Série n° 01 : Intégrales Simples et Multiples

Exercice (01) : Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^2 \left(\frac{x^3}{x^2+2}\right) dx \ , \int (\ln(x))^2\, dx \ , \int_1^2 \left(\frac{1}{2x+\sqrt{x}}\right) dx \ , \int \frac{dx}{x^2+x+1} dx \ , \int \frac{dx}{x+x(\ln(x))^2} \ , \int \frac{dx}{1+\cos(x)}$$

Exercice (02) : Déterminer la limite des sommes suivantes :

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{n}{(k+n)^2} \quad , \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{n+k^2}{n^3+k^3} \quad , \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{2}{n^2}\sqrt{n^2-k^2}$$

Exercice (03) : Calculer l'aire de D et les intégrales doubles suivantes :

$$\iint_D (e^{x+y}) dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad , \quad 0 \le x \le 2 \, , \quad 1 \le y \le 2\}$$

$$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad , \quad x^2+y^2 \ge 4 \, , \quad x^2+y^2 \le 9\}$$

$$\iint_D (x^2+y^2) dxdy \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad , \quad x > 0, \quad y > 0 \text{ , et } x \le x^2+y^2 \le 1\}.$$

$$\iint_D xy^2 dxdy \quad D \text{ est le triangle des sommets } (0,-1), (3,1), \text{ et } (0,1).$$

Exercices (04) : Calculer le volume de D et les intégrales triples suivantes :

$$\iiint_D z\, dxdydz \quad D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \quad , \quad x > 0, \quad y > 0 \, , z > 0 \text{ avec } z \le 1-y^2 \text{ et } x+y \le 1\}.$$

$$\iiint_D xy\, dxdydz \quad D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \quad , \quad 0 \le z \le 1 \text{ et } x^2+y^2 \le z^2\}.$$

$$\iiint_D \frac{z}{x^2+y^2+z^2}\, dxdydz \quad D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \quad , \quad z > 0 \text{ et } 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 4\}.$$