أو

$$= 0,25(1,085) \times 9(1,085) = 9,25(1,085)$$

ثانياً: طريقة استخدام الآلات الحاسبة لحساب معامل التجميع  $(1 + ع)^n$ :  
وتعتمد هذه الطريقة على إيجاد معامل التجميع  $(1 + ع)^n$  باستخدام الآلة الحاسبة مباشرة دون الحاجة لاستخدام الجداول المالية وذلك عند أي قيمة للمعدل  $ع$  ولأي قيمة للمدة  $ن$  سواء كانت صحيحة أو تحتوي على كسر وذلك عن طريق الضغط على  $[X^y]$  مباشرة وذلك كما بينا في الأمثلة ١١، ١٢، ١٣، ١٤ على الترتيب.

### (٦-٧) إيجاد الجملة إذا كانت المدة تحتوي على كسر:

للحصول على قيمة  $(1 + ع)^n$  سواء كانت  $ن$  عدد صحيح موجب أو عدد صحيح وكسر أو كسر فقط باستخدام الجداول المالية التي تعطي جملة الجنيه بفائدة مركبة في نهاية أحد عشر شهراً وعشرة شهور وتسعة شهور وهكذا إلى أن يُعطي جملة الجنيه في نهاية شهر واحد، ويلاحظ أن وصف الكسور بهذه الصفة شهر أو أكثر يكون صحيحاً فقط في حالة معدل الفائدة السنوي، أما في حالة معدل الفائدة النصف سنوي مثلاً فإن كسر مثل  $\frac{3}{12}$  لا يعني ثلاثة شهور بل يعني  $\frac{1}{4}$  من وحدة الزمن النصف سنوية أي  $\frac{1}{8}$  وعلى ذلك فإنه يجب التنبيه إلى طبيعة المعدل إذ أنها هي التي تحدد طبيعة الكسر.

كذلك يمكن الحصول على قيمة  $(1 + e)^n$  إذا كانت  $(n)$  تحتوي على كسر باستخدام الآلة الحاسبة أيضاً وذلك بتحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري وتسجيل قيمة  $(n)$  بكاملها بما تتضمنه من كسر عشري. والمثال التالي يوضح طريقة استخدام ملحق جدول جملة الجنيه من ناحية واستخدام الآلة الحاسبة من ناحية أخرى.

### مثال (١٦)

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ستة شهور وثلاثة سنوات، وكان البنك يحسب فوائد استثمار مركبة بمعدل ١٣،٥٪ سنوياً، فإذا أراد الشخص سحب جملة ماله في البنك في نهاية المدة فما هي جملة ما يسحبه.

### الحل

(أ) باستخدام الآلة الحاسبة:

$$\square \text{ حـ} = \text{أ} (1,035)^n$$

$$\text{حـ} = 3,5 = 4000 = (1,035)^3 = 6230,824 \text{ جنيه}$$

(ب) باستخدام الجداول المالية:

$$\text{حـ} = 3,5 = 4000 = (1,035)^3 = 6230,824$$

والمقدار  $(1,035)^3$  هي جملة الجنيه بمعدل ١٣،٥٪ لمدة ثلاث سنوات وقيمته من الجداول المالية تساوي ١،٤٦٢١٣٥ أما المقدار  $(1,035)^3$  فهو يمثل جملة الجنيه بمعدل ١٣،٥٪ لمدة نصف سنة ويمكن الحصول عليها من ملحق جدول الجملة وقيمته تساوي ١،٠٦٥٣٦٤

وبالتالي تصبح الجملة المطلوبة تساوي:

$$٣٠٥٠٠ = ٤٠٠٠ \times ١,٤٦٢١٣٥ \times ١,٠٦٥٣٦٤ = ٦٢٣٠,٨٢٤ \text{ جنيه}$$

### (٦-٨) حساب عوامل الفائدة المركبة:

معادلة الجملة المركبة تتضمن أربعة عوامل هي الجملة المركبة والمبلغ والمعدل والمدة ويمكننا إيجاد أي عامل من هذه العوامل بمعلومية العوامل الثلاث الأخرى وذلك باستخدام القوانين التالية:

قانون إيجاد أصل المبلغ المستثمر:

$$\frac{\text{ح}}{\text{ج}^{\text{ع}} \%} = \frac{\text{أ}}{(١ + \text{ع})^{\text{ن}}} = \text{أ}$$

حيث أن:

$$\text{ج}^{\text{ع}} = (١ + \text{ع})^{\text{ن}}$$

قوانين حساب المدة:

$$(أ) \quad \frac{\text{ح}}{\text{أ}} = (١ + \text{ع})^{\text{ن}}$$

وبالبحث في الجداول المالية عن القيمة  $\frac{\text{ح}}{\text{أ}}$  تحت المعدل ع إلى أن

نحصل على تلك القيمة أمام وحدة زمن معينة فتكون هي قيمة ن المطلوبة.

$$(ب) \quad \text{ن} = \frac{\text{لوج} - \text{لو أ}}{\text{لو} (١ + \text{ع})}$$

قوانين حساب المعدل:

$$(١) \quad \frac{\text{ح}}{\text{أ}} = (١ + \text{ع})^{\text{ن}}$$

أ

وبالبحث في الجداول المالية عن القيمة  $\frac{ع}{ن}$  أمام وحدة الزمن المعلومة (ن) إلى أن نحصل على تلك القيمة في عمود المعدل ع فيكون هو المعدل المطلوب.

(٢) باستخدام اللوغاريتمات على خطوتين هما:

أ- الخطوة الأولى نوجد قيمة

$$\frac{\text{لوج} - \text{لوج} \text{ أ}}{\text{ن}} = \text{لوج} (ع + ١)$$

ب- الخطوة الثانية:

(ع + ١) = العدد المقابل للوغاريتم ومنه نجد أن:

ع = العدد المقابل للوغاريتم - ١

ويتم الحصول على العوامل الثلاث الأصل والمدة والمعدل عملياً كما

يتضح من الأمثلة التالية:

أولاً: إيجاد المبلغ:

مثال (١٧)

استثمر تاجر مبلغاً لمدة ١٥ سنة في مصرف بمعدل فائدة مركبة ٩٪

فصارت جملة المركبة في نهاية المدة ٩١٠٦،٢١ جنيه فكم كان المبلغ

المستثمر؟

الحل

$$\text{ج} = \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ن}} \times \text{ع} \%$$

$$أ \times ج^{\circ} ٩ = ٩١٠٦٠٢١$$

$$أ = (٣٠٦٤٢٤٨٢٤٥٩)$$

$$أ = \frac{٩١٠٦٠٢١}{٣٠٦٤٢٤٨٢٤٥٩} = ٢٥٠٠ \text{ جنيه}$$

**ملحوظة** يمكن إيجاد المبلغ أيضاً باستخدام حاسبة الجيب العادية كما يلي:

(أ) تحسب قيمة  $(١٠٠٩)^{\circ}$  ثم نضعها في الذاكرة.

(ب) نقسم الجملة على ما في الذاكرة فنحصل على المبلغ  $٢٥٠٠$  جنيه.

**مثال (١٨)**

ما هو المبلغ الذي تبلغ جملته المركبة  $٩٦٤٦٠٢٩$  جنيهاً في نهاية  $٢٠$  سنة بمعدل  $١٢\%$  سنوياً وذلك باستخدام:  
(أ) جداول الفائدة المركبة. (ب) باستخدام حاسبة الجيب العادية.

**الحل**

**(أ) باستخدام جداول الفائدة المركبة:**

$$ج \times أ^{\circ} ٩ = ٩٦٤٦٠٢٩$$

$$أ = (٩٠٦٤٦٢٩)$$

$$أ = \frac{٩٦٤٦٠٢٩}{٩٠٦٤٦٢٩} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

$$أ = \frac{٩٦٤٦٠٢٩}{٩٠٦٤٦٢٩} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

**(ب) باستخدام حاسبة الجيب العادية:**



١. نحسب قيمة  $(1,12)^{20} = 9,64629$  ثم نضعها في الذاكرة.  
 ٢. نقسم الجملة  $9646,29$  على ما في الذاكرة فنحصل على المبلغ  $1000$  جنيه.

مثال (١٩)

إذا علمت أن فائدة السنة ١٥ لمبلغ بمعدل ٩٪ سنوياً هي ٦٠١٥,١١ جنيه فاحسب أصل المبلغ.

الحل

$$ف_{١٥} = ف_١ \times ج^{١٤} \times ٩\%$$

$$١٨٠٠ \text{ جنيه} = \frac{٦٠١٥,١١}{٣,٣٤١٧٢} = \frac{ف_{١٥}}{ج^{١٤} \times ٩\%} = ف_١$$

$$١ \times \frac{ع}{١٠٠} \times أ = ف_١$$

$$\frac{ع}{١٠٠} \times ف_١ = أ$$

$$٢٠٠٠٠ \text{ جنيه} = \frac{١٠٠}{٩} \times ١٨٠٠ =$$

مثال (٢٠)

احسب أصل المبلغ الذي ينتج في نهاية ١٠ سنوات بمعدل ٨٪ سنوياً بفائدة مركبة قدرها ٩٢٧١,٤٠ جنيه.

الحل

$$\begin{aligned}
 \text{ف} \quad & \text{أ} = [\text{ج} \cdot 1.08 - 1] \\
 & \text{أ} = 9271,40 = [1 - 2,10589249973] \\
 & \text{أ} = [1,10589249973] \\
 & \text{أ} = \frac{9271,40}{1,10589249973} = 8000 \text{ جنيه}
 \end{aligned}$$

ثانياً: إيجاد المعدل:

مثال (٢١)

استثمر تاجر ١٠٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ٢٠ سنة فصارت  
جملته المركبة ٥٦٠٤٤،١٠٧٦٧ جنيه، أحسب معدل الفائدة المركبة السنوي.

الحل

(أ) باستخدام جداول الفائدة المركبة:

$$\begin{aligned}
 \square \text{ ج} &= \text{أ} \times \text{ج}^{\text{ع}} \\
 56044,10767 &= 10000 \times \text{ج}^{20} \\
 \text{ج}^{20} &= 5,604410767
 \end{aligned}$$

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ١٥ نجد أن هذه

الجملة تقع أسفل المعدل ٩٪

\* معدل الفائدة المركبة السنوي ٩٪

مثال (٢٢)

أودع شخص مبلغ ٥٠٠٠ جنيه في أحد البنوك لمدة ١٠ سنوات  
فصارت فائدته المركبة ٥٧٩٤،٦٢٥ جنيه، أحسب معدل الفائدة المركبة  
السنوي.

الحل

$$\square \text{ ف } = \text{ أ } [ \text{ ج } ' \text{ ع } \% - 1 ]$$

$$5794,625 = 5000 [ \text{ ج } ' \text{ ع } \% - 1 ]$$

$$1,158924997 = \text{ ج } ' \text{ ع } \% - 1$$

$$\text{ ج } ' \text{ ع } \% = 2,158924997$$

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ١٠ نجد أن هذه

الجملة تقع أسفل المعدل ٨٪.

∴ معدل الفائدة المركبة السنوي ٨٪.

مثال (٢٣)

أحسب المعدل الذي بموجبه مبلغ ٤٠٠٠ جنيه يصبح ١٠٧٤٠،٢٥٥

جنيه في نهاية ١٠ سنوات علماً بأن الفائدة تضاف كل ٣ شهور.

الحل

$$\text{عدد مرات الإضافة في السنة} = 12 \div 3 = 4 \text{ مرات}$$

$$\text{عدد الفترات الزمنية} = 4 \times 10 = 40 \text{ فترة}$$

$$\text{جس} = \text{ أ } \times \text{ ج } \text{ ن } \text{ ع } \%$$

$$1,158924997 = 5000 \times \text{ ج } ' \text{ ع } \%$$

$$\text{ ج } ' \text{ ع } \% = 2,158924997$$

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات زمن ٤٠ نجد أن هذه الجملة

تقع أسفل المعدل ٢،٥٪.

∴ المعدل هو ٢،٥٪ عن كل ٣ شهور.

مثال (٢٤)

اقترض تاجر مبلغ ما من أحد البنوك فصارت الجملة المركبة المستحقة عليه في نهاية السنة ١٢ هي ١٥٥٨٣،٩ جنيه، بينما الجملة المركبة المستحقة عليه في نهاية السنة ٢٠ هي ٣٨٥٨٥،١٧ جنيه، أحسب كلاً من:

١- المعدل السنوي للفائدة المركبة.

٢- المبلغ المقترض.

### الحل

$$\begin{aligned} \text{جـ}^{\text{٢٠}} &= \text{جـ}^{\text{١٢}} \times \text{ع}^{\text{١٢}} \\ \text{جـ}^{\text{٢٠}} &= \frac{\text{جـ}^{\text{١٢}} \times \text{ع}^{\text{١٢}}}{\text{ع}^{\text{١٢}}} \\ ٣٨٥٨٥،١٧ &= \frac{١٥٥٨٣،٩ \times \text{ع}^{\text{١٢}}}{\text{ع}^{\text{١٢}}} \\ ٢،٤٧٥٩٦٣٧ &= \text{ع}^{\text{١٢}} \end{aligned}$$

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ٨ نجد أن هذه الجملة

تقع أسفل المعدل ١٢٪.

المعدل هو ١٢٪ سنوياً.

ولإيجاد المبلغ يمكن استخدام أي من الجملتين المذكورتين كما يلي:

		جـ = أ × ج <sup>١٢</sup> ع <sup>١٢</sup>
		جـ <sup>١٢</sup> = أ × ج <sup>١٢</sup> ع <sup>١٢</sup> / ج <sup>١٢</sup>
		جـ <sup>١٢</sup> = المبلغ = ١٥٥٨٣،٩
		جـ <sup>٢٠</sup> = المبلغ = ٣،٨٩٥٩٧٥٩٩٢٥
		٤٠٠٠ = المبلغ = ٤٠٠٠
		٤٠٠٠ = المبلغ = ٤٠٠٠

مثال (٢٥)

أودع تاجر مبلغاً في أحد البنوك فبلغت فائدته في السنة السابعة  
 ٣٢٢٥،٨٨ جنيه، بينما بلغت فائدة السنة الثانية عشر ٦٣٦٢،٣٩ جنيه،  
 أحسب كلاً من:

- ١- المعدل السنوي للفائدة المركبة الذي حاسبه به البنك.
- ٢- المبلغ المستثمر.

## الحل

$$\text{ف}١٢ = \text{ف}٧ \text{ ج}^\circ \text{ع} \%$$

$$٦٢٦١،٣٩ = ٣٥٥٢،٨٨ \times \text{ج}^\circ \text{ع} \%$$

$$\text{ج}^\circ \text{ع} \% = ١،٧٦٢٣٤٢١$$

وبالبحث في العمود الثاني أمام وحدات الزمن ٥ نجد أن هذه الجملة  
 تقع أسفل المعدل ١٢٪.

أي المعدل السنوي للفائدة المركبة هو ١٢٪.  
 ولإيجاد المبلغ نتبع إحدى الطريقتين الآتيتين:

$\text{ف}١٢ = \text{ف}١ \times \text{ج}^{١٢} ١٢ \%$ $\frac{٦٢٦١،٣٩}{٣،٤٧٨٥٤٩٩٩٣٣٠} = \text{ف}١$ $= ١٨٠٠ \text{ جنيه}$	$\text{ف}٧ = \text{ف}١ \times \text{ج}^٦ ١٢ \%$ $\frac{٣٥٥٢،٨٨}{١،٩٧٣٨٢٢٦٨٥١} = \text{ف}١$ $= ١٨٠٠ \text{ جنيه}$
---	--

$$\text{ف}١ = \text{أ} \times \frac{\text{ع}}{١٠٠} \times ١$$

$$\frac{12}{100} \times أ = 1800$$

$$= 15000 \text{ جنيه}$$

ثالثاً: إيجاد المدة

مثال (٢٦)

استثمر تاجر ٤٠٠٠ جنيه بمعدل ٨٪ سنوياً بعد كم سنة تصبح  
الجملة المركبة المستحقة له ١٨٦٤٣،٨٢ جنيه.

الحل

$$ج \times أ \times ع = ج$$

$$ج \times ٨\% \times ٤٠٠٠ = ١٨٦٤٣،٨٢$$

$$ج \times ٨\% = \frac{١٨٦٤٣،٨٢}{٤٠٠٠} = \frac{٤،٦٦٠،٩٥٧١٤}{٣}$$

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل ٨٪ نجد أن هذا الرقم يقع  
أمام المدة ٢٠ أي أن عدد السنوات = ٢٠ سنة.

مثال (٢٧)

اقترض تاجر مبلغ ٦٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة ٣٪ عن  
كل ٤ شهور، بعد كم سنة تصبح الفائدة المركبة المستحقة له ٧٣٢٧،٧٣  
جنيه؟

الحل

$$ف = أ [ج \times ٣\% - ١]$$

$$7327,73 = 6000 [1 - 3\%]^n$$

$$\frac{7327,73}{6000} = [1 - 3\%]^n \quad \therefore$$

$$1,221289006 =$$

$$1 + 1,221289006 = 2,221289006 \quad \text{ج } 3\%$$

$$2,221289006 =$$

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل 3% نجد أن هذه الجملة تقع

أمام المدة 27 وحيث أن المعدل المذكور عن كل 4 شهور فإن المدة بالسنين:

$$9 \text{ سنوات} = \frac{27}{3} = \frac{\text{عدد وحدات الزمن}}{\text{عدد مرات التعلية في السنة}} =$$

مثال (28)

اقترض تاجر 12000 جنيه بمعدل فائدة 8% فإذا علمت أن فائدة

السنة الأخيرة 3552,017 جنيه، فكم كانت مدة القرض؟

الحل

$$960 = 0,08 \times 12000 = \text{ف } 1$$

$$\square \text{ فن } = \text{ف } 1 \times \text{ج } 8\% =$$

$$3552,017 = 960 \times \text{ج } 8\% =$$

$$\frac{3552,017}{960} = \text{ج } 8\% =$$

$$3,70018054 =$$

وبالبحث في الجدول الأول أسفل المعدل ٨٪ نجد أن هذه الجملة تقع

أمام المدة ١٧.

$$ن - ١ = ١٧$$

$$ن = ١ + ١٧ = ١٨ \text{ سنة}$$

مثال (٢٩)

أودع شخص مبلغ ٣٠٠٠ جنييه في أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة

٤٪ كل ٣ شهور، فبعد كم سنة تصبح جملته المركبة ٦٥٧٣،٣٧ جنييه.

الحل

$$ج ن \times ٤\% =$$

$$٦٥٧٣،٣٧ = ج ن \times ٣٠٠٠ \times ٤\%$$

$$ج ن \times ٤\% = \frac{٦٥٧٣،٣٧}{٣٠٠٠} = \frac{٢،١٩١١٢٣١٤}{٣}$$

وبالبحث في العمود الثاني أسفل المعدل ٤٪ نجد أن هذه الجملة تقع

أمام المدة ٢٠ أي أن عدد السنوات =  $٢٠ \div ٤ = ٥$  سنوات.

مثال (٣٠)

أراد موظف أن يستثمر مبلغ ٥٠٠٠ جنييه بحيث يحقق له جملة

قدرها ٨٨١،٧٠٩ جنيهاً في نهاية خمس سنوات، فما هو المعدل الذي يستثمر

به أمواله؟

الحل

$$ج = أ (١ + ع)^ن$$

$$ج = لو (١ + ع) = لو ج - لو أ$$



ن

$$\square \text{ لو } (ع + ١) = \frac{\text{لو } ٨٨١١,٧٠٩ - \text{لو } ٥٠٠٠}{٥}$$

$$= \frac{٣,٦٩٨٩٧ - ٣,٩٤٥٠٦,٠١}{٥}$$

$$\therefore \text{ لو } (ع + ١) = ٠,٤٩٢١٨٠٢$$

وبإيجاد العدد المقابل للوغاريتم نجد أن:

$$١,١٢ = (ع + ١)$$

$$\therefore ع = ١ - ١,١٢ = ٠,١٢ \text{ أو } ١٢\%$$

مثال (٣١)

أراد شخص أن يستثمر مبلغ ٦٠٠٠ جنيهاً حيث كان معدل الفائدة السائد في السوق ١٢,٥٪ سنوياً، فما هي المدة التي في نهايتها يحصل الشخص على جملة للمبلغ المستثمر تبلغ ١٢٥٢٧,٢١٥ جنيهاً؟

الحل

$$\square \text{ ن } = \frac{\text{لوج} - \text{لو أ}}{\text{لو } (ع + ١)}$$

$$\text{لو } ١٢٥٢٧,٢١٥ - \text{لو } ٦٠٠٠$$

$$\therefore \text{ ن } = \frac{٦٠٠٠}{١,١٢٥}$$

$$= \frac{٣,٧٧٨١٥١٣ - ٠,٩٧٨٥٤٥}{١,١٢٥}$$

٠،٥١١٥٢٥٢٢

= ٦،٢٥ سنة

**(٦-٩) المعدل الحقيقي والمعدل الاسمي:**

المعدل الحقيقي:

هو المعدل الذي مدته تتساوى مع مدة إضافة الفائدة، ويتم حساب الجملة المستحقة مباشرة باستخدام المعدل الحقيقي مع تغيير مدة الاستثمار لتصبح بالفترات الاستثمارية المساوية لمدة المعدل.

ويرمز للمعدل الحقيقي السنوي بالرمز  $i$  فمثلاً:

المعدل ٩٪ سنوياً والفوائد تضاف كل سنة، نلاحظ أن هذا المعدل حقيقي لأن مدة المعدل سنة ومدة إضافة الفائدة سنة، بالتالي يتم حساب الجملة باعتبار أن مدد الاستثمار بنفس فترات إضافة الفائدة بالسنوات.

وقد يكون المعدل حقيقياً ولكن غير سنوي وفي هذه الحالة يرمز له بالرمز  $i$  فعلى سبيل المثال لو أن معدل الفائدة ٨٪ نصف سنوي والفوائد تضاف مرتين في السنة.

نلاحظ أن هذا المعدل أيضاً حقيقي لأن مدته نصف سنة، ومدة إضافة الفائدة نصف سنوية، وبالتالي يمكن إيجاد الجملة المطلوبة باستخدام المعدل الحقيقي المعلوم ولكن بشرط تحويل المدة إلى فترات تابعة لمدة المعدل ويرمز لها بالرمز  $i$  وفي حالة حساب الفائدة أكثر من مرة خلال السنة يرمز لعدد مرات حساب الفائدة خلال السنة بالرمز  $n$ .

ويتم تعديل مدة الاستثمار لتتطابق مدة إضافة الفائدة وتحسب فترات الاستثمار وفقاً لما يلي:

$$ت = ن \times ل$$

ت المدة بالفترات تابعة للمعدل

ن مدة الاستثمار بالسنوات

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة  
المعدل الاسمي:

هو المعدل الذي لا يتساوى مع مدة إضافة الفائدة، ولذا لا يمكن حساب الجملة باستخدامه ويرمز له بالرمز ع، على سبيل المثال المعدلات التالية:

١٢٪ سنوياً: والفوائد تضاف كل ٦ شهور، معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة نصف سنة، ومدة المعدل سنة.

١٦٪ سنوياً: والفوائد تضاف ٤ مرات في السنة، وهو معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة ربع سنة، ومدة المعدل سنة.

١٨٪ نصف سنوي: والفوائد تضاف شهرياً، وهو معدل اسمي لأن مدة إضافة الفائدة شهرياً، ومدة المعدل كل ٦ شهور، وفي حالة ما إذا كان المعدل اسماً يتم تحويله إلى معدل حقيقي، ثم تعدل المدة لتتطابق مدة إضافة الفائدة.

$$\frac{ع}{ل} = ع$$

$\bar{C}$  المعدل الحقيقي غير السنوي

$C$  المعدل الاسمي السنوي

$L$  عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

$$ت = ن \times ل$$

مثال (٣٢)

اقترض مصطفى مبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه من بنك مصر الذي يحسب

فوائده بمعدل ١٨٪ سنوياً، على أن تضاف الفوائد كل ٤ شهور لمدة ٧

سنوات، أحسب المستحق عليه في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

$$أ = ٤٠٠٠٠٠ \text{ جنيه} \quad C = ١٨\% \text{ سنوياً} \quad ل = ٣ \quad ن = ٧ \quad ح = ??$$

الحل

المعدل الموجود معدل غير حقيقي فهو اسمي حيث أن مدته سنوية

ووحدة إضافة الفائدة  $\frac{1}{3}$  سنوية.

يتم تحويل المعدل إلى معدل  $\frac{1}{3}$  سنوي، ثم تحويل المدة إلى فترات  $\frac{1}{3}$

سنوية، ثم يتم حساب الجملة المطلوبة.

$$\bar{C} = \frac{C}{ل}$$

$$\bar{C} = \frac{١٨\%}{٣} = ٦\% \text{ معدل (ثلث سنوي)}$$

$$ت = ن \times ل$$

$$= 3 \times 7 = 21 \text{ فترة (ثلث سنوية)}$$

$$\text{ح} = \text{أ} (1 + \frac{\text{ع}}{100})^{\text{ن}}$$

$$\text{ح} = 40000 (1 + 6\%)^{21}$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل 6٪ العمود الثاني أمام المدة

21 فترة.

$$\text{ح} = 4,3995636 \times 40000 =$$

$$= 175982,544 \text{ جنيه}$$

مثال (33)

أودع أحمد مبلغ 60000 جنيه في بنك القاهرة لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 17٪ سنوياً وتحسب الفوائد مرتين في السنة، أحسب جملة المستحق له في نهاية المدة.

تمهيد للحل:

$$\text{أ} = 60000 \quad \text{ن} = 10 \text{ سنوات} \quad \text{ع} = 17\% \text{ سنوياً} \quad \text{ل} = 3$$

$$\text{ح} = ??$$

يلاحظ أن المعدل غير حقيقي فهو معدل اسمي سنوي لأن مدته سنة، ولكن مدة إضافة الفائدة نصف سنوية، فيجب تحويله إلى معدل حقيقي غير سنوي، ثم تحول مدة الاستثمار إلى فترات تابعة لمدة المعدل الحقيقي الجديد.

الحل

$$\frac{\text{ع}}{\text{ل}} = \text{ع}$$

$$\text{ع} = 17\% = 8,5\% \text{ نصف سنوي}$$

٢

$$ت = ن \times ل$$

$$= ٢ \times ١٠ = ٢٠ \text{ فترة نصف سنوية}$$

$$ح = أ (ع + ١)^ن$$

$$= ٦٠٠٠٠ (١ + ٨,٥\%)^{٢٠}$$

بالرجوع إلى الجداول المالية لا نجد هذا المعدل ضمن المعدلات المعطاة ولكن المعدل ٨,٥% يقع بين المعدل ٨% والمعدل ٩%, وبشئ من التفصيل:

فإن جملة وحدة النقود بالمعدل ٨,٥% عبارة عن جملة وحدة النقود بمعدل ٨% للمدة المطلوبة + الفائدة المستحقة عن المعدل ٠,٥% لنفس مدة الاستثمار.

وللحصول على قيمة الفائدة المستحقة عن المعدل ٠,٥% لنفس مدة الاستثمار فإنه بطرح جملة وحدة النقود بمعدل ٨% عن نفس المدة من جملة وحدة النقود بمعدل ٩% عن نفس المدة.

نحصل على فائدة ١% عن نفس المدة وبضربها في  $\frac{1}{2}$  نحصل على

فائدة  $\frac{1}{2}$ % لنفس المدة، وبالتالي فإن:

$$ح = ٦٠٠٠٠ \times [١ + (\%٨ \times ١)^{٢٠} + \text{فائدة فرق كسر المعدل}]$$

$$٥,٦٠٤٤١٠٨ = ٢٠(\%٩ + ١)$$

$$٤,٦٦٠٩٥٧١ = ٢٠(\%٨ + ١)$$

$$\text{فرق } ١\% = ٠,٩٤٣٤٥٣٧$$

$$\text{فرق } \frac{1}{2}\% = \frac{1}{2} \times 0,9434537 =$$

$$0,4717269 =$$

$$\text{جـ. ٢.} = 60000 [0,4717269 + 4,6609571] =$$

$$= 307961,037 \text{ جنيه}$$

مثال (٣٤)

أودع محمود مبلغ ١٠٠٠٠٠٠ جنيه في بنك مصر لمدة ١٥ سنة فوجد أن جملة المستحق له في نهاية المدة ٦٠٠٠٠٠٠ جنيه، أحسب معدل الفائدة المستخدمة في بنك الكرنك.  
تمهيد للحل:

$$أ = 100000 \quad ن = 15 \text{ سنة} \quad ح = 600000 \quad ع = ??$$

الحل

$$ح = أ (١ + ع)^ن$$

$$600000 = 100000 (١ + ع)^{15}$$

بقسمة طرفي المعادلة على قيمة أ

$$(١ + ع)^{15} = \frac{600000}{100000}$$

$$(١ + ع)^{15} = 6$$

بالبحث في الجداول المالية، العمود الثاني أمام المدة ١٥ سنة تحت

جميع المعدلات عن الرقم ٦، فإننا لا نجد هذا الرقم مباشرة.

ولكن نجد رقمين أحدهم أصغر منه مباشرة، والآخر أكبر منه

مباشرة كما يلي:

$$\begin{array}{ccc} 1^\circ (\%13 + 1) & 1^\circ (\%ع + 1) & 1^\circ (\%12 + 1) \\ 6,2542704 & 6 & 5,4735658 \end{array}$$

∴ المعدل المطلوب يقع بين 12%، 13%

$$ع = 12\% + س\%$$

وللحصول على قيمة س% يتم إجراء التناسب التالي:

$$\begin{array}{ccc} 6,2542704 = 1^\circ (\%ع + 1) & 6,2542704 = 1^\circ (\%13 + 1) & \\ 5,4735658 = 1^\circ (\%12 + 1) & 5,4735658 = 1^\circ (\%12 + 1) & \\ \Delta \text{ فرق } 1\% = 0,7807046 & \Delta \text{ فرق } 1\% = 0,7807046 & \\ \theta \text{ فرق كسر المعدل} = 0,5264342 & & \end{array}$$

$$\Delta \text{ فرق } 1\% = 0,7807046$$

$$\theta \text{ س} = 0,5264342$$

$$س = \frac{\text{فرق كسر المعدل}}{\text{فرق } 1\%} \times 1\%$$

$$س = \frac{0,5264342}{0,7807046} \times 1\%$$

$$س = 0,674\%$$

$$ع = 12\% + 0,674\%$$

$$ع = 12,674\%$$

العلاقة الرياضية بين المعدل الحقيقي السنوي ع والمعدل الاسمي السنوي

عس:



$$ع = ١ - ل \left( \frac{عس}{ل} + ١ \right)$$

حيث:

ع ترمز للمعدل الحقيقي السنوي

عس ترمز للمعدل الاسمي السنوي

ل عدد مرات إضافة الفائدة خلال السنة

$$عس = ل \left( ١ + \frac{١}{ل} [ع + ١] \right)$$

مثال (٣٥)

ما هو المعدل الحقيقي السنوي المقابل للمعدل الاسمي السنوي ٥% إذا

كانت الفائدة تضاف كل ثلاثة شهور؟

الحل

المعطيات:

$$ع = ٥\% \quad ل = ٤$$

$$ع = ١ - ل \left( \frac{عس}{ل} + ١ \right)$$

$$ع = ١ - ٤ \left( \frac{٠,٠٥}{٤} + ١ \right)$$

$$ع = ١ - ٤(١,٠١٢٥) =$$

$$= 1 - 1,050945 = 0,050945 \text{ أو } 5,0945\%$$

مثال (٣٦)

ما هو المعدل الاسمي الذي بموجبه تضاف الفائدة كل ثلث سنة إذا

علمت أن المعدل الحقيقي هو ٩,٢٧٢٧٪؟

الحل

المعطيات:

$$ع = 9,2727\% \quad ل = ٤$$

$$ل = عس \left[ 1 - \frac{1}{س} \right]$$

$$٩ = (1 - \frac{1}{٤})(1,092727)٤ = ٩,٢٧٢٧\%$$

مثال (٣٧)

أيهما أفضل من وجهة نظر المقرض، معدل ١٥٪ وتضاف الفائدة ٨

مرات سنوياً، أم معدل ١٦٪ وتضاف الفائدة ٤ مرات سنوياً.

الحل

نبحث عن المعدل الحقيقي في كلا الحالتين والمعدل الأكبر هو

الأفضل.

الحالة الأولى:

$$ع = (1 + \frac{0,15}{٨})^٤ - 1 = 0,1602 \text{ أو } 16,02\%$$

الحالة الثانية:

$$ع = (1 + 0,16)^٤ - 1 = 0,169859 \text{ أو } 16,9859\%$$

٤

إذن من الأفضل أن يُقرض بمعدل ١٦٪ وتضاف الفائدة ٤ مرات سنوياً.

**(١٠-٦) تمارين:****أولاً: تمارين شفوية:**

أولاً: أكمل العبارات الآتية:

$$١- \text{الجملة المركبة للمبلغ} = \text{المبلغ} \times \dots\dots\dots$$

$$٢- \dots\dots\dots \text{ أ [ج}^{\text{ن}}\% - ١] \rightarrow$$

$$٣- \text{الجملة المركبة لمبلغ في نهاية السنة الرابعة} = \dots\dots\dots \times (١,٠٤)^٤$$

$$٤- \text{ف}^١ = \text{ج}^١ - \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots [\text{ج}^١\% - \text{ج}^٩\%]$$

$$= \text{ف}^١ \times \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \times \text{ج}^٤\%$$

$$٥- \text{الجملة المركبة في نهاية أي سنة} = \text{الجملة المركبة في نهاية سنة سابقة}$$

$\times \dots\dots\dots$

$$\text{أي أن جن} = \text{جر} \times \dots\dots\dots$$

$$٦- \text{مجموع الفوائد المركبة في} \dots\dots\dots - \text{الأخيرة}$$

$$= \text{المبلغ} [\text{ج}^١٥\% - \text{ج}^١٠\% \text{ع}^١]$$

٧- مجموع الفوائد للسنوات ٤، ٥، ٦، ٧، ٨ = أ [ج ع% - ج ع%]

٨- عدد الفترات التابعة للمعدل = المدة بالسنين × .....

### ثانياً: تمارين عامة:

١- اقترض تاجر ٥٠٠٠ جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة ١٢٪ سنوياً،

أحسب كلاً من الجملة المركبة والفائدة المستحقة عليه في نهاية ١٠ سنوات.

٢- أودع تاجر ٨٠٠٠ جنيه في بنك القاهرة بمعدل فائدة ٨٪ سنوياً لمدة

٢٠ سنة، أحسب:

(أ) الفائدة عن السنة ١٥.

(ب) مجموع فوائد السنوات الخمس الأخيرة.

(ج) مجموع فوائد السنوات الثلاث الأولى.

(د) مجموع الفوائد للسنوات ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤.

٣- احسب الجملة المركبة لمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه استثمر بمعدل فائدة مركبة

٢،٥٪ عن كل ٣ شهور لمدة ٨ سنوات، وكذا مجموع الفوائد.

٤- أودع تاجر ٤٠٠٠ جنيه في أحد البنوك وكان معدل الفائدة المركبة ١٠٪

سنوياً وبعد ٦ سنوات تغير المعدل وأصبح ٤٪ عن كل ٦ شهور، وبعد

- ٥ سنوات أخرى أصبح المعدل ربع سنوي ٣٪، أحسب جملة ما يصير له بعد ٢٠ سنة من تاريخ الإيداع، ومجموع الفوائد المستحقة له.
- ٥- أحسب الجملة المركبة لمبلغ ١٥٠٠٠ جنية في نهاية ١٢ سنة إذا كان المعدل الربع سنوي ٣,٥٪.
- ٦- احسب الجملة المركبة للمبلغ في التمرين السابق في نهاية ١٠ سنوات وثلاثة أشهر.
- ٧- احسب المبلغ الذي صارت جملته المركبة ٦٤٨٨٤,١٢ جنية في نهاية ١١ سنة ونصف بمعدل ٥,٢٥٪ عن كل ستة شهور.
- ٨- احسب المبلغ الذي تصبح فائدته المركبة ٦٠٣٤١,٣٣ جنية بعد ٣٢ سنة إذا علمت أن الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً.
- ٩- افترض تاجر مبلغ ما بمعدل فائدة مركبة ١٠٪ سنوياً فكانت فائدة السنة العاشرة ١١٧٨,٩٧ جنية، أحسب مبلغ القرض.
- ١٠- افترضت إحدى الشركات ٤٠٠٠٠ جنية لمدة ٢٠ سنة فصارت الفائدة المركبة المستحقة عليها في نهاية المدة ٣٤٥٨٥١,٧٢٣٧ جنية، احسب معدل الفائدة السنوي.

١١- احسب معدل الفائدة المركبة الربع سنوي الذي استثمر به مبلغ ١٠٠٠٠ جنيه فصارت جملته المركبة في نهاية ٧ سنوات ونصف ٢٠٩٧٥،٦٧٦ جنيه.

١٢- إذا كانت الفائدة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ جنيه في نهاية ٧ سنوات وثمانية أشهر ٣٢٦٠، ٢٦٣٩ جنيه، فاحسب المعدل التلث سنوي.

١٣- أودع تاجر مبلغ ٣٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً، أوجد المدة التي تصبح الجملة المركبة المستحقة له ٦٤٧٦،٧٨ جنيه.

١٤- اقترض شخص من أحد البنوك مبلغ ٥٠٠٠ جنيه وبمعدل فائدة مركبة ٧٪ سنوياً، احسب المدة التي بعدها تصير الفائدة المركبة المستحقة له ٨٧٩٥،١٥٨ جنيه.

١٥- اقترض تاجر ٦٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٤،٧٥٪ عن كل ٦ شهور، بعد كم سنة تصبح الفائدة المركبة المستحقة عليه ١٩٢٨٨،٦٨ جنيه.

١٦- أودع تاجر ١٢٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بفائدة مركبة ١١٪ سنوياً، احسب مدة الإيداع إذا علمت أن فائدة السنة الأخيرة ٩٥٨٧،٦١ جنيه.

١٧- اقترض تاجر مبلغاً من أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة ١٥٪ سنوياً، فكانت فائدة السنة الثانية ٣٤٥٠٠ جنيه وفائدة السنة الأخيرة ١٧٢٧٢٦٣،٦٢ جنيه، احسب:

أ) فائدة السنة الأولى.

ب) مدة الإيداع.

ج) المبلغ.

١٨- مبلغ استثمر بمعدل فائدة مركبة ١٤٪ سنوياً فكانت فائدته في السنة الأخيرة ٤٦٣٩٢٤٤،١ جنيه فإذا كان مجموع فوائده البسيطة في الخمس سنوات الأولى بنفس المعدل ١٤٠٠٠٠ جنيه، احسب:

أ) فائدة السنة الأولى.

ب) مدة الإيداع.

ج) المبلغ.

د) ف.٧.

١٩- أودع شخص مبلغ ما في أحد البنوك فبلغت فائدته المركبة عن السنة الثالثة ١٠٦،٩٢ جنيه، بينما بلغت فائدته المركبة عن السنة الثامنة ١٦٤،٥١ جنيه، احسب:

المعدل السنوي للفائدة المركبة والمبلغ.

& ٥  
القيمة الحالية  
والخصم المركب لمبلغ



## محتويات الباب السابع

(١-٧) مقدمه

(٢-٧) الخصم المركب التجاري

(٣-٧) الخصم المركب الصحيح

(٤-٧) الخصم المركب

(٥-٧) العلاقة بين معدل الخصم المركب ومعدل الفائدة

(٦-٧) إيجاد القيمة الحالية بمعدل خصم مركب

(٧-٧) ملخص قوانين الباب السابع

(٨-٧) تمارين

## (٧-١) مقدمة

في المعاملات المالية أي مبلغ لا يساوي قيمته إلا في تاريخ استحقاقه فإذا تأخر استحقاق المبلغ أي قام المدين بدفعه بعد تاريخ الاستحقاق فإن ذلك يؤدي إلى زيادته بمقدار الفائدة سواء كانت بسيطة أو مركبة وبالعكس إذا قدم ميعاد استحقاق الدين أو المبلغ أي قام المدين بسداده قبل موعد استحقاقه فإن ذلك يؤدي على تخفيض قيمته بمقدار يسمى بالخصم.

وتسمى القيمة المستحقة في نهاية المدة باسم القيمة الاسمية ويلاحظ أن القيمة الاسمية تطابق تماماً الجملة، في حين يُطلق على القيمة المستحقة الآن قبل تاريخ الاستحقاق اسم القيمة الحالية ويطلق على الفرق بين القيمتين الاسمية والحالية اسم الخصم المستحق عن الفترة من تاريخ الخصم حتى تاريخ الاستحقاق.

وخصم الدين أو قطعه يعني سداد قيمته قبل حلول موعد استحقاقه، ويسمى الخصم بفائدة مركبة بالخصم المركب وهو نوعان هما الخصم المركب التجاري والخصم المركب الصحيح.

## (٧-٢) الخصم المركب التجاري:

ويُعرف على أنه الفائدة المركبة للقيمة الاسمية للمدة المحصورة بين تاريخ السداد وتاريخ الاستحقاق أي أن:

$$\text{الخصم المركب التجاري} = \text{القيمة الاسمية (ج.ن\% - ١)}$$

$$\text{أو } X = \text{ق.س (ج.ن\% - ١)}$$

حيث:  $X$  ترمز للخصم المركب التجاري

ق. س ترمز للقيمة الاسمية

$$ج. ن. = (1 + ع) ^ n$$

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية - الخصم المركب التجاري

$$أو \quad ق. ح. ت = ق. س - ق. س (ج. ن. - 1)$$

$$= ق. س (2 - ج. ن.)$$

ومن الواضح أنه إذا كانت  $ج. ن.$  أكبر من 2 فتكون القيمة الحالية التجارية

سالبة وهذا يعني أن الخصم أكبر من القيمة الاسمية، لذلك لا يستخدم هذا النوع من الخصم في الحياة العملية.

### (٧-٣) الخصم المركب الصحيح:

ويُعرف بأنه الفائدة المركبة للقيمة الحالية الصحيحة للمدة المحصورة بين

تاريخ سداد الدين وتاريخ استحقاقه أي أن:

$$\text{الخصم المركب الصحيح} = \text{القيمة الحالية الصحيحة} (ج. ن. - 1)$$

$$أو \quad خ. ص = ق. ح. ص (ج. ن. - 1)$$

القيمة الاسمية = القيمة الحالية الصحيحة + الخصم المركب الصحيح

$$أو \quad ق. س = ق. ح. ص + خ. ص$$

$$= ق. ح. ص + ق. ح. ص (ج. ن. - 1)$$

$$= ق. ح. ص (1 + ج. ن.)$$

أي أن:

$$ق. س = ق. ح. ص \times ج. ن.$$

وحيث أننا لن نستخدم الخصم المركب التجاري ومن ثم القيمة الحالية التجارية، فإننا سنكتفي بذكر الخصم المركب ويكون مقصوداً به الخصم المركب الصحيح وسنكتفي بذكر القيمة الحالية ويكون المقصود بها القيمة الحالية الصحيحة.

وقد رأينا في الفصل السابق أن القانون الأساسي للجملة بالفائدة المركبة

هو:

$$ج_n = أ \times ج_n\%$$

فإذا اعتبرنا أن:

$$ج_n = ق. س$$

$$أ = ق. ح$$

وفي هذه الحالة فإن القيمة الحالية لمبلغ يستحق بعد ن فترة زمنية ويستثمر بمعدل فائدة مركبة ع% يتم حسابها من معادلة الجملة كما يلي:

$$\frac{ج_n}{(1 + ع\%)^n} = \frac{ج_n}{ج_n\%} = أ$$

ويلاحظ أن:

يمثل القيمة الحالية للجنيه الذي يستحق بعد ن سنة من الآن بمعدل ع% وإذا عوضنا عن هذا المقدار بالعلاقة التالية:

$$ح_n = \frac{1}{(1 + ع)^n} = ح_n$$

في هذه الحالة يمكن حساب القيمة الحالية الصحيحة من المعادلة الآتية:

$$ق. ح = ق. س \times ح. ن \%$$

ونحصل على قيمة ح. ن % المختلفة من العمود الثالث في جداول الفائدة المركبة للمعدلات من ١ % إلى ١٦ % وللمدد المختلفة من ١ إلى ٥٠ وفي حالة المعدلات والمدد الغير وارده بالجدول يمكننا استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد القيمة الحالية وبالتالي الخصم المركب.

والأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق هذا القانون:

مثال (١) :

شركة التجارة مدينة بمبلغ ٤٠٠٠٠٠٠ جنيه للسيد أمين سليم تستحق السداد في نهاية ١٠ سنوات، ولدواعي التصفية اضطرت الشركة لسداد جميع ديونها الآن، أحسب المبلغ الذي يجب سداه اليوم إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد في السوق ١٢ % سنوياً.

تمهيد للحل

يلاحظ أن مبلغ ٤٠٠٠٠٠٠ تستحق في نهاية ١٠ سنوات أي أن تاريخ السداد بعد ١٠ سنوات ولذا فإن هذا المبلغ يعتبر قيمة اسمية.

$$ق. س = ٤٠٠٠٠٠٠ \quad ن = ١٠ \text{ سنوات} \quad ع = ١٢ \% \quad ق. ح = ??$$

الحل

$$ق. ح = ق. س \times ح. ن \%$$

$$= 400000 \times \text{ح}^1$$

بالكشف في الجداول المالية العمود الثالث تحت المعدل ١٢٪ أمام  
١٠ سنوات.

$$= 400000 \times 0,3219732$$

$$= 128789,28$$

تدريب:

أوجد القيمة الحالية في المثال السابق إذا كان معدل الفائدة ١٥٪.

الجواب (٩٨٨٧٣,٨٨)

مثال (٢) :

رضوان خالد مدين بمبلغ ٢٠٠٠٠٠٠ تستحق السداد في نهاية ١٧ سنة،  
ولقد طلب ورثة السيد/رضوان خالد سداد هذا الدين المستحق على تركة مورثهم،  
فإذا علمت أن معدل الفائدة السائد في السوق عند السداد ٩,٥٪ سنوياً.  
احسب المبلغ الذي يجب على الورثة سداه.

تمهيد للحل

$$\text{ق. س} = 200000 \quad \text{ن} = 17 \quad \text{ع} = 9,5\% \quad \text{ق. ح} = ??$$

راعى دائماً أن هناك تناسباً عكسياً بين القيمة الحالية وكل من معدل  
الفائدة والمدة، حيث أنه كلما زادت مدة الاستثمار انخفضت القيمة الحالية، وكذلك  
بالنسبة لمعدل الفائدة، حيث أن ح بمعدل فائدة ٩٪ أكبر من ح بمعدل فائدة ١٠٪.

وبالتالي للحصول على قيمة ح بمعدل ٩،٥٪ يمكن إيجاد قيمة ح بمعدل ٩٪ وطرح مقابل فرق  $\frac{1}{2}$ ٪ من هذه القيمة.

أو كان يمكن إيجاد القيمة الحالية (ح) بمعدل ١٠٪ وإضافة الفرق المقابل  $\frac{1}{2}$ ٪ لهذه القيمة.

الحل

$$ق. ح = ق. س \times ح. ن. \%$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ \times ح. ١٧ \%$$

$$= ٢٠٠٠٠٠٠ [ح. ١٧ - فرق ١ \times \frac{1}{2} \%$$

بالكشف في الجداول المالية العمود الثالث تحت المعدلين ٩٪، ١٠٪ أمام ١٧ سنة.

$$ح. ١٧ = ٠،٢٣١٠٧٣٢$$

٩٪

$$ح. ١٧ = ٠،١٩٧٨٤٤٧$$

١٠٪

$$فرق ١ = ٠،٠٣٣٢٢٨٥$$

$$ق. ح = ٢٠٠٠٠٠٠ [٠،٢٣١٠٧٣٢ - ٠،٠٣٣٢٢٧٥ \times \frac{1}{2} \%$$

$$= ٤٢٨٩١،٨ \text{ جنيه}$$

تدريب:

أوجد القيمة الحالية في المثال السابق إذا كان معدل الفائدة

٩،٢٪ سنوياً. الجواب (٤٤٨٨٥،٣٤ جنيه)

مثال ( ٣ ) :

اشترى أحمد المحمدي شقة تمليك ودفع نصف الثمن فوراً، وتعهد بسداد مبلغ ١٠٠٠٠٠٠٠ جنيه في نهاية ٨ سنوات.

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السائد عند الشراء ١٢٪ سنوياً، على أن تضاف الفوائد كل ٤ شهور، احسب الثمن النقدي لشراء الشقة.

تمهيد للحل

يلاحظ أن الباقي  $\frac{1}{2}$  ثمن الشراء، فإذا استطعنا تحديد القيمة الحالية لنصف

ثمن الشراء.

بضربه في اثنين نحصل على ثمن الشقة.

ق. س = ١٠٠٠٠٠٠٠ ن = ٨ ع س = ١٢٪ ل = ٣ ق. ح = ؟؟

انتبه دائماً لمعدل الفائدة وتأكد أن مدته متساوية مع مدة إضافة الفائدة فإذا

حدث خلاف بينهما فإنه يصبح معدلاً غير حقيقي ويسمى المعدل الاسمي.

الحل

$$\bar{ع} = \frac{ع}{ل}$$

$$= \frac{١٢\%}{٣} = \frac{١}{٣} \text{ سنوي} \times ٤\% = \frac{١}{٣}$$

$$ن = ٨ \times ٣ = ٢٤ \text{ فترة (ثلث سنوية)}$$



$$ق. ح = ق. س \times ح^n$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠ \times ح^{٢٤}$$

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل ٤٪ العمود الثالث أمام ٢٤ فترة.

$$= ٠,٣٩٠١٢١٥ \times ١٠٠٠٠٠٠ =$$

$$= ٣٩٠١٢,١٥ جنيه$$

ثمن الشقة النقدي = القيمة الحالية للدين  $\times ٢$

$$= ٢ \times ٣٩٠١٢,١٥ =$$

$$= ٧٨٠٢٤,٣٠ جنيه$$

تدريب:

حل المثال السابق إذا كان معدل الفائدة ١٢٪ سنوياً والفوائد تضاف

كل ٦ شهور. (الجواب (٧٨٧٢٩,٢٦))

مثال (٤) :

سلامه مسلم مدين بمبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد في ١٩٩٤/١٢/٣١

وتوفى سلامه مسلم في ١٩٨٨/٦/٣٠ فأضطر ورثته لسداد هذا الدين فور وفاته.

فإذا علمت أن معدل الفائدة المركبة المستخدم ٩٪ سنوياً، احسب المبلغ

الذي يلتزم الورثة بسداده.

تمهيد للحل

٩٤/١٢/٣١

٨٨/٦/٣٠

٦,٥ سنوات

الباب السابع **الجزء الثاني** القيمة الحالية والخصم المركب

ق.س = 60000      ن = 6,5      ع = 9%

الحل

ق.ح = ق.س × ح<sup>ن</sup>

60000 × ح<sup>6,5</sup> =

ق.ح = ح<sup>0,09</sup> × ح<sup>1</sup> × 60000 =

حيث أنه تم استخدام قاعدة الأسس.

ق.ح = ح<sup>1</sup> × 60000 =

$\frac{1}{\frac{6}{12}(ع + 1)}$

بالكشف في ملحق الجداول المالية

تحت المدة 6 شهور أمام 9% سنوياً

بالكشف في الجداول المالية تحت المعدل 9%

العمود الثالث أمام 6 سنوات

ق.ح = 60000 × 0,5962673 =

1,0440307

×

34267,228 = ح

تدريب:

أوجد القيمة الواجب سدادها إذا كانت الوفاة 1988/3/31.

الجواب (33536,859)

**(٧-٤) الخصم المركب:**

الخصم المركب = القيمة الاسمية - القيمة الحالية

خ = ق.س - ق.ح

وحيث أن:

$$ق. ح = ق. س \times ح^n$$

$$خ = ق. س - ق. س \times ح^n$$

$$خ = ق. س (1 - ح^n)$$

أما الخصم المطلوب هو الخصم عندما تكون القيمة الاسمية وحدة النقود التي تستحق بعد فترة زمنية واحدة أي أن  $n = 1$ ، الخصم في هذه الحالة يطلق عليه معدل الخصم والذي يرمز له بالرمز ص.

### (٧-٥) العلاقة بين معدل الخصم المركب ومعدل الفائدة:

$$1 - ح = ص$$

$$ص = 1 - \frac{1}{(ع + 1)}$$

$$ص = \frac{1 - (ع + 1)}{(ع + 1)}$$

$$\frac{ع}{(ع + 1)} = ص$$

معدل الفائدة ←

↓

معدل الخصم

$$\frac{ع}{ع + 1} = ص$$

$$ع = (ع + 1) \times ص$$

$$ع = ع + ص$$

$$ع - ع = ص$$

$$ص = ع(1 - ص)$$

مثال (5):

$$\frac{ص}{ص - 1} = ع$$

أوجد معدل الخصم بـ  $ع$  إذا مركبة 12% سنوياً.

معدل الفائدة  $ع = 12\%$

معدل الخصم للحل  $ص = ??$

الحل

$$\frac{ع}{ع + 1} = ص$$

$$\frac{0,12}{0,12 + 1} = ص$$

$$ص = 10,714\% \text{ سنوياً}$$

تدريب:

احسب معدل الخصم المركب المقابل لمعدل فائدة 15% سنوياً.

الجواب (13,04%)

مثال (٦) :

أوجد معدل الفائدة المركبة المقابل لمعدل خصم مركب ٩٪ سنوياً.

تمهيد للحل

$$ص = ٩\% \quad ع = ??$$

الحل

$$\frac{ص}{ص - ١} = ع$$

$$\frac{٠,٩}{٠,٩ - ١} = ع$$

$$ص = ٩,٨٩\%$$

تدريب:

احسب معدل الخصم المركب المقابل لمعدل فائدة ٨٪ سنوياً.

الجواب (٨,٧٪)

(٦-٧) إيجاد القيمة الحالية بمعدل خصم مركب:

$$ص - ١ = ح$$

$$ح = (١ - ص)$$

$$ح^n = (١ - ص)^n$$

$$\text{وحيث أن } ق. ح = ق. س \times ح^n$$

$$ق. ح = ق. س (١ - ص)^n$$

القيمة      القيمة      معدل      مدة

الحالية الاسمية الخصم الخصم  
المركب

مثال (٧) :

شركة صلاح الدين عبد الله للعلم والتقدم كانت مدينة بمبلغ ١٠٠٠٠٠٠٠ جنيهه يستحق السداد في نهاية ٨ سنوات بمعدل خصم مركب ١٣٪ سنوياً وأرادت الشركة سداد المبالغ المستحقة عليها الآن، احسب المبلغ الذي تلتزم الشركة بسداده.

تمهيد للحل

ق.س = ١٠٠٠٠٠٠٠ جنيهه ن = ٨ سنوات ص = ١٣٪ ق.ح = ؟؟  
الحل الأول:

$$ق.ح = ق.س (١ - ص)^ن$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠ (١ - ٠,١٣)^٨$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠٠ (٠,٨٧)^٨$$

= بالضرب المباشر أو باستخدام الآلات الحاسبة التي بها الأسس.

$$= ٣٢٨٢١,١٦٧ = ٠,٣٢٨٢١١٧ \times ١٠٠٠٠٠٠٠$$

الحل الثاني:

$$ع = \frac{ص}{١ - ص}$$

$$\therefore ع = \frac{٠,١٣}{٠,١٣ - ١} = ١٤,٩٤٣\% = ١٥\% \text{ تقريباً}$$

$$ق. ح = ق. س \times ح^n \quad \text{بمعدل فائدة مركبة } ١٥\%$$

$$= ١٠٠٠٠٠٠ \times ح^٨$$

$$= ٠,٣٢٦٩٠١٨ \times ١٠٠٠٠٠٠ = ٣٢٦٩٠,١٨ \text{ جنيه.}$$

يلاحظ أن هناك فرق بين النتيجة في الحالتين وهذا الفرق يرجع

للتقريب.

تدريب:

احسب القيمة الحالية في المثال السابق إذا كان معدل الخصم

١١٪ سنوياً. الجواب (٣٩٣٦٥,٨٨٨)

احسب القيمة الحالية في المثال السابق إذا كانت مدة الدين ١٥ سنة.

الجواب (١٢٣٨١,٩٤٣)

مثال (٨) :

شركة التوفيق لأعمال السلام كانت مدينة بمبلغ ٤٠٠٠٠٠٠ جنيه تستحق

في نهاية ٨ سنوات بمعدل خصم مركب ١٨٪ سنوياً، على أن تحسب الفوائد كل

٦ شهور، احسب المبلغ الذي تسدده اليوم وفاءً لهذا الدين.

تمهيد للحل

ق. س = ٤٠٠٠٠٠٠ جنيه ن = ٨ سنوات ص = ١٨٪ سنوياً ل = ٢

الحل

$$\frac{\overline{ص}}{ل} = \overline{ص}$$

$$= \frac{\%١٨}{٢} = ٩\% \text{ نصف سنوي}$$

حيث  $\overline{ص}$  معدل الخصم الحقيقي النصف سنوي.

$$ت = ن \times ل$$

$$= ٢ \times ٨ = ١٦ \text{ فترة نصف سنوية}$$

$$ق. ح = ق. س (١ - \overline{ص})^ن$$

$$= ٤٠٠٠٠٠٠ (١ - ٠,٠٩)^{١٦}$$

$$= ٠,٢٢١١٣٧٤٤ \times ٤٠٠٠٠٠٠ = ٨٨٤٥٤,٩٧٦ \text{ جنيه.}$$

تدريب:

احسب المبلغ الذي تسدده اليوم وفاءً لهذا الدين إذا كان معدل الخصم

المركب ٢٤٪ الفوائد وتضاف كل ٣ شهور. الجواب (٥٥٢٢٦,٩٨١)

### (٧-٧) ملخص قوانين الباب السابع:

(١) الخصم المركب = القيمة الاسمية - القيمة الحالية.

$$(٢) ق ح = ق س = ق س \times ١$$



$$\frac{\%ج.ن}{\%ج.ن}$$

$$= ق س \times \%ج.ن$$

$$(3) ق.س = ق.ح \times \%ج.ن$$

$$\div ع 100 = قيمتها الحالية في السنة التالية$$

$$(4) القيمة الحالية لكمبيالة أو دين$$

$$\times ع 100 = قيمتها الحالية في السنة السابقة$$

فمثلاً:

$$ق ح 2 = ق ح 1 \times 1$$

$$= ق ح 1 \div (100ع)$$

$$ق ح 1 = ق ح 2 (100ع)$$

وبالمثل:

$$ق ح 3 = ق ح 1 \times \%ج.ن^2$$

(أي أن القيمة الحالية للكبيالة أو دين قبل استحقاقهما بثلاث سنوات =

$$\text{القيمة الحالية للكبيالة أو الدين قبل استحقاقهما في سنة واحدة} \times \%ج.ن^2$$

(5) وبصفة عامة:

القيمة الحالية للكبيالة أو الدين = قيمتها الحالية في أي سنة تالية  $\times \%ج.ن$  فرق السنوات

$$= \text{قيمتها الحالية في أي سنة سابقة} \times \%ج.ن \text{ فرق السنوات}$$

$$\text{فمثلاً: } ق ح 10 = ق ح 7 \times \%ج.ن^3, \text{ } ق ح 7 = ق ح 10 \times \%ج.ن^3$$

حيث ق ح ١٥ ، ق ح ٧ هما القيمة الحالية للكمبيالة أو الدين قبل استحقاقهما بـ ١٥ ، ٧ سنوات على الترتيب .

(٦) قيم العمود الثالث:

أ- تتناقص بزيادة المعدل أمام أي وحدة زمن .

ب- تتناقص بزيادة وحدات الزمن أسفل أي معدل .

(٧) قيم العمود الثالث هو مقلوب القيم المناظرة في العمود الثاني .

(٨) الخصم المركب = القيمة الاسمية - القيمة الحالية

أو خ = ق. س - ق. ح

$$\frac{1}{(ع + 1)^ن} = ح^ن = س (ح - 1)^ن،$$

$$(٩) \text{ معدل الخصم} = \frac{\text{معدل الفائدة}}{(١ + \text{معدل الفائدة})}$$

أو

$$\frac{ع}{(ع + 1)} = ص$$

معدل الفائدة ←

معدل الخصم ↓

$$(١٠) \text{ معدل الفائدة} = \frac{\text{معدل الخصم}}{\text{معدل الخصم} + ١}$$

(١ - معدل الخصم)

أو

$$\frac{ص}{(ص + ١)} = ع$$

معدل الخصم ←

معدل الفائدة  
 $(١١) ص - ١ = ح$   
 $ح - ١ = ص$   
 ومنها:  
 $ح^n = (ص - ١)^n$

(١٢) القيمة الحالية بمعدل خصم مركب = ق. س (١ - ص)<sup>ن</sup>  
 حيث:

ق. س ترمز للقيمة الاسمية  
 ص ترمز لمعدل الخصم المركب  
 ن ترمز لمدة الخصم

### (٧-٨) تمارين:

أولاً: تمارين شفوية

(١) أكمل العبارات المقابلة في كل مما يأتي بما يجعل العلاقة صحيحة:

$$١ - ق ح = ١٠ ح = ق ح ٦ \times \dots\dots\dots$$

$$٢ - ق ح ٢٠ \div ج = \dots\dots\dots$$

$$٣- ق ح ٢٠ \times ج^\circ = \dots\dots\dots$$

$$٤- ق ح ١٢ \times ١,٠٠٤ = \dots\dots\dots$$

$$٥- ق ح ١٨ + ق ح ١٧ = \dots\dots\dots$$

$$٦- ق ح ١٢ + ق ح ١٣ بمعدل ١٠٪ سنوياً = \dots\dots\dots$$

$$٧- ق ح ١٠ + ق ح بمعدل ١٠٪ سنوياً = \dots\dots\dots$$

(٢) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ في كل مما يأتي:

- ١- توجد للكمبيالة قيمة اسمية واحدة ولكن لها عدة قيم حالية. ( )
- ٢- أعداد العمود الثالث تتناقص كلما زاد المعدل أمام وحدة زمن. ( )
- ٣- القيمة الاسمية للكمبيالة تزداد بزيادة المدة الباقية على استحقاقها. ( )
- ٤- القيمة الحالية للكمبيالة تقل كلما بعد تاريخ القطع عن تاريخ الاستحقاق. ( )
- ٥- إذا زاد معدل الخصم تزيد القيمة الحالية. ( )
- ٦- كلما نقصت المدة الباقية على استحقاق الدين تنقص قيمته الحالية. ( )

ثانياً: تمارين عامة (تحريرية)

١- مبلغ ٣٠٠٠ جنية يستحق في نهاية ١٠ سنوات من الآن احسب قيمته الحالية ومقدار الخصم المركب إذا علمت أن معدل الخصم المركب ٧٪ سنوياً.

٢- إحدى الشركات مدينة لبنك مصر بمبلغ ١٥٠٠٠٠٠ جنية تستحق السداد في نهاية ٥ سنوات. احسب المبلغ الذي يجب سداه اليوم إذا علمت أن معدل الخصم المركب هو ١٠٪.

- ٣- احسب القيمة الحالية لمبلغ ٥٠٠٠٠٠ جنيه يستحق السداد في نهاية ٢٠ سنة إذا عملت أن معدل الخصم المركب ٨,٥٪ سنوياً.
- ٤- شخص مدين بمبلغ ٤٠٠٠٠٠ جنيه تستحق السداد في ٢٠٠٠/٨/٣١ فإذا علمت أن هذا الشخص توفي في ١٩٩٠/٥/٣١ فاحسب المبلغ الذي يلزم الورثه بسداده، إذا علمت أن معدل الخصم المركب ٦٪.
- ٥- كميالة تستحق في ١٩٩٨/٣/١ قطعت في يوم ١٩٨٨/٣/١ بمعدل خصم مركب ٢,٥٪ كل ٣ شهور فكانت قيمتها الحالية ١٣٠٣٥,٠٨٥ جنيه، احسب قيمتها الاسمية.
- ٦- كميالة قيمتها الاسمية ٢٥٠٠٠ جنيه قطعت قبل تاريخ استحقاقها بخمس سنوات فكانت قيمتها الحالية ١٣٨٤١,٩٠ جنيه، احسب معدل الخصم المركب الربع سنوي الذي قطعت به الكميالة.
- ٧- كميالة بلغت قيمتها الحالية قبل استحقاقها بسبع سنوات ٧٢٣٧,٥٨٧ جنيهاً كما بلغت قيمتها الحالية قبل استحقاقها بخمس عشر سنة ٢٩٢٣,١٤٠ جنيهاً. احسب:
- أ- المعدل السنوي للخصم المركب.
- ب- القيمة الاسمية للكميالة.
- ج- القيمة الحالية للكميالة إذا قطعت قبل موعد استحقاقها لـ ٢٠ سنة.
- ٨- كميالة قيمتها الاسمية ١٢٠٠٠ جنيه قطعت في ١٩٩٢/١٠/١ بمعدل خصم مركب ٤٪ عن كل ٣ شهور فكانت قيمتها الحالية ٣٤٢٠,٦٩٦ جنيه. احسب تاريخ استحقاق الكميالة.

٩- تاجر مدين لآخر بالمبالغ الآتية:

يستحق بعد ٥ سنوات من الآن.	١٠٠٠ جنية
يستحق بعد ٧ سنوات من الآن.	٢٠٠٠ جنية
يستحق بعد ٩ سنوات من الآن.	٣٠٠٠ جنية

اتفق مع دائنه الآن على أن يسدد له الديون الثلاثة بعد أن يسمح له بخصم مركب بمعدل ٨٪ سنوياً، احسب مجموع ما يسدده الآن.

١٠- اشترى شخص منزلاً دفع نصف ثمنه نقداً وتعهد بسداد الباقي في نهاية ١٠ سنوات وثلاثة شهور، فإذا علمت أن المبلغ الذي يلتزم الشخص بسداده في نهاية المدة هو ٣١٩٥١٠٢،٠٤ جنية، احسب الثمن النقدي للمنزل إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة الذي استخدمه البائع هو ١٢٪ سنوياً.

١١- أوجد معدل الخصم الصحيح إذا كان معدل الفائدة السنوي ٤٪.

١٢- ما هو معدل الفائدة السنوي المقابل لمعدل خصم صحيح قدره ٥٪.

١٣- أوجد مقدار الخصم الصحيح لمبلغ ١٠٠ جنية يستحق بعد ٥ سنوات بمعدل فائدة مركبة ٤٪ سنوياً.

١٤- سند قيمته الاسمية ٢٥٠٠ جنية خصم بمعدل ٦٪ سنوياً فكانت قيمته الحالية ١٠٠٠ جنية أوجد مدة الخصم.

١٥- القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية ١٠٠٠ جنية مخصوماً بمعدل خصم صحيح لمدة ١٥ سنة هي ٤٣٥،٧٨٩ جنية. أوجد معدل الخصم الصحيح المئوي السنوي؟

- ١٦- كمبيالة قيمتها الاسمية ٤٠٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٥ سنوات خصمت بمعدل خصم صحيح ٤٪ سنوياً. أوجد قيمتها الحالية؟
- ١٧- مبلغ ١٠٠٠ جنيه يستحق بعد ١٠ سنوات ما هي القيمة الحالية لهذا المبلغ إذا كان معدل الخصم  $\frac{3}{4}$  ٤ سنوياً.
- ١٨- إذا كانت القيمة الحالية لسند قيمته الاسمية ٥٠٠٠ جنيه هي ٣٥٤٤,٥٩٠ جنيهاً، أوجد معدل الخصم المئوي السنوي لهذا السند إذا علمت أن مدة الخصم ١٠ سنوات.