UNIVERSITÉ LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI

Département de Mathématique et Informatique

3$^{\text{ième}}$ Licence SI **Contrôle N 01 Prob & Stat** **Le 16/01/2023**

Exercice 01 (05 points) : Dire vrai ou faux et justifier votre réponse :

Q1) Soit $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, alors $E(X) = \lambda^2$ et $var(X) = \lambda^2$.

Q2) Soit $X \sim \mathcal{B}(n,p)$, alors $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ quand $n \to +\infty$, avec $\mu = n.p$ et $\sigma^2 = n.p.(1-p)$.

Q3) Soit $X \sim \mathcal{B}(n,p)$, on estime X vers la loi $\mathcal{P}(\lambda)$ si $n \to \infty$ et $p \to 1$, avec $\lambda = \frac{n}{p}$.

Q4) Soit X une variable aléatoire telle que $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 = 100)$. Sur un échantillon de taille $n = 10$. On a le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	$x3$	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
	30	35	40	31	41	42	25	38	36	42

1. L'estimation du paramètre μ est : $\widehat{\mu} = 36$.
2. L'intervalle de confiance de μ pour $\alpha = 0.05$ est : $IC_{1-\alpha}(\mu) = [31.5, 40.5]$.

Exercice 02 (06 points) : Une urne qui contient 6 boules noires et 4 boules blanches.

I) On tire **avec remise** trois boules de cet urne.

1. Calculer la probabilité que exactement deux boules tirées soient blanches.
2. On définit la v.a X qui représente le nombre de boules blanches tirées. Déterminer le support de X, trouver sa loi et la formule de la loi de probabilité. Calculer $P(X = 2)$, $E(X)$ et $var(X)$.

II) On tire **sans remise** trois boules. Trouver la loi de la v.a Y égale au nombre de boules blanches tirées. Écrire la formule de la loi de probabilité.

Exercice 03 (05 points) : (Probabilité conditionnelle)

La production totale d'une usine est réalisée par trois machines A , B et C suivant les pourcentages 75%, 15% et 10% respectivement. Les proportions de la production défectueuse sont 3%, 5% et 6% respectivement. On choisit au hasard une unité de la production de cette usine.

1. Quelle est la probabilité que cette unité sera défectueuse.
2. Sachant que l'unité choisie est bonne, quelle est la probabilité qu'elle serait produite par la machine C, puis la machine B.

Exercice 04 (04 points) : Soit la v.a réelle X de densité de probabilité f donnée par :

$$f(x) = 6x(1-x) \qquad si \quad 0 \leq x \leq 1$$

1. Montrer que la fonction f est une densité de probabilité.
2. Trouver sa fonction de répartition F_X.
3. Calculer $P(-1 < X < 2.5)$ et $P(0.25 < X < 0.75)$. Calculer $E(X)$.

Bonne chance.