VII Compressibilité et dilatation des fluides
Échanges de chaleur d'un fluide homogène

1 - Coefficients de dilatation et de compressibilité

Si, sous la pression constante p, l'unité de masse d'un fluide occupe à 0°C le volume v_0, son coefficient de dilatation α_0 à la température t, et sous la pression p est, par définition :

$$\alpha_0 = \frac{1}{v_0}\frac{dv_p}{dt}$$

On définit de même pour une transformation à volume constant un coefficient β_0 d'augmentation de pression à t° sous le volume v et à la pression p_0 à 0°C sous le même volume, par la relation :

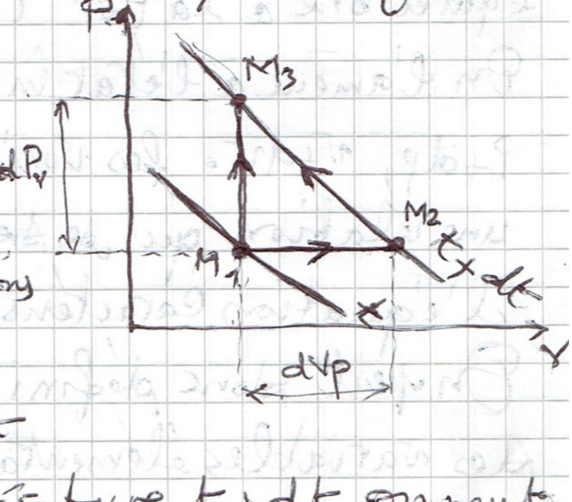
$$\beta_0 = \frac{1}{P_0}\frac{dP_v}{dt}$$

On utilise fréquemment les coefficients thermodynamiques α et β, qui diffèrent des précédents en ce qu'ils sont rapportés à l'état actuel du gaz au lieu de l'être à son état à 0°C :

$$\alpha = \frac{1}{v}\frac{dv_p}{dt} \qquad \beta = \frac{1}{P}\cdot\frac{dP_v}{dt}$$

Enfin, pour une transformation à température constante, on définit un coefficient de compressibilité isotherme : $\chi_{is} = -\frac{1}{v}\frac{dv_t}{dp}$.

Les trois coefficients sont liés par une relation qu'il est facile d'établir :



Soit M_1M_2 et M_1M_3 deux transformations élémentaires correspondant à la même variation de température dt et aux variations de volume et de pression :

$$dv_p = \alpha v\,dt \qquad dP_v = \beta P\,dt$$

Les états M_2 et M_3 étant à la même température t+dt, on peut donc passer de l'un à l'autre par une transformation isotherme $M_2 \to M_3$, au cours de laquelle les variations de volume et de pression soit : $dv_t = -dv_p = -\alpha v dt$; $\cancel{dv_t = dv_1}$

$dP_t = dP_v = \beta P dt$

or $\chi_{is} = -\frac{1}{v}\frac{dv_t}{dp} \Rightarrow dv_t = -\chi_{is} v\, dp \Longrightarrow$

$$-\alpha v dt = -\chi_{is} v (\beta P dt) \Rightarrow \boxed{\alpha v = \chi_{is} v (\beta P)}$$

soit en revenant aux quotients différentiels initiaux :

$$\left(\frac{1}{v}\frac{dv_p}{dt}\right) v = \left(-\frac{1}{v}\frac{dv_t}{dp}\right)(v)\left(\frac{1}{P}\frac{dP_v}{dt}\right)(P)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dv}{dt}\right)_p \left(\frac{dt}{dP}\right)_v \left(\frac{dP}{dv}\right)_t = -1$$

avec la notation des dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T = -1$$ vérifier pour 1 gaz parfait ?

C'est la relation générale entre les variables P, v, t liées par l'équation $F(P, v, T) = 0$

2) . Echanges de Chaleur d'un fluide homogène. Coefficients Calorimétrique.

Soit l'unité de masse d'un fluide homogène quelconque en équilibre à la t^{re} t, sous la pression P et occupant le volume v.
On l'amène à l'état infiniment voisin réversiblement $t+dt$ $P+dp$, $v+dv$. les variations dt, dp, dv sont liées par une relation qui se déduirait par la differentiation de l'équation caractéristique du fluide $F(P, v, t) = 0$.
On peut donc définir la transformation par deux seulement des variables élémentaires dp, dv, dt.

On admet que la quantité de chaleur δQ échangée par l'unité de masse du fluide dans la transformation peut être calculée au moyen d'une fonction linéaire des deux variations dp et dv par exemple, qui définissent la transformation :

$$\delta Q = K dp + \lambda dv$$

où K et λ des fonctions de p et v seulement et non de dp et dv.

Si l'on choisissait les variables dt et dv, on pourrait exprimer la même quantité de chaleur par :

$$\delta Q = C_v dt + l dv$$

C_v et l des fonctions de t et v seulement.

Si la transformation est isochore ($v = cte$), on aura :

$$\delta Q_v = C_v dt$$

le coefficient $C_v = \frac{\delta Q_v}{dt}$ est la chaleur spécifique vraie à volume constant.

Si la transformation est isotherme ($T = cte$) on aurait :

$$\delta Q_t = l dv$$

le coefficient $l = \frac{\delta Q_t}{dv}$ s'appelle la chaleur latente de dilatation du fluide.

Avec les variables dt et dp, la quantité de chaleur élémentaire sera :

$$\delta Q = C_p dt + h dp$$

Si la transformation est isobare ($P = cte$), on aurait :

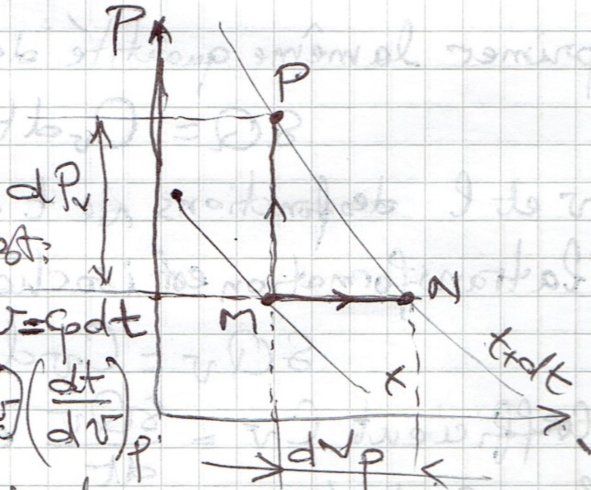
$$\delta Q_p = C_p dt$$

le coefficient $C_p = \frac{\delta Q_p}{dt}$ est la chaleur spécifique vraie du fluide à pression constante.

Si $t = cte \Rightarrow h = \frac{\delta Q_t}{dp}$ c'est la chaleur latente de compression du fluide.

Dans une transformation élémentaire donnée, la quantité de chaleur δQ échangée par le fluide, peut toujours être exprimée au moyen de l'une quelconque des trois formules précédentes, c.a.d en fonction de deux seulement des six coefficients $C_p, C_v, h, l, K, \lambda$. Ces coefficients ne sont pas indépendants les uns des autres et il doit exister entre eux quatre relations.

Considérons la transformation isobare $M \rightarrow N$, la quantité de chaleur échangée durant $M \rightarrow N$ est:



$$\delta Q_p = \lambda\, dv = C_v\, dt + l\, dv = C_p\, dt$$

$$\Rightarrow \lambda = C_p \left(\frac{dt}{dv}\right)_p \; ; \; l = (C_p - C_v)\left(\frac{dt}{dv}\right)_p$$

de même pour la transformation isochore $M \rightarrow P$

$$\delta Q_v = K\, dp = C_v\, dt = C_p\, dt + h\, dp$$

$$\Rightarrow K = C_v \left(\frac{dt}{dp}\right)_v \; ; \; h = -(C_p - C_v)\left(\frac{dt}{dp}\right)_v$$

$$\lambda = \frac{C_p}{\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p} \; , \quad l = \frac{C_p - C_v}{\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p}$$

$$K = \frac{C_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_v} \; , \quad h = -\frac{C_p - C_v}{\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_v}$$

C_p et C_v, $\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_v$, $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p$ sont obtenues par des mesures directes.

A. Chelghoum