

Partie 01 : Électrostatiques

Introduction

L'électrostatique est le domaine de la physique qui étudie les propriétés fondamentales de l'espace dans lequel sont placées des charges immobiles dans un référentiel donné. Ces charges sont à l'origine de grandeurs physiques telles la force électrostatique, le champ électrostatique, le potentiel électrostatique ou l'énergie électrostatique.

I.1. GENERALITES : Les lois de l'électrostatique permettent d'étudier l'interaction des charges électriques au repos ainsi que les propriétés d'un ensemble de charges au sein de la matière

I.1.1. Les charges électriques au sein de l'atome

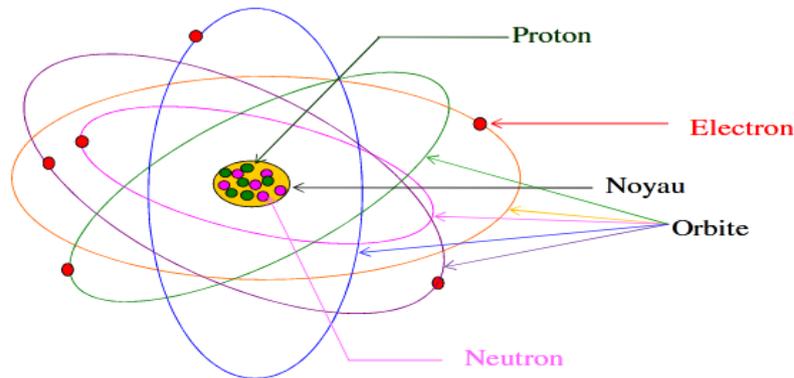


Fig I. 1 : Eléments constitutifs d'un atome

Le nom **atome** vient du grec qui signifie indivisible, le plus petit grain de la matière en somme. L'atome représente un point limite de l'infiniment petit.

Chronologie des principaux événements en relation avec la découverte de l'électron

- L'électron est introduit en 1874 pour expliquer la conductivité électrique des liquides
- suivi de la description par Perrin et Thomson à partir des recherches sur la décharge électrique de gaz raréfiés et l'étude des rayons Cathodiques
- puis vient la détermination de la charge spécifique des particules q/m .
- Enfin au début du XX^e siècle Millikan mesure la charge absolue de l'électron e

La charge est une propriété de la matière qui lui fait produire et subir des effets électriques et magnétiques.

1.1.2. Electrification

Quiconque connaît l'attraction produite à courte distance sur des corps très légers (poussières, plumes, bouts de papier...) par certains matériaux préalablement frottés (ambre, verre et, aujourd'hui, de nombreux polymères) a été observée depuis bien longtemps.

On a expliqué ce phénomène en supposant que les frottements faisaient apparaître sur ces matériaux particuliers de l'électricité (mot formé à partir du Grec elektron qui signifie ambre).

- **Expériences** : tout le monde a déjà vécu l'expérience désagréable d'une "décharge électrique". Attraction de corps légers avec des corps frottés

Exemple : prenons une boule très légère en polystyrène par exemple recouverte de métal fin. Approchons ensuite une tige de verre ou d'ambre préalablement frottée avec un tissu : verre chargé +, ambre chargé –

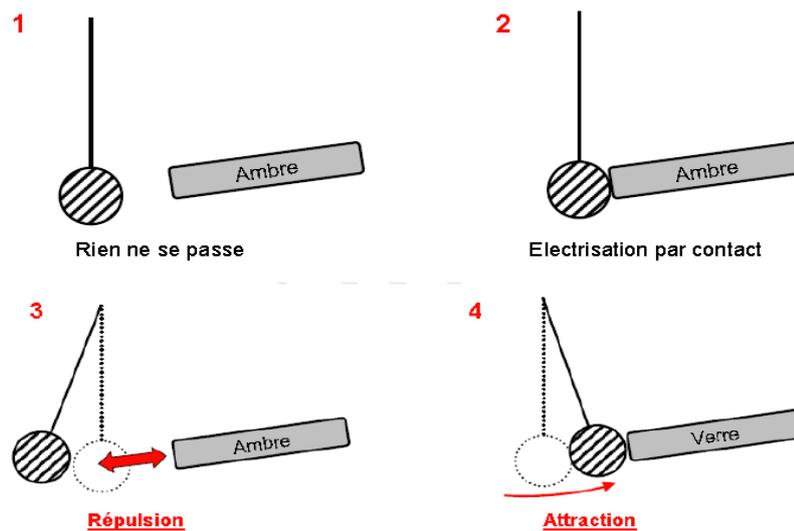


Fig 1. 2 : Expériences d'électricité statique

L'électrification d'un corps est un transfert d'électrons ; on peut l'obtenir par :

- Frottement : une baguette de verre frottée perd des électrons. Une baguette de résine frottée acquiert des électrons.
- Contact : le contact avec un autre corps électrisé.
- Influence : voisinage d'un corps électrisé.

On tire les conclusions suivantes :

Il existe deux types d'électricités : l'électricité négative et l'électricité positive.

- Deux charges de même signe se repoussent
- Deux charges de signe contraire s'attirent.
- Pas d'électrification : le corps est neutre ; aucun effet observé

Du point de vue microscopique, on explique l'existence de ces électricités en postulant que certaines des particules constitutives de la matière, sont naturellement dotées d'une charge électrique (symbolisée par la lettre q). Ces particules sont :

- les électrons auxquels on attribue une charge négative $q = -e$ que l'on admet être indivisible en première approche (donc la plus petite qui soit), et une masse m_e ; en orbite autour du noyau (rayon de l'orbite $\sim 1\text{\AA}$)
- les protons portant une charge égale et opposée à celle de l'électron, soit $q = +e$, également indivisible, avec une masse $m_p = 1836 m_e$, font partie du noyau (rayon $\sim 10^{-14} m = 10^{-4}\text{\AA}$)
- Il existe une troisième sorte de particule constitutive, le neutron, de masse sensiblement égale à m_p , neutre électriquement.

Dans le Système International où l'unité de charge électrique est le Coulomb (symbole C), et l'unité de masse le kg, les charges et masses de ces trois particules sont les suivantes :

électron : $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

proton : $q_p = +e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

neutron : $q_n = 0 \text{ C} ; m_n = 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

I.2- Force et champ électrostatiques

I.2.1- La force de Coulomb

Charles Auguste de Coulomb (1736-1806) a effectué une série de mesures (à l'aide d'une balance de torsion) qui lui ont permis de déterminer avec un certain degré de précision les propriétés de la force électrostatique exercée par une charge ponctuelle q_1 sur une autre charge ponctuelle q_2 :

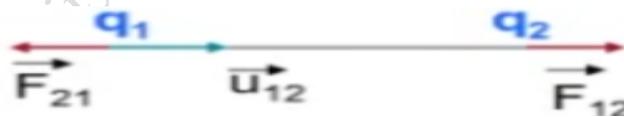


Fig I. 3 : Interaction entre deux charges électriques.

- 1) La force est radiale, c'est à dire dirigée selon la droite qui joint les deux charges ;
- 2) Elle est proportionnelle au produit des charges : attractive si elles sont de signe opposé, répulsive sinon ;
- 3) Enfin, elle varie comme l'inverse du carré de la distance entre les deux charges. L'expression mathématique moderne de la force de Coulomb et traduisant les propriétés ci dessus est la suivante :

Cas de deux charges de même signe

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$$

où la constante multiplicative vaut $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI (N m}^2 \text{ C}^2 \text{)}$. La constante ϵ_0 joue un rôle particulier et est appelée la permittivité électrique du vide (unités : Farad/m).

Remarques

1. la permittivité est une grandeur qui est liée à la réaction du milieu à une interaction électrostatique, l'intensité de la force dépend de la nature du milieu : eau, air vide,
2. Cette expression n'est valable que pour des charges immobiles (approximation de l'électrostatique) et dans le vide. Cette loi est la base même de toute l'électrostatique.
3. Cette force obéit au principe d'Action et de Réaction de la mécanique classique.
4. A part la valeur numérique de la constante K, cette loi a exactement les mêmes propriétés vectorielles que la force de la gravitation (loi de Newton). Il ne sera donc pas étonnant de trouver des similitudes entre ces deux lois.

I.2.2- Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

Soit une charge q_1 située en un point O de l'espace, exerçant une force électrostatique sur une autre charge q_2 située en un point M. L'expression de cette force est donnée par la loi de Coulomb ci-dessus.

Mais comme pour l'attraction gravitationnelle, on peut la mettre sous une forme plus intéressante,

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u} = q_2 E_1 \vec{u} = q_2 \vec{E}_1$$

Avec
$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}$$

Définition : Une particule de charge q située en O crée en tout point M de l'espace distinct de O un champ vectoriel

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}$$

appelé champ électrostatique. L'unité est le Volt/mètre (symbole V/m)

I.2.3- Champ créé par un ensemble de charges

On considère maintenant n particules de charges électriques q_i , situées en des points M_i : quel est le champ électrostatique créé par cet ensemble de charges en un point M ?

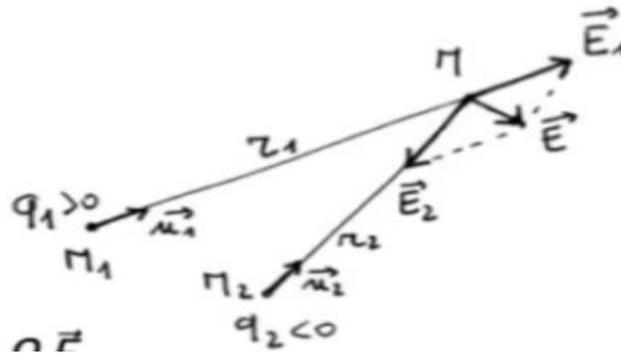


Fig I. 4: Champ résultant de deux charges électriques.

La réponse n'est absolument pas évidente car l'on pourrait penser que la présence du champ créé par des particules voisines modifie celui créé par une particule. En fait, il n'en est rien et l'expérience montre que la force totale subie par une charge q située en M est simplement la superposition des forces élémentaires,

$$\vec{F} = \sum_i^n \vec{F}_i = \sum_i^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_i}{r_i^2} \vec{u}_i = q \sum_i^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i = q\vec{E}$$

$$\vec{E}(M) = \sum_i^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

est donc le champ électrostatique créé par un ensemble discret de charges.

1.2.4 Les lignes de champ

Définition des lignes de champ

Exemple d'une charge ponctuelle : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$

\vec{E} est porté par les rayons issus de O, en tout point d'un rayon, \vec{E} est tangent au rayon, les rayons constituent donc les lignes de champ.

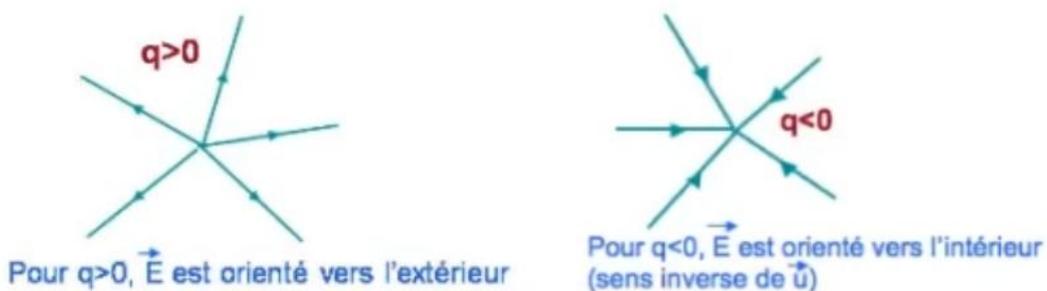


Fig I. 5 Sens des lignes de Champ.

I.3 Energie potentielle électrostatique

I.3.1 Travail effectué par une force électrostatique

Cas simple de l'interaction entre deux charges ponctuelles

Le champ électrostatique créé par q_1 en tout point est : $\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u}$ $OM=r$

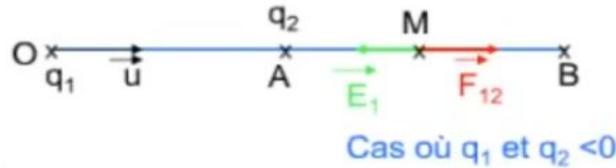


Fig 1. 6 Force et champ lors d'une interaction entre deux charges .

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \vec{u} = q_2 E_1 \vec{u} = q_2 \vec{E}_1$$

Supposons que q_2 fait un déplacement dr sous l'effet de la force \vec{F}_{12} alors le travail de la force électrostatique sera donnée par :

$$\delta W = \vec{F}_{12} \cdot \vec{dr}$$

Comme \vec{F}_{12} et \vec{dr} sont parallèle alors $\delta W = F_{12} dr$ et le travail de la force le long du trajet de A à B sera donné par :

$$W_{AB} = \int_A^B F \cdot dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{1}{r^2} \cdot dr = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right)_A^B = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

I.3.2 Définition de l'énergie potentiel

Comme le travail W_{AB} ne dépend du chemin suivi, la force est dite conservative et on peut définir une énergie potentielle dont dérive cette force et on peut écrire par définition :

$$\delta W = -dE_p \quad \text{donc} \quad W_{AB} = E_p(A) - E_p(B)$$

Et on peut en déduire l'énergie potentiel de la charge q_2 créée par la charge q_1 par :

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} + Cte$$

- ✓ **Remarque** : on remarque une symétrie en q_1 et q_2 , si on inverse les deux charges l'expression reste la même : E_p est une énergie d'interaction

E_p est exprimée en Joule (J).

I.3.3 Conservation de l'énergie mécanique :

Comme le théorème de l'énergie cinétique stipule que la variation de l'énergie cinétique est égale au travail des forces appliquées alors,

$$W_{AB} = E_C(B) - E_C(A) \text{ donc } dE_C = -dE_P \text{ c-à-d } dE_C + dE_P = 0$$

Donc l'énergie mécanique totale $E_M = E_C + E_P$ se conserve

I.4- Potentiel électrostatique

On peut écrire l'énergie potentielle comme :

$$E_P(r) = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} = q_2 V_1(r)$$

Et
$$E_P(r) = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} = q_1 V_2(r)$$

D'où le potentiel créé par une charge q_i à une distance r est donné par :

$$V_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r} + \text{cte}$$

$V(r)$ est défini à une constante près

En général le potentiel créé par une charge q à une distance r est donné par :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + \text{cte}$$

I.4.1 Les surface équipotentielle :

Par définition se sont les point (x,y,z) de l'espace pour les quelles le potentiel électrostatique est le même.

pour une charge ponctuelle

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + \text{cte}$$

V est une constante pour r égal à une constante et on aura des surfaces équipotentielle sphériques centrées sur q

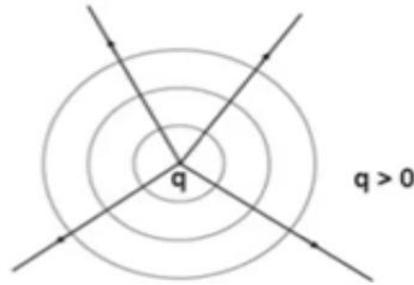


Fig I. 7 Surfaces équipotentielle et Sens des lignes de Champ pour une charge ponctuelle positive.

Dans cet exemple, on remarque que les lignes du champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles et orientées vers les potentiels décroissants

Additivité (superposition)

Soit une charge Q en M et plusieurs charge q_i en M_i avec $M_i M = r_i$

Alors le potentiel en M $V(M)$ résultant de la distribution de charges q_i s'écrit :

$$V(M) = \sum_i^n \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i} \right) + cte$$

I.4.2 La relation champ- potentiel

Comme les lignes du champ sont perpendiculaires aux surfaces équipotentielles et orientées vers les potentiels décroissants.

Le schéma est général on n'est pas dans le cas du potentiel créé par une charge ponctuelle : les surfaces équipotentielles V et $V+dV$ ne sont pas des sphères

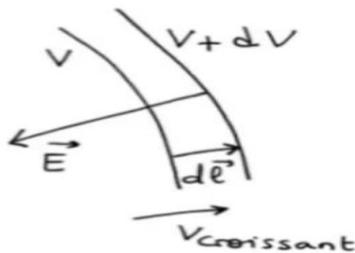


Fig I. 8 Surfaces équipotentielles V et $V+dV$

Le travail de la force électrostatique entre les deux surfaces V et $V+dV$

$$\delta W = -q \vec{E} d\vec{l} = -dE_p = -q dV$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

La variation dV lors d'un déplacement $d\vec{l}$ de composantes dx , dy , dz peut aussi s'écrire :

$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$ qui ressemble à un produit scalaire de $d\vec{l}$ avec un vecteur appelé gradient de la fonction V

$$\overrightarrow{\text{grad}}V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

On aura $dV = \overrightarrow{\text{grad}}V \cdot d\vec{l}$ sachant que $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$

Alors $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$

Les propriétés de ce vecteur sont :

- perpendiculaire aux surfaces équipotentiels
- dirigé vers la direction donnant la plus forte variation de V
- Orienté dans le sens des V croissants.