2ème ST 11/2023

Série n° 02 : Intégrales généralisées et EDO

Exercice (01) : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_{1}^{+\infty} \frac{ln(t)}{t^2} dt\,, \qquad \int_{0}^{3} \frac{dt}{\sqrt{9-t^2}}\,, \int_{1}^{+\infty} \frac{ln(1+t^2)}{t^2} dt\,, \int_{-\infty}^{0} \frac{dt}{t^2+5}, \qquad \int_{0}^{+\infty} arctan\left(\frac{1}{t}\right) dt$$

Exercice (02) : Etudier la nature des intégrales suivantes :

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt, \quad \int_{0}^{1} e^{-t} ln(t) dt\,, \quad \int_{0}^{+\infty} sin\left(\frac{1}{t^2}\right) dt\ , \quad \int_{0}^{+\infty} \frac{dt}{t^2\sqrt{t^2+2}}\,, \quad \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ln(\cos(t)) dt$$

$$\int_{2}^{+\infty} \frac{dt}{t^2-1}\ , \quad \int_{0}^{+\infty} \frac{t^3}{(2+t^4)\sqrt{t}} dt$$

Exercice (03) : Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$(E_1) : \begin{cases} (1+x^2)y' - xy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad , \qquad (E_2) :\ x^2y' - y^2 - xy = x^2$$

$$(E_3) :\ xyy' = y^2 - \sqrt{y^2+x^2} \quad , \quad (E_4) : \begin{cases} y' + y = 2\sin(x) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Exercices (04) : résoudre :

$$(E_1) :\ y'' + y' - 6y = (2x+1)\,, \qquad (E_2) : \begin{cases} y'' - 4y' + 4y = xe^x \\ y(0) = 1\ , \quad y'(0) = 1 \end{cases}$$