

Série de TD n° = 02

La logique propositionnelle (partie 2 : La sémantique)

Exercice 1:

Soit la formule P définie comme $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (r \vee \neg p)$

1. Donner la table de vérité de la formule P ;
2. Dire si la formule est valide, satisfiable, insatisfiable ?
3. La formule P a-t-elle un modèle ? Si oui lequel ?
4. Donner la FNC et la FND de la formule P.

Exercice 2 :

Vérifier que les formules ci-dessous (appelées paradoxes de l'implication matérielle) sont des tautologies :

- a) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$
- b) $\neg P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$.

En voyez-vous une traduction en langage naturel ?

Exercice 3 :

Établir les tables de vérité des formules suivantes et dites si elles sont valides, vérifiables ou invérifiables :

- a. $(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee R)$
- b. $P \wedge (Q \rightarrow P) \rightarrow P$
- c. $(P \vee Q) \wedge \neg P \wedge \neg Q$
- d. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \vee R) \wedge P$
- e. $((P \vee Q) \rightarrow R) \leftrightarrow P$

Exercice 4:

Trouvez les formes normales disjonctives :

- a. $(A \vee B \vee C) \wedge (C \vee \neg A)$
- b. $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$
- c. $\neg((A \vee B) \rightarrow C)$

Exercice 5:

Trouvez les formes normales conjonctives :

a. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$

b. $(A \vee (\neg B \wedge (C \vee (\neg D \wedge E))))$

c. $A \leftrightarrow (B \wedge \neg C)$

Exercice 6:

Montrez, par la méthode des tables de vérité, que :

a) $p \leftrightarrow q \models p \rightarrow q$

b) $p \leftrightarrow \neg q \models p \rightarrow q$

c) *vrai* $\models r \rightarrow (s \rightarrow (t \wedge s \rightarrow r))$

d) $\{q \rightarrow (r \wedge s), \neg r \vee \neg s\} \models \neg q$