سلسلة تمارين 3

تمرين 1

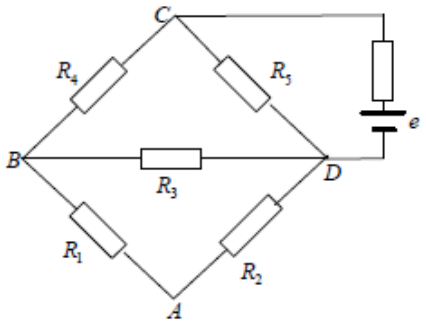
لمولد الشكل اسفله قوة محركة كهربائية مقدارها $e = 9V$ و مقاومة داخلية $r = 0.5\Omega$.

1.احسب الشدة في كل مقاومة.

2.ما هي الاستطاعة المنتجة من قبل المولد

3. ما هو فرق الكمون بين A و C

$R_1 = R_4 = 1\Omega,\quad R_2 = 2\Omega,\quad R_3 = R_5 = 6\Omega$

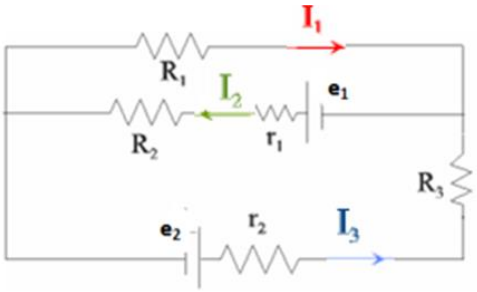


تمرين 2

باستعمال قانوني كيرشوف اوجدشدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية

$e_1 = 9V;\ e_2 = 4.5V;\ r_1 = 0.5\Omega;\ r_2 = 0.5\Omega;$

$R_1 = 10\Omega;\ R_2 = 20\Omega\ et\ R_3 = 30\Omega$

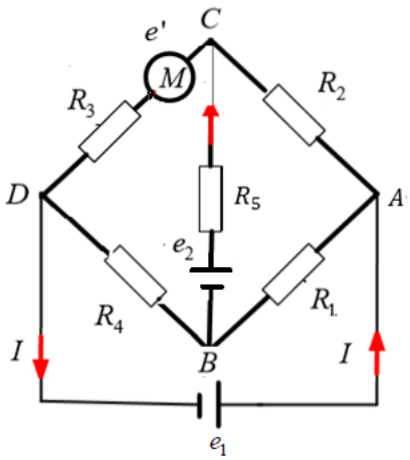


تمرين 3

اوجد شدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية، مع علم أن المقاومات الداخلية للمولدات و المحرك M مهملة.

$R_1 = R_2 = 20\Omega,\quad R_3 = R_4 = 10\Omega;\ R_4 = 60\Omega\ , R_5 = 15\Omega$

$e_1 = 50V;\quad e_2 = 30V;\quad e' = 5V$



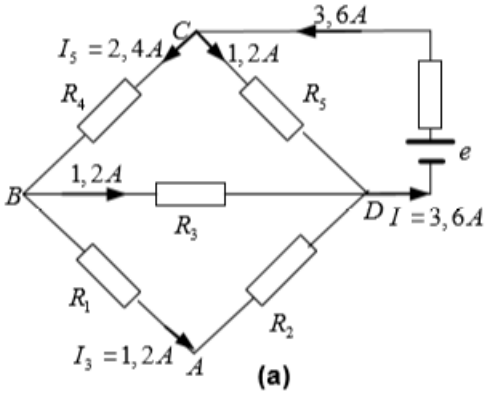
حلول تمارين سلسلة 3

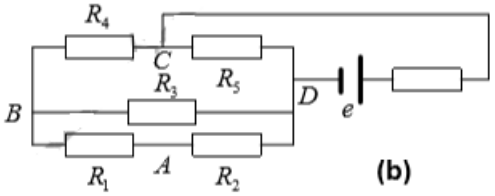
تمرين 1

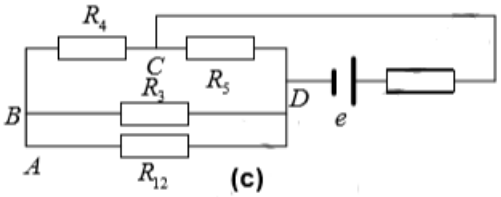
.

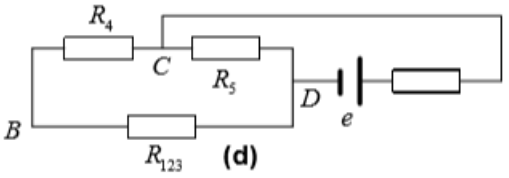
1. حساب الشدة في كل مقاومة:

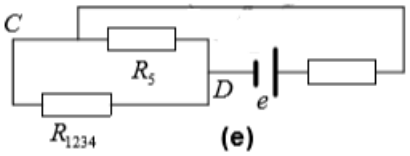
كل الاشكال الممثلة في الاسفل مكافئة للشكل المعطى في التمرين.

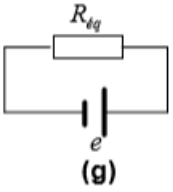












من الشكل (b): $R_{12} = R_1 + R_2 \rightarrow R_{12} = 3\Omega$

من الشكل (c): $\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{123} = \frac{R_{12}R_3}{R_{12}+R_3} \rightarrow R_{123} = 2\Omega$

من الشكل (d): $R_{1234} = R_{123} + R_4 \rightarrow R_{1234} = 3\Omega$

من الشكل (e): $\frac{1}{R_{12345}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_{12345} = \frac{R_{1234}R_5}{R_{1234}+R_5} \rightarrow R_{12345} = 2\Omega$

من الشكل (f): $R_{eq} = R_{12345} + r \rightarrow R_{éq} = 2.5\Omega$

من الشكل (g): $I = \frac{e}{R_{éq}} \rightarrow I = 3.6A$

انطلاقا من هذه النتيجة و من الشكل (g) المناسب لها و مرورا بالاشكال من (f) و حتى (a) بالترتيب نحصل على مختلف الشدات في كل فرع من فروع الدارة:

في الشكل (f): $I = 3.6A$

في الشكل (e): $V_{CD} = R_5 I_5 = -rI + e \Rightarrow I_5 = \frac{-rI+e}{R_5} = \frac{-0.5\times3.6+9}{6} \rightarrow I_5 = 1.2A$

أما عبر المقاومة R_{1234} أي عبر R_{123} و R_4 فالشدة هي: $I_4 = I - I_5 \rightarrow I_4 = 2,4A$

في الشكل (c): الشدة عبر R_{12} تساوي عبر R_3 بما أن المقاومتين متساويتان: $I_3 = \frac{2.4}{2} \rightarrow I_3 = 1.2A$

2. الاستطاعة المنتجة من قبل المولد:

$$P = R_{eq}I^2 = eI \rightarrow P = 32.4W$$

3. فرق الكمون بين A و C

$$V_{AC} = R_2I_3 + rI - e = (1 \times 1{,}2) + (o{,}5 \times 3{,}6 - 9) \rightarrow V_{AC} = -4{,}8V$$

<u>تمرين 2</u>

في الشبكة لدينا: 2عقد و 3 فروع

حسب قانون الاول لكيرشوف: عدد معادلات التيار هي $n - 1 = 1$

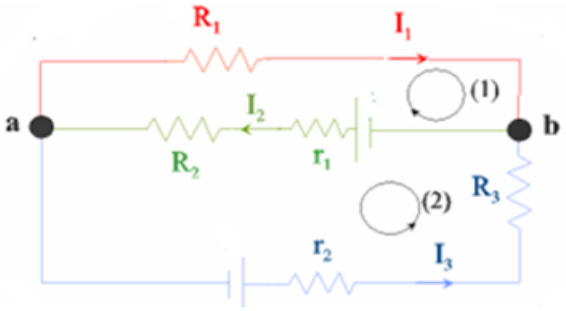
$$\sum I_s = \sum I_e$$

اذن:

العقدة a : $I_2 = I_1 + I_3$ ..... (1)

او

العقدة b: $I_1 + I_3 = I_2$



حسب قانون الثاني ليكرشوف: $m = b - (n - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$

اذن لدينا 2 معادلات عروات

$$\sum_{i=1}^{n} R_iI_i = \sum_{i=1}^{n} e_i$$

العروة 1

$$R_1I_1 + R_2I_2 + r_1I_2 = e_1$$

$$R_1I_1 + (R_2 + r_1)I_2 = e_1$$

$$10I_1 + 20.5I_2 = 9 \text{.....(2)}$$

العروة 2:

$$R_2I_2 + r_1I_2 + r_2I_3 + R_3I_3 = e_1 + e_2$$

$$(R_2 + r_1)I_2 + (R_3 + r_2)I_3 = e_1 + e_2$$

من المعادلة (1) نستخرج قيمة I_3 بدلالة I_1 و I_2 و نعوضها في معادلة العروة (2) فنجد:

$$(R_2 + r_1)I_2 + (R_3 + r_2)(I_2 - I_1) = e_1 + e_2$$

$$-(R_3 + r_2)I_1 + (R_2 + r_1 + R_3 + r_2)I_2 = e_1 + e_2$$

$$-30.5I_1 + 51I_2 = 13.5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

اذن لدينا جملة معادلتين يمكن حلها بطريقة المصفوفات

$$\begin{cases} 10I_1 + 20.5I_2 = 9 \\ -30.5I_1 + 51I_2 = 13.5 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 20.5 \\ 13.5 & 51 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 20.5 \\ -30.5 & 51 \end{vmatrix}} = 0.16A$$

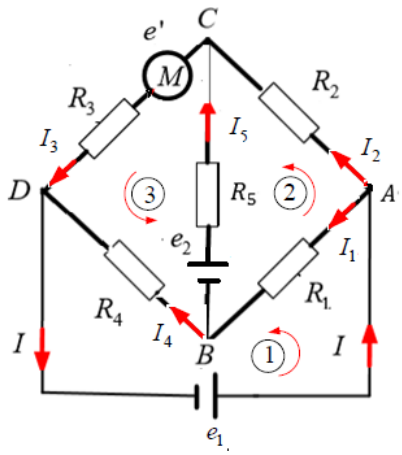
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 9 \\ 30.5 & 13.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 20.5 \\ -30.5 & 51 \end{vmatrix}} = 0.36A$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 0.2A$$

تمرين 3

في الشبكة لدينا: 4عقد و 6 فروع

حسب قانون الاول لكيرشوف: عدد معادلات التيار هي $n - 1 = 3$



$$\sum I_s = \sum I_e$$

اذن:

العقدة A : $I = I_1 + I_2$

العقدة B : $I_1 = I_4 + I_5$

العقدة C : $I_3 = I_2 + I_5$

العقدة D : $I = I_3 + I_4$

حسب قانون الثاني ليكرشوف: $m = b - (n - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$

اذن لدينا 3 معادلات عروات

$$\sum_{i=1}^{n} R_i I_i = \sum_{i=1}^{n} e_i$$

العروة 1: $e_1 = R_1 I_1 + R_4 I_4$

العروة 2: $-e_2 = -R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_5 I_5$

العروة 3: $e_2 - e' = R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5$

$$\begin{cases} e_1 = R_1 I_1 + R_4 I_4 \\ -e_2 = -R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_5 I_5 \\ e_2 - e' = R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5 \end{cases}$$

من المعادلات التيار نستخرج قيم I و I_4 و I_5 بدلالة I_1 و I_2 و I_3 نعوضها في معادلات العروات فنجد:

$$\begin{cases} e_1 = R_1 I_1 + R_4(R_1 + R_2 - I_3) \\ -\ e_2 = -R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_5(I_3 - I_2) \\ e_2 - e' = R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5(I_3 - I_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_1 = (R_1 + R_4) I_1 + R_4 I_2 - R_4 I_3 \\ -\ e_2 = -R_1 I_1 + (R_2 + R_5) I_2 - R_5 I_3 \\ e_2 - e' = -R_4 I_1 + I_2(-R_5 - R_4) + (R_3 + R_4) I_3 \end{cases}$$

اذن لدينا جملة معادلات يمكن حلها بطريقة المصفوفات

$$\begin{cases} 30I_1 + 10I_2 - 10I_3 = 50 \\ -20I_1 + 35I_2 - 15I_3 = -30 \\ -10I_1 - 25I_2 + 35I_3 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3I_1 + I_2 - I_3 = 5 \\ -2I_1 + 3.5I_2 - 1.5I_3 = -3 \\ -I_1 - 2.5I_2 + 3.5I_3 = 2.5 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -3 & 3{,}5 & -1{,}5 \\ 2{,}5 & -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3{,}5 & -1{,}5 \\ -1 & -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix}} = 2.833A$$

طريقة حساب مصفوفة 3×3 :

$$I_1 = \frac{5\begin{vmatrix} 3.5 & -1{,}5 \\ -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -3 & -1{,}5 \\ 2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 3{,}5 \\ 2{,}5 & -2{,}5 \end{vmatrix}}{3\begin{vmatrix} 3{,}5 & -1{,}5 \\ -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & -1{,}5 \\ -1 & 3{,}5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & 3{,}5 \\ -1 & -2{,}5 \end{vmatrix}}$$

$$I_1 = \frac{5\big(3{,}5 \times 3{,}5 - (-2{,}5) \times (-1{,}5)\big) - \big((-3)3{,}5 - 2{,}5(-1{,}5)\big) - \big((-3) \times (-2{,}5) - 2{,}5 \times 3{,}5\big)}{3\big(3{,}5 \times 3{,}5 - (-2{,}5) \times (-3{,}5)\big) - \big(-2 \times 3{,}5 - (-1) \times (-1{,}5)\big) - (-2(-2{,}5) - (-1)3{,}5)}$$

$$I_1 = \frac{72{,}25}{25{,}5} = 2{,}833A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & -1 \\ -2 & -3 & -1{,}5 \\ -1 & 2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3{,}5 & -1{,}5 \\ -1 & -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix}} = 1{,}186A$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ -2 & 3{,}5 & -3 \\ -1 & -2{,}5 & 2{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 3{,}5 & -1{,}5 \\ -1 & -2{,}5 & 3{,}5 \end{vmatrix}} = 2.127A$$

$$I = I_1 + I_2 = 4{,}019A$$

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3 = 1{,}892A$$

$$I_5 = I_3 - I_2 = 0{,}941A$$