محتوى المحاضرة رقم 06

4-اختبار معنوية معامل الارتباط

عند اقتصار العلاقة على عينة من المجتمع الإحصائي يصبح من الضروري اختبار معنوية معامل الارتباط للتأكد من انه لم تكن نتيجة الصدفة وبالنظر لتعاملنا في مجال الاقتصاد مع العينات الصغيرة والمتوسطة الحجم نستخدم صيغة ستيودنت كما يلي:

$$t^* = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$$

وباستخدام هذه الصيغة المحسوبة t^* ومقارنتها مع t المجدولة عند درجة الحرية V ومستوى المعنوية $\propto$ والحكم على وجود علاقة بين X، Y

مثال: نفس المثال السابق

اختبر معامل الارتباط المتحصل عليه

$$H_0 : R=0$$

$$H_1 : R\neq 0$$

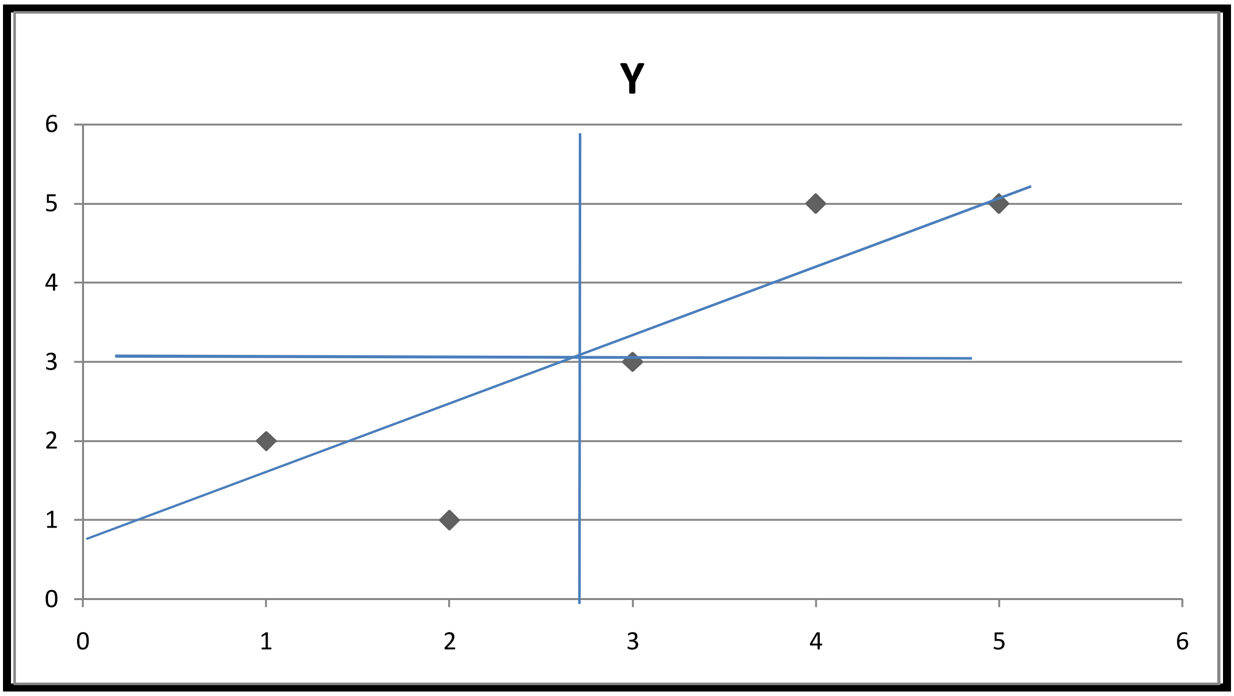
$$t^* = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} = \frac{\mathbf{0.948\sqrt{3}}}{\sqrt{\mathbf{1-0.90}}} = 5.19$$

t^* المحسوبة اكبر من المجدولة t نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل بالفرضية البديلة H_1

أي فعلا وجود علاقة بين X ، Y

5-تحليل الانحرافات الكلية الخاصة بالمتغير التابع Y

إن انحرافات المتغير التابع وعدم تباينها عند مستوى معين ضمن العينة الواحدة يعود إلى سببين الأول يتمثل في تأثير المتغير المستقل X على المتغير التابع Y والثاني يتمثل في تأثير المتغيرات العشوائية على Y .ولهذا فإن تحليل انحرافات أو تغيرات في المتغير Y هو معرفة مقدار مساهمة كل من المتغير المستقل X والمتغيرات المستقلة U في تسبيب هذه الانحرافات وتقاس انحرافات في Y على أساس المتوسط $\bar{Y}$ لان هذا الخط عبارة عن خط محايد يتوسط قيم Y والشكل البياني يوضح ذلك:



من الشكل البياني نلاحظ أن انحرافات قيم Y عن متوسطها $\bar{Y}$ (المحور الأفقي) مجزئة إلى قسمين الأول يمثل المسافة بين القيمة الفعلية Y وخط الانحدار والثاني يمثل المسافة بين خط الانحدار وخط المتوسط $\bar{Y}$ حيث هذه الانحرافات لكل قيم Y في مجموعها تساوي الصفر و تكتب:

$\sum_i^n(y-\bar{y}) = \sum_i^n(y-\hat{y}) + \sum_i^n(\hat{y}-\bar{y}) = 0$ ناخذ التربيع للتخلص من مجموع الصفري وبعد التحليل والاختصار نحصل في الأخير على

$$(\sum_i^n(y-\bar{y})^2 = \sum_i^n(y-\hat{y})^2 + \sum_i^n(\hat{y}-\bar{y})^2$$

مجموع الانحرافات في المتغير التابع عن وسطها الحسابي تسمى بالانحرافات الكلية أو التباين الكلي ونرمز له بالرمز TSS وهو يتجزأ إلى جزأين الأول هو الانحرافات عن القيم المقدرة ويسمى التباين غير مفسر نرمز له بالرمز ESS والثاني انحرافات القيم المقدرة عن والوسط الحسابي ونرمز له بالرمز RSS ويكتب

$$TSS = ESS + RSS$$

وبالقسمة طرفي المعادلة على TSS نحصل

$$1 = \frac{ESS}{TSS} + \frac{RSS}{TSS}$$

$$1 = \frac{ESS}{TSS} + R^2 \quad \rightarrow \quad R^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS}$$

1–استخدام نموذج الانحدار في التنبؤ

عقب تقييم نموذج الانحدار والتأكد من استيفاءة للفرضيات واجتيازه للاختبارات الاقتصادية والإحصائية يصبح بالإمكان استخدامه لأغراض التنبؤ .وذلك بإيجاد قيم المتغير التابع بتغير قيم المتغير المستقل وتتمثل عملية التنبؤ بتعويض القيم المطلوبة X للحصول على قيم Y سواء كانت قيمة X_0 واقعة ضمن مدى قيم X_i المشمولة في العينة أم خارجها. ونظرا لكون خط انحدار العينة هو الخط الوحيد القابل للاحتساب فان التنبؤ بقيمة Y_0 لايمكن ان تتم الا من خلال $\hat{Y}_0$ وهذا بالتعويض بـــX_0 في معادلة التقديرونحصل على $\hat{Y}_0$ ويسمى هذا التنبؤ بالتنبؤ بنقطة .وتعتبر قيمة $\hat{Y}_0$ تقدير لقيمة Y_0 لكن هذا التنبؤ لايفيدنا كثيرا .لان لوقمنا باخد عينة أخرى لمتغيرين Y، X واستخدمت هذه العينة لإيجاد تقدير للمعالم A ،B فإننا سوف نحصل على تقدير لــA ، B تختلف من عينة إلى أخرى. وبالتالي نحصل على تقدير لقيمة Y_0 يختلف من عينة إلى أخرى بسبب اختلاف في القيم التقديرية A ، B وهذا يؤدي بالضرورة الاعتماد على التقدير بمجال ولتشكيل هذا المجال نحسب أولا خطا التنبؤ بالصيغة الآتية :

$$S_{\hat{Y}_0}^2 = S^2\left[1+\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\bar{X})^2}{S_X}\right]$$

أما مجال التنبؤ للمتغير Y_0 يعطي بالصيغة الاتية:

$$Y_0 = \hat{Y}_0 \pm \mathrm{t}\left[v,\frac{\propto}{2}\right] S_{\hat{Y}_0}$$

مثال : نفس معطيات المثال السابق

المعطيات $N=5$ $\quad \bar{X}=3$ $\quad S_x=10$ $\quad S=0.633$ $\quad \hat{Y}_i=7.7-0.9X_i$

ماهو مجال التنبؤ للمتغير Y_0 إذا اخذ $X_0=6$ عند مستوى المعنوية $\propto=5\ \%$

الجواب

نحسب أولا خطا التنبؤ بالصيغة الآتية:

$$S_{\hat{Y}_0}^2 = S^2\left[1+\frac{1}{n}+\frac{(X_0-\bar{X})^2}{S_X}\right]=0.1899 \rightarrow \quad S_{\hat{Y}_0}=0.435$$

$$Y_0 = \hat{Y}_0 \pm \mathrm{t}\left[v,\frac{\propto}{2}\right] S_{\hat{Y}_0} = 2.3 \pm (3.18)(0.435)$$

$$Y_0 \in [0.916 \quad ,3.683]$$

2-اختبار مقدرة النموذج على التنبؤ

بالرغم من أن المقدرة التفسيرية لنموذج يقاس بمعامل التحديد وتكون مرتفعة وان معالم النموذج قد تكون لها معنوية إحصائية كبيرة إلا أن مقدرة النموذج على التنبؤ قد تكون محدودة ولعل السبب في ذلك هو احتمال حدوث تغيرات مفاجئة لم تكن في الحساب .ويوجد هناك بعض المعايير التي يمكن أن تستخدم في قياس قدرة النموذج على التنبؤ أهمها:

أولا-اختبار معنوية الفرق: يعتمد هذا المعيار في اختبار قدرة النموذج على التنبؤ ،فإذا كانت القيمة المتوقعة $\hat{Y}$ تساوي القيمة الفعلية Y أو لن الفرق بينهما غير جوهري فان مقدرة النموذج على التنبؤ تكون عالية .أما إذا كان الفرق جوهري بين $\hat{Y}$ و Y فهذا يدل على ضعف مقدرة النموذج على التنبؤ ويكون ذلك عن طريق وضع الفروض الآتية:

$$H_0 : Y_0=\hat{Y}_0 \quad \rightarrow \quad Y_0 - \hat{Y}_0 =0$$

$$H_1 : Y_0\neq\hat{Y}_0 \quad \rightarrow \quad Y_0 - \hat{Y}_0 \neq 0$$

ونستخدم في هذا المجال توزيع ستيودنت بحساب الصيغة الآتية:

$$t^*_{\mathrm{n}-2} = \frac{\hat{Y}-Y}{S_{\hat{Y}}}$$

1-إذا كانت $t^*_{\mathrm{n}-2}$ المحسوبة اقل من t المجدولة عند درجة الحرية V ومستوى المعنوية $\propto$ معناه قبول فرضية العدم ورفض الفرضية البديلة أي أن الفرق بين القيمة الفعلية والقيمة المقدرة غير جوهري وهذا يدل على القدرة العالية للنموذج على التنبؤ.

2- إذا كانت $t^*_{\mathrm{n}-2}$ المحسوبة اكبر من t المجدولة عند درجة الحرية V ومستوى المعنوية $\propto$ معناه رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة أي أن الفرق بين القيمة الفعلية والقيمة المقدرة هو فرق جوهري وهذا يدل على ضعف قدرة النموذج على التنبؤ.

ثانيا-معامل ثيل Theil

يعتمد هذا المعيار في اختبار مقدرة النموذج على التنبؤ على الصيغة الآتية:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{\sum_i^n(\hat{\Delta} - \Delta)^2}{\sum_i^n \Delta^2}}$$

حيث:

Δ :التغير في القيمة الفعلية لـــY

$\hat{\Delta}$:التغير في القيمة المقدرة لـــ$\hat{Y}$

1-إذا كان $\hat{\Delta}=\Delta$ ← $T=0$ ومنه يدل على القدرة العالية للنموذج على التنبؤ

2- إذا كان $\hat{\Delta}=0$ ← $T=1$ ومنه يدل على المتغير Y ثابت عبر الزمن و $\hat{Y}=\hat{A}$. وكلما زادت قيمة T عن الواحد الصحيح $T>1$ تنخفض قدرة النموذج على التنبؤ

ثالثا-الخطأ المعياري للتقدير:يستخدم هذا المعيار في حالة المقارنة والمفاضلة بين عدة نماذج خاصة بالتنبؤ واختيار النموذج الذي يعطي اقل خطا معياري للتقدير ويحسب بالصيغة الآتية:

$$S^2 = \frac{\sum_i^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{N-K}$$