Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi
Méthodes numériques (S5 2022-2023) Département S.M.
Série N°05 "Méthodes directes et itératives de résolution des systèmes linéaires "

Exercice 01 : On considère le système linéaire

$$AX = b \qquad (1)$$

avec $A= \begin{pmatrix} 9 & -3 & -3 \\ -3 & 10 & -4 \\ 3 & -4 & 18 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 18 \end{pmatrix}$

1. Montrer que le système(1) admet une solution unique(Calculer $det(A)$).
2.Calculer A^{-1} puis retrouver la solution du système (2) par la méthode $X = A^{-1}b$
3. Résoudre le système (1) par la méthode de Cramer.
4. Résoudre le système (1) par la méthode de Gauss.
5. La matrice A admet elle une décomposition LU ?
6. Résoudre le système (1) par la méthode LUoù $L_{ii} = 1, i = 1, .., 3$.
7. Écrire les algorithmes de Jacobi et Gauss-Seidel appliquées au système (1).
8. Calculer 2 itérations des méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel à partir du vecteur initial $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
4. Calculer l'erreur associé à chaque méthode après les 2 itérations (i.e $\|X^{(2)} - X\|_2$).

Exercice02 : On considère le système linéaire

$$AX = b \qquad (2)$$

avec $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ et le vecteur $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Résoudre le système (2) par la méthode de Gauss.
2.Trouver la décomposition $A = LU$, où $L_{ii} = 1, i = 1, .., 3$ par identification.En déduire $det(A)$
3. Écrire les algorithmes de Jacobi et Gauss-Seidel appliquées au système (1).
4. Calculer 2 itérations des méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel à partir du vecteur initial $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
5. Calculer l'erreur associé à chaque méthode après les 2 itérations (i.e $\|X^{(2)} - X\|_2$).