

UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI  
DEPARTEMENT DE S.N.V

2<sup>ème</sup> année S.N.V.

Année 2022/2023.

Matière : Mathématiques et Statistique. TD2 : **Lois discrètes usuelles en probabilités.**

**Exercice 1** : On suppose que la probabilité pour qu'un nouveau-né soit un garçon est  $p=0.55$ . Cet évènement est indépendant des individus. Soit  $X$  la variable aléatoire qui s'intéresse au nombre de garçons sur 5 nouveau-nés.

- 1) Montrer que  $X$  suit une loi binomiale et préciser ces paramètres.
- 2) Quelle est la probabilité pour que sur 5 nouveau-nés d'une clinique, il y ait deux garçons.
- 3) Quelle est la probabilité pour que sur 5 nouveau-nés d'une clinique, il y ait au moins deux garçons.
- 4) Donner la loi de probabilités de la variable  $X$ .

**Exercice 2 (Devoir)** : On considère l'expérience aléatoire suivante : On lance un **dé équilibré**  $n$  fois successivement et on définit la variable aléatoire  $X$  qui donne le nombre de fois d'obtenir un 2 au cours des  $n$  lancers.

- 1) Montrer que  $X$  suit une loi binomiale et préciser ces paramètres.
- 2) Etant donné  $n=5$  ; Calculer  $P(X=k)$  avec  $k=0,1,2,4,5$ .
- 3) Tracer la courbe probabiliste.
- 4) Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable  $X$ .

**Exercice 3 :**

Un lot de tulipes a un pouvoir germinatif de 80% ; cela signifie que l'on considère que chaque bulbe a une probabilité égale à  $\frac{4}{5}$  de produire une fleur et cela indépendamment des autres bulbes.

Chaque bulbe contient l'un des trois gènes R (rouge), B (blanc) et J (jaune) qui détermine la couleur de la future fleur éventuelle.

On suppose que la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène R est  $\frac{1}{2}$ , la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène B est  $\frac{1}{10}$ , et la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène J est  $\frac{2}{5}$ .

1. a. Tracer un arbre pondéré traçant la floraison d'un bulbe.  
b. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur rouge  $\zeta$   
c. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur blanche  $\zeta$
2. On appelle  $X$  la variable aléatoire qui associe le nombre  $k$  de fleurs rouges obtenues après avoir planté 5 bulbes.  
a. Démontrer qu'il s'agit d'un schéma de Bernouilli dont on donnera les éléments caractéristiques.  
b. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .  
c. Calculer  $E(X)$ .
3. Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 1.

On désigne par  $p_n$  la probabilité de n'obtenir aucune tulipe blanche après avoir planté  $n$  bulbes. Calculer  $p_n$ .

4. Combien de bulbes doit-on planter, au minimum, pour obtenir au moins une tulipe blanche, avec une probabilité supérieure ou égale à  $\frac{19}{20}$   $\zeta$

**Exercice 4** : Sur une population de 10000 personnes, on a observé 103 albinos ; on admet en conséquence que la probabilité pour qu'une personne prise au hasard soit albinos est  $p=103/10000$ . On appelle  $X$  le nombre d'albinos que l'on peut observer sur un échantillon de  $n=100$  personnes prises au hasard.

1/ On suppose que la variable  $X$  suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

- a. Calculer les probabilités  $P(X=0)$  et interpréter le résultat.
- b. Calculer les probabilités  $P(X=5)$  et interpréter le résultat.
- c. Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable  $X$ .

2/ On suppose maintenant que la variable  $X$  suit une loi de Poisson de paramètre  $np$ . En désignant par  $P_k$  la probabilité d'observer  $k$  albinos sur 100 personnes, Calculer  $P_k$  pour  $k=0,1,2,4,5$ .

---