Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi **Date : 17/06/2022**

Département MI **1ière année licence, S2** **L'heure :01h30**

Corrigé type de rattrapage : Prob-Stat

Exercice 01 (10 points) :

Quest 1. Soit les données statistiques suivantes :

0 0 0 0 2 2 2 4 4 4 6 6 6 6 8 8 8 8 12 12

1. Le type de ce caractère : quantatif discret. **(0.25 pt)**

   La médiane Me : on a $N = 20$ un nombre pair donc en utilisant la série donnée, on trouve

   $$Me = \frac{(\frac{N}{2})valeur + (\frac{N}{2}+1)valeur}{2} = \frac{4+6}{2} = 5 \quad (\mathbf{0.5pt})$$

   La moyenne : $\overline{x} = \frac{\sum x_i}{20} = \frac{98}{20} = 4.9$ **(0.5 pt)**

2. On note $\overline{y}$ et Me_y la moyenne et la médiane de la nouvelle série $y_i = \frac{1}{2}x_i + 1$ respectivement. Alors :

   $$\overline{y} = \frac{1}{2}\,\overline{x} + 1 = 3.45 \;\; (\mathbf{0.5pt}) \quad et \quad Me_y = \$dfrac12\; Me + 1 = 3.5 \;\; (\mathbf{0.5pt})$$

Quest 2. Soit le tableau statistique suivant :

Poids (kg) $[e_{i-1},\ e_i[$	[2.5, 3[	[3, 3.5[	[3.5, 4[	[4, 4.5[	Total
Nombre de nouveaux nés n_i	8	16	20	6	N=50
Amplitudes a_i	0.5	0.5	0.5	0.5	////
$N_{e_i} \uparrow$	8	24	44	50	////
c_i	2.75	3.25	3.75	4.25	////
$n_i \times c_i$	22	52	75	25.5	174.5
$n_i \times c_i^2$	60.5	169	281.25	108.375	619.125

Ligne 4 : $N_{e_i} \uparrow = \sum_{x_i<e_i} n_i$. **(0.25 pt)**

Ligne 5 : $c_i = \frac{e_{i-1}+e_i}{2}$ où $i = 1, ..., 5$.

1. **(01.5 pt)**

   La population étudiée : l'ensemble d'enfants de nouveaux nés.

   L'effectif total $N = \sum_{i=1}^{4} n_i = 50$

   Le caractère étudié X : le poids (kg)

   Le type de X : quantitatif continu

   La série statistique : c'est la famille $\{([e_{i-1},\ e_i[, n_i),\ \ i = 1, ..., 4\}$

   Les modalités de X : c'est l'intervalle $[2.5,\ 4.5[$ (kg).

2. L'histogramme de la série : On remarque que les amplitudes $a_i = e_i - e_{i-1} = 0.5$ sont égales donc on trace directement la série statistique.**(01 pt)**

3. La courbe cumulée des effectifs cumulés $N_x \uparrow$: **(0.75 pt)**

On déduit que la médiane est : $(Me, \frac{N}{2})$ donc $Me = 3.53$. **(0.25 pt)**
le premier quartile : $(q_1, \frac{N}{4})$ donc $q_1 = 3.14$, **(0.25 pt)**
et le troisième quartile : $(q_3, \frac{3N}{4})$, alors $q_3 = 3.84$. **(0.25 pt)**

4. • La classe modale : d'après la ligne de n_i on remarque que le plus grand effectif est $n_3 = 20$ **(0.25 pt)** donc la classe modale est $[3.5,\ 4[$ **(0.25 pt)**.
   • La moyenne : **(0.5 pt)**
$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k=4} n_i \times c_i = 3.49$$
   On ajoute une ligne dans le tableau pour calculer $n_i \times c_i$ (ligne 6). **(0.25 pt)**
   • La variance : **(0.5 pt)**
$$Var(X) = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{4} n_i \times c_i^2\right] - \overline{x}^2 = 619.125 - (3.49)^2 = 0.2024$$
   On ajoute une ligne dans le tableau pour calculer $n_i \times c_i^2$ (ligne 7). **(0.25 pt)**
   • L'écart-type : $\sigma_x = \sqrt{var(X)} = 0.45$ **(0.25 pt)**
   • Le coefficient de variation : $CV = \frac{\sigma_X}{\overline{x}} = 0.13$. **(0.25 pt)**
5. La proportion des enfants de nouveaux nés ayant poids entre 3 et 4 kg est :
$$P_{[3,\ 4]} = \frac{N_{[3,\ 4]}}{N} \times 100 = \frac{N_4\uparrow - N_3\uparrow}{N} \times 100 = \frac{44-8}{50} \times 100 = 72\% \quad (\mathbf{01pt})$$

Exercice 02 (10 points) :

<u>*Quest* 1.</u> On montre que $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)}$ est une probabilité sur Ω.

1. On a
$$0 \le card(A) \le card(\Omega) \Longrightarrow 0 \le \frac{card(A)}{card(\Omega)} \le 1 \Longrightarrow 0 \le P(A) \le 1$$
   Donc la première condition $0 \le P(A) \le 1$ est bien vérifiée. **(0.5 pt)**
2. On a $P(\Omega) = \frac{card(\Omega)}{card(\Omega)} = 1$, Donc la 2eme condition $P(\Omega) = 1$ est aussi bien vérifiée. **(0.5)**
3. Troisième condition : pour toute suite d'évènements $(A_n)_{n\ge1}$ deux à deux disjoints, on a :
$$P\Big(\cup_n A_n\Big) = \frac{card(\cup_n A_n)}{card(\Omega)} = \frac{\sum_n card(A_n)}{card(\Omega)} = \sum_n \frac{card(A_n)}{card(\Omega)} = \sum_n P(A_n)\ (\mathbf{01pt})$$

<u>*Quest* 2.</u> 1. (a) $\Omega = \{(i,j),\ \ 1 \le i,j \le 6\}$ donc $card(\Omega) = 36$ **(0.5 pt)**.

(b) Soit A l'évènement "obtenir un total de 10" donc : $A = \{(4,6),(5,5),(6,4)\}$ Alors
$$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{3}{36} \quad (\mathbf{01pt}).$$

(c) Soit B l'évènement "obtenir un total supérieur ou égal à 10" donc : **(01 pt)**
$$B = \{(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}\ \ Alors\ \ P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{6}{36}$$

2. (a) $\Omega = \{(i,j),\;\; i \leq j \; et \; 1 \leq j \leq 6\}$ donc $card(\Omega) = 21$ **(0.5 pt)**.

   (b) Soit C l'évènement "obtenir un total de 10" donc : $C = \{(4,6),(5,5)\}$ Alors

$$P(C) = \frac{card(C)}{card(\Omega)} = \frac{2}{36} \quad (\textbf{01pt}).$$

Quest 3. 1. Soit A l'évènement "tirer 0 vaccin périmé" donc

$$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_{70}^4}{C_{80}^4} \;\; (\textbf{01pt})$$

2. Soit B l'évènement "tirer 1 vaccin périmé" donc

$$P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{C_{70}^3 \times C_{10}^1}{C_{80}^4} \;\; (\textbf{01pt})$$

3. Soit C l'évènement "tirer au moins 2 vaccins périmés" donc

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) \;\; (\textbf{01pt})$$

4. Soit D l'évènement "tirer au plus 2 vaccins périmés" donc :

$$P(D) = P(A) + P(B) + \frac{C_{70}^2 \times C_{10}^2}{C_{80}^4} \;\; (\textbf{01pt})$$