

Série de TD n° = 02

La logique propositionnelle (partie 1 : La syntaxe)

Exercice 1:

1. Soit A la proposition suivante : Tous les hommes sont barbus. Cochez les formulations correctes de la proposition $\neg A$.

- Tous les hommes ne sont pas barbus.
- Aucun homme n'est barbu.
- Il existe un homme qui n'est pas barbu.
- Il existe au moins un homme qui n'est pas barbu.
- Il n'existe qu'un seul homme qui n'est pas barbu.

2. Voici une liste de propositions A et B simples, dont vous connaissez la valeur de vérité . Dans chaque cas, exprimez la valeur de vérité de la proposition $A \wedge B$.

- A : Paris est la capitale de la France. et B : $1+1 = 2$.
- A : Un chat a cinq pattes. et B : Un carré a quatre cotés. .
- A : Un triangle rectangle a un angle droit. et B : Deux droites parallèles se coupe en un point. .
- A : $3 * 8 = 32$ et B : Paris est la capitale de la France. .
- A : Berlin est la capitale de l'Espagne. et B : Un triangle rectangle a trois cotés égaux. .
- A : Une mouche sait voler. et B : Le Canada est un pays du continent américain. .

3. Voici une liste de propositions A et B simples, dont vous connaissez la valeur de vérité . dans chaque cas, exprimez la valeur de vérité de la proposition $A \vee B$.

- A : Paris est la capitale de la France. et B : $1+1 = 2$.
- A : Un chat a cinq pattes. et B : Un carré a quatre cotés. .
- A : Un triangle rectangle a un angle droit. et B : Deux droites parallèles se coupe en un point. .
- A : $3 * 8 = 32$ et B : Paris est la capitale de la France. .
- A : Berlin est la capitale de l'Espagne. et B : Un triangle rectangle a trois cotés égaux. .
- A : Une mouche sait voler. et B : Le Canada est un pays du continent américain. .

Exercice 02

Soit p la proposition « X estime Y » et q la proposition « Y estime X ».

Ecrire sous forme symbolique les phrases suivantes :

- X estime Y mais Y ne lui rend pas son estime ;
- X et Y s'estiment ;
- X et Y se détestent ;
- Y est estimé par X mais X est détesté par Y ;
- X et Y ne se détestent ni l'un ni l'autre.

Exercice 3 :

Trois touristes font chacun une déclaration :

1^{er} touriste : « Nous avons visité le musée du Bardo et le jardin d'essais mais pas le musée des beaux arts »

2^{ème} touriste : « Nous avons visité les beaux arts et le jardin d'essais mais pas le Bardo »

3^{ème} touriste : « Nous avons visité le Bardo et les beaux arts mais pas le jardin d'essais »

Sachant que chaque touriste ment une et une seule fois dans sa déclaration, qu'est ce qu'ils ont réellement visité ?

Exercice 4 :

Soient p et q deux variables propositionnelles signifiant respectivement *il fait froid* et *il pleut*.

Écrire une phrase simple correspondant à chacun des énoncés suivants :

1. $\neg p$,

2. $p \wedge q$,

3. $p \vee q$,

4. $q \vee \neg p$,

5. $\neg p \wedge \neg q$,

6. $\neg\neg q$

Exercice 5 :

En associant les énoncés élémentaires : « Paul est étudiant » « Quentin est étudiant », René est étudiant aux propositions p, q, r, respectivement ; associer à chacun des énoncés suivants la formule propositionnelle qui semble lui correspondre sémantiquement :

1. Paul et Quentin sont étudiants.

2. Paul ou Quentin est étudiant.

3. Exactement un seul parmi Paul et Quentin est étudiant.

4. Ni Paul ni René ne sont étudiants.

5. Au moins l'un des trois n'est pas étudiant.

6. Un seul parmi les trois n'est pas étudiant.

7. Seulement deux, parmi les trois, sont étudiants.

8. Si Paul est étudiant, Quentin l'est.

9. Si Paul est étudiant, Quentin l'est ; sinon Quentin ne l'est pas.

10. Paul est étudiant à condition que René le soit.

11. Que René soit étudiant est une condition nécessaire pour que Paul le soit.

12. Que René soit étudiant est une condition suffisante pour que Paul le soit.

13. Que René soit étudiant est une condition nécessaire et suffisante pour que Paul le soit.

14. Paul n'est étudiant que si exactement l'un des deux autres l'est.

15. Si Paul est étudiant alors au moins l'un des deux autres ne l'est pas.