

درس: اختبار كا².

1) مقدمة:

يستخدم اختبار كا² لاختبار ثلاث أمور مهمة في مجال التربية الرياضية و هي:

1- اختبار الفرق بين التكرارات المشاهدة (البيانات المتوفرة) و بين التكرارات المتوقعة

المتحصل عليها عن طريق مسائل حسابية تعتمد على البيانات المتوفرة)

2- لتحديد نوع التوزيع الذي تخضع له العينة (ذو حدين - أو حد واحد)

3- لاختبار الفرق فيما إذا كان متغيران مستقلان أم لا.

4- تحديد دلالة بين مجم

5- وعتين أو أكثر من التصنيفات بالنسبة إلى خصائص العينة.

و الجدير بالذكر بأن مقياس كا² يتطلب توفر الشروط الآتية:

- أن لا يقل العدد الكلي للقيم (حجم العينة) عن 15-20 حالة.
- أن تكون المشاهدات مستقلة عن بعضها البعض أي لا يؤثر اختبار إحدى المفردات على اختبار المفردات الأخرى.
- أن تكون البيانات المشاهدة في شكل قيم عددية أو تكرارات قائمة على العد في كل فئة من الفئات.

و يحل قانون كا² كافة المشاكل التي تتعلق بإجابات من نوع المقاييس المستخدمة في الاستمارات مثل

(نعم - لا) أو (دائما - أحيانا - غالبا)

و القانون هو:

$$x^2 = \sum \frac{(o-\epsilon)^2}{\epsilon}$$

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{مجم (ت ش - ت م)}^2}{\text{ت م}}$$

ت ش - O ← التكرارات المشاهدة.

ت م - ϵ ← التكرارات المتوقعة.

• مع الأخذ بعين الاعتبار إلى درجة الحرية df . $df = K - 1$

K ← يدل على عدد الفئات أو المجموعات، لا على عدد الأفراد أو المشاهدات في العينة.

مثال رقم (1):

أراد مدير مبيعات التذاكر في الحفلات الرياضية التي تقام في الملعب أن يعرف كيف توزع الأكتشاك التذاكر على الجمهور.. فسأل 100 من المشاهدين عن رغبتهم في الأماكن التي يفضلونها في الجلوس في المدرجات عند مشاهدة المباريات الرياضية فكانت الإجابة كالتالي:

- 30 مشاهد أجابوا أنهم يفضلون الجلوس شمالا.
- 20 مشاهد أجابوا أنهم يفضلون الجلوس جنوبا.
- 10 مشاهد أجابوا أنهم يفضلون الجلوس شرقا.
- 40 مشاهد أجابوا أنهم يفضلون الجلوس غربا.

المطلوب: التحقق مما إذا كانت الاختيارات قد وقعت في حدود عوامل الصدفة أم لا، و ذلك عند مستوى دلالة 5 % .

الحل:

قبل الشروع في خطوات الاختبار يجب أولا ايجاد التكرار المتوقع ϵ و الذي تنص عليه الفرضية الصفرية (H_0) التي تقر بعدم وجود فروق، أي أن هناك تساوي في الاختيارات.

$$\epsilon = \frac{\text{عدد أفراد العينة}}{\text{أماكن الجلوس}}$$

$$\epsilon = \frac{100}{4} = 25 \text{ و منه:}$$

• هناك خطوات لاختبار χ^2 لمتغير واحد:

1- تحديد المشكلة: و هي كما يلي:

هل يوجد فرق في اختيار مكان الجلوس في الملعب بين المشاهدين؟

2- صياغة الفرضيات الإحصائية:

H_0 : لا يوجد فرق بين المشاهدين في اختيار مكان الجلوس. (هناك تساوي)

H_1 : يوجد فرق في اختيار مكان الجلوس بين المشاهدين.

3- تحديد نوع الاختبار الإحصائي:

ان البيانات على شكل تكرارات ضمن فئات لمتغير واحد و بالتالي فإن الاختبار الإحصائي المناسب هو χ^2 و الذي يعطى بالعلاقة:

$$\chi^2 = \sum \frac{(o - \epsilon)^2}{\epsilon}$$

المتغير واحد و هو أماكن الجلوس.

4- المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) df:

بما أنه لدينا متغير واحد فإن درجة الحرية $df=K-1$

و هكذا فإن القيمة الحرجة (المجدولة) التي $df=4-1=3$

تقابل هذه الدرجة هي $7,82 \rightarrow \chi^2$ الجدولية .

5- الإجراء الحسابي:

غرب	شرق	جنوب	شمال
40	10	20	30
25	25	25	25

$$\chi^2 = \sum \frac{(o - \epsilon)^2}{\epsilon}$$

$$= \frac{(30 - 25)^2}{25} + \frac{(20 - 25)^2}{25} + \frac{(10 - 25)^2}{25} + \frac{(40 - 25)^2}{25}$$

$$= 1 + 1 + 9 + 9$$

$$\chi^2 = 20$$

6- القرار الإحصائي:

بما أن القيمة المحسوبة لـ $\chi^2=20$ و هي بذلك أكبر من القيمة المجدولة (الدرجة) و هي

7.82. و ذلك عند مستوى دلالة 5% و منه نرفض الفرض (H_0) و نحقق الفرض البديل

أي هناك فروق في اختيار المكان بين المشاهدين، و أن النتائج المتحصل عليها لم تكون قد وقعت في حدود عوامل الصدفة.

• اختبار كا² لمتغيرين:

هو اختبار يستخدم لدراسة متغيرين و ذلك بتحديد دلالة الفروق بين مجموعتين مستقلتين، فمثلا نختبر ما إذا كان الذكور يختلفون عن الإناث بالنسبة لنوع النشاطات الرياضية التي يمارسونها في أوقات الفراغ.

مثال (02):

إذا أخذنا الجنس كمتغير أول (رجال - نساء) و الموافقة و عدم الموافقة كمتغير ثاني. (كتابة هذه المعطيات تكون في جدول التوافق)، و ذلك بالنسبة للاتجاه نحو جعل مادة التربية البدنية كمادة إجبارية بالنسبة لجميع الطلبة. لذلك أخذنا عينة عشوائية تتكون من 120 طالبا و 80 طالبة. و سئلت أفراد العينة عن طريق استمارة استطلاع الرأي و كانت النتيجة كما هو مبين في جدول التوافق.

جمع الهامش لمتغير الجنس	غير موافق	موافق	الجنس الاستجابة
120	45	75	ذكور
	$\epsilon_2 = 54$	$\epsilon_1 = 66$	
80	45	35	إناث
	$\epsilon_4 = 36$	$\epsilon_3 = 44$	
200	90	110	جمع الهامش لمتغير الاستجابة

المطلوب: اختبر هل يوجد فروق بين النوعين (ذكور - إناث) من الأفراد في استجاباتهم نحو جعل مادة ت.ب.ر مادة إجبارية عند مستوى دلالة 5 %

الحل:

(1)- تحديد المشكل:

هل يوجد فرق بين الذكور و الإناث في اتجاههم نحو جعل ت.ب.ر مادة إجبارية؟

(2)- صياغة الفرضيات:

H_0 : لا يوجد فروق بين الذكور و الإناث في اتجاههم نحو جعل ت.ب.ر إجبارية.

H_1 : هناك فروق بين الذكور و الإناث في اتجاههم نحو جعل ت.ب.ر إجبارية.

(3)- تحديد نوع الاختبار المناسب:

بما أن المجموعتين مستقلتين (ذكور - إناث) و نوع الاستجابة (موافق - غير موافق) و البيانات على شكل تكرارات ضمن فئات فإن χ^2 هو الاختبار الإحصائي المناسب

$$\chi^2 = \sum \frac{(o - \epsilon)^2}{\epsilon}$$

(4)- المنطقة الحرجة (df):

إن درجة الحرية في حالة متغيرين هي: $df=(c-1)(r-1)$

حيث c : عدد الأعمدة.

$$df=(2-1)(2-1)=1$$

r : عدد السطور.

و منه نجد أن القيمة الحرجة (الجدولية) التي توافق درجة الحرية عند مستوى الدلالة 5 %

هي $\chi^2 \rightarrow 3.84$ الجدولية

(5) - الإجراء الحسابي:

$$\frac{\begin{matrix} V2 \\ \text{المجموع الهامشي للمتغير الثاني} \end{matrix} \times \begin{matrix} V1 \\ \text{المجموع الهامشي للمتغير الاول} \end{matrix}}{\text{مجموع الاعظمي GT}} = \epsilon$$

$$\epsilon_1 = \frac{120 \times 110}{200} = 66 \quad \epsilon_2 = \frac{120 \times 90}{200} = 54$$

$$\epsilon_3 = \frac{110 \times 80}{200} = 44 \quad \epsilon_4 = \frac{90 \times 80}{200} = 36$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{(75 - 66)^2}{66} + \frac{(45 - 54)^2}{54} + \frac{(35 - 44)^2}{44} + \frac{(45 - 36)^2}{36} \\ &= 1.22 + 1.5 + 1.81 + 2.25 \rightarrow x^2 = 6.81 \end{aligned}$$

(6) - القرار الإحصائي:

نلاحظ أن قيمة x^2 المحسوبة 6.81 أكبر تماماً من x^2 الجدولة 6.84 فإننا نرفض الفرض الصفري (H_0) الذي ينص بعدم وجود فروق بين المتغيرين (الاتجاهين).

أو نرفض (H_0) التي تنص على أن الفروق كانت من قبيل الصدفة.