

TD 01 Modélisation géométrique

Exercice 1 :

Transformation par translation Soit le triangle XYZ avec X(1, 2), Y(4, 3), et Z(3, 5). Effectuez une translation de vecteur $t = (2, -1)$. Trouvez les coordonnées des sommets X', Y', et Z' du triangle transformé.

Exercice 2 :

Donnez l'expression de la matrice de transformation d'une rotation autour d'un point arbitraire.

Sachant que :

$$x' = x + Tx \quad \text{ET} \quad y' = y + Ty$$

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \quad \text{ET} \quad y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

Exercice 3 :

Donnez l'expression de la matrice de transformation d'une Homothétie par rapport à un point arbitraire :

$$x' = S_x x \quad \text{ET} \quad y' = S_y y$$

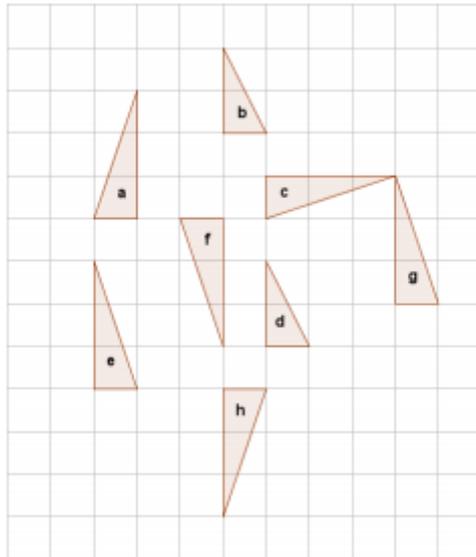
Exercice 4 :

Transformation par homothétie Soit le triangle ABC avec A(2, 3), B(4, 1), et C(6, 5). Effectuez une homothétie de centre O(0, 0) et de rapport $k = 2$. Trouvez les coordonnées des sommets A', B', et C' du triangle transformé.

Exercice 5 :

1) Citer un triangle et son image par Translation, puis tracer sur cette même figure le vecteur translation.

2) Citer un triangle et son image par rotation, puis reporter sur cette figure le centre de la rotation, son angle et son sens.



Exercice 6 :

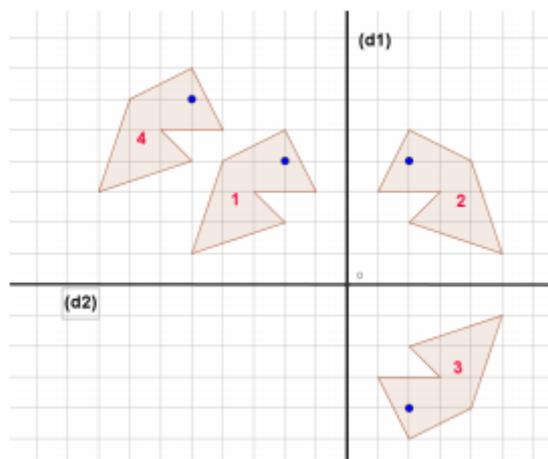
Déterminer la transformation qui permet de passer :

De la figure 1 à la figure 2.....

De la figure 2 à la figure 3

De la figure 1 à la figure 3

De la figure 1 à la figure 4.



Exercice

Enoncé : Vous avez une caméra située à une position arbitraire dans l'espace 3D. Elle filme un objet 3D représenté par une boîte (cube) dont les sommets sont situés aux coordonnées suivantes : $A(1,1,1)$, $B(1,1,-1)$, $C(1,-1,1)$, $D(1,-1,-1)$, $E(-1,1,1)$, $F(-1,1,-1)$, $G(-1,-1,1)$, $H(-1,-1,-1)$. La caméra a ses paramètres intrinsèques définis comme suit :

Distance focale horizontale (f_x) : 1000 pixels

Distance focale verticale (f_y) : 1000 pixels

Coordonnées du point principal (c_x, c_y) : (500, 500)

Distance entre la caméra et l'objet : 5 unités

Orientation de la caméra : Rotation de 30 degrés autour de l'axe Y et 20 degrés autour de l'axe X.

Trouvez les coordonnées 2D des huit sommets de la boîte dans l'image en utilisant la projection perspective.

Sachant que

$$R_y = \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

$$R_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

