

UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI
DEPARTEMENT DE S.N.V

2^{ème} année S.N.V.

Année 2022/2023.

Matière : Mathématiques et Statistique. TD1 : **Généralités sur le calcul des probabilités.**

Exercice 1 : Soient A et B deux évènements tels que : $P(A)=1/2$, $P(B)=3/4$ et $P(A \cap B) = 1/3$.
Calculer : $P(A \cup B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(B-A)$, $P(A \cup \bar{B})$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Exercice 2 : Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Un test de dépistage donne les résultats suivants :
Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% sont négatifs.
Chez les individus non malades, 1% des tests sont positifs et 99% sont négatifs.
On choisit un individu au hasard.

1. Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité
 - a. qu'il soit malade et qu'il ait un test positif ?
 - b. qu'il ne soit pas malade et qu'il ait un test négatif ?
 - c. qu'il ait un test positif ?
 - d. qu'il ait un test négatif ?
3. Calculer la probabilité
 - a. qu'il ne soit pas malade, sachant que le test est positif ?
 - b. qu'il soit malade, sachant que le test est négatif ?

Exercice 3: Une urne U1 contient 4 jetons blancs et 3 noirs et une urne U2 contient 17 jetons blancs et 18 noirs.

1. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît, on tire un jeton de l'urne U1 sinon on tire un jeton de l'urne U2 .
 - a. Déterminer la probabilité de tirer un jeton blanc (on considérera les événements A : "On a obtenu 6 en jetant le dé" et B : "On obtient un jeton blanc".)
 - b. On a tiré un jeton blanc ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U1.
 - c. On a tiré un jeton noir ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U2.
2. On tire successivement et sans remise les 7 jetons de l'urne U1.
X est la variable aléatoire qui prend pour valeur k si le premier jeton blanc apparaît au k-ième tirage.
Donner la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 4 :

Déterminer si les fonctions suivantes sont des densités de probabilité et si oui, déterminer la fonction de répartition associée à cette densité.

$$1. f(x) = \begin{cases} 4xe^{-2x}, & \text{si } x \geq 0, \\ 0, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

$$2. g(x) = \begin{cases} \frac{4 \ln(x)}{x^3}, & \text{si } x \geq 1, \\ 0, & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

Exercice 5 :

On considère la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(1-x)^{\frac{1}{3}}, & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Montrer que f est bien une densité de probabilité.
2. Déterminer sa fonction de répartition F.
3. Calculer $\mathbb{P}(0,488 < X \leq 1,2)$.