المحور الثامن : الأرقام القياسية

INDEX NUMBERS

LES INDICES

مقدمة

تعتبر الأرقام القياسية من المؤشرات الإقتصادية المهمة نتيجة للتطورات الاقتصادية الهائلة التي يشهدها عصرنا الحالي ،و تتعاظم أهميتها مع سرعة التقدم التكنولوجي و المعلوماتي ،حيث تعطي مفهوم مبسط و مختصر عن كم هائل من البيانات وتربط بينها عبر الأزمان و او المكان

وهكذا ، مثلا ، يمكننا تتبع تطور بعض المؤشرات المرتبطة بـ:

- **النشاط الاقتصادي** : إستهلاك الكهرباء، مدة العمل، إنتاج القمح ،...
- **المجتمع** : معدل المواليد ، نسبة الخصوبة ،...
- **مؤشرات أخرى** :التضخم ،الأسعار ، الأجور ، ...

هذه المؤشرات ، مهما كانت أهميتها ، لا يمكن أن يكون لها معنى حقيقي إلا من خلال وجود إمكانية لمقارنتها و تتبع تطورها في الزمان و المكان .

تاريخ الأرقام القياسية

يرجع استخدام الأرقام القياسية لأول مرة في التاريخ إلى الإحصائي الإيطالي كارلي (1764) عندما قام بمقارنة الأسعار في إيطاليا . بين فترتين . ثم شاع استخدامها بصورة أوسع منذ ذلك الحين، حيث اهتمت الحكومات بتركيب وحساب بعض الأرقام القياسية. لاعتمادها حيث يجب .

I- مفاهيم أولية في الأرقام القياسية

1-ما هو المؤشر INDICE ؟

- المؤشر هو أداة إحصائية تجعل من الممكن قياس تطور مقدار grandeur (G) بمرور الوقت ، من نفس التاريخ المرجعي (= القاعدة المرجعية).

  مثال: عدد العاطلين عن العمل في الجزائر عام 2019 مقارنة بعدد العاطلين عن العمل عام 2000 (الأساس 100).

- يتيح المؤشر إمكانية إجراء مقارنات في المكان في نفس التاريخ ، باستخدام بلد ما كقاعدة مرجعية.

مثال: مؤشر عدد العاطلين عن العمل في الجزائر مقارنة بإسبانيا (الأساس 100) في عام 2019

2- تعريف المؤشر (الرقم القياسي) :

- **الرقم القياسي** (Index number) هو عبارة عن مؤشر إحصائي (دليل إحصائي) يقيس التغير النسبي الذي طرأ على ظاهرة معينة ، سعرا، كمية ، قيمة ...إلخ (هذا ما سميناه مقادير) ، بالنسبة لأساس معين قد يكون فترة زمنية معينة او مكانا جغرافيا معينا . (لأن هذه المقادير تتغير بمرور الزمن و اختلاف المناطق .)
- هو أداة يستخدم في قياس التغير النسبي الذي يطرأ على ظاهرة من الظواهر الإقتصادية أو الإجتماعية ،

3- معنى الرقم القياسي ؟

- الرقم القياسي:

✓ يصف تطور الظاهرة لا أسبابها .

✓ يمكن من وصف مختصر لظاهرة معقدة (أو مجموعة من الظواهر) بين فترتين (فترة أساس و فترة مقارنة) .

✓ لا يركب إلا لغاية محددة و تتعدد الأرقام بتعدد الغايات .

3- استخدام الأرقام القياسية ؟

تستخدم الأرقام القياسية في العديد من المجالات ومنها :

✓ مقارنة تكاليف المعيشة من زمن إلى أخر أو من مكان إلى أخر.

✓ التعرف على الإتجاه العام و التغيرات الموسمية لسلاسل الأرقام القياسية (الإنتاج والصادرات ، الواردات ، المخزون السلعي ..).

✓ تستخدم للتنبؤ فمثلا بالمبيعات ومن ثم التخطيط لعمليات الإنتاج) .

للوقوف على بعض المفاهيم ننطلق من مثال :

إشترت المؤسسة " Redzo" سنة 1990 المادة الأولية A , بسعر 30 دج للكلغ الواحد , و صارت تدفع 36 دج للكلغ الواحد عام 1992 , بالنسبة لنفس المادة .

ملاحظة : مبدئيا يمكن مقارنة السعرين وفق ثلاث تصورات :

أ- من خلال إيجاد الفرق بين السعرين .

خلال ثلاث سنوات إرتفع سعر المادة الأولية بالقيمة المطلقة بما قدره 6 دج .

ب - من خلال تقدير تطور السعر .

يمكننا حساب معدل نمو السعر بالقيمة النسبية كما يلي :

$$\frac{36-30}{30}=0.2 \quad , 0.2x100=20\%$$

ج - من خلال إيجاد النسبة بين السعرين .

$$\frac{36}{30}=0.12$$

إذا قسمنا سعر أي سلعة في سنة ما (عادة سنة لاحقة) على سعرها في سنة الأساس (عادة سنة سابقة) فإننا نتحصل على ما يسمى **بمنسوب السعر.**

***ما هو منسوب السعر؟**

إصطلاح يستخدم في حالة إيجاد رقم يدل على التغير في سعر سلعة واحدة فقط أما إذا تعلق الأمر بأكثر من سلعة صرنا بصدد الرقم القياسي .

***ما الفرق بين منسوب السعر و الرقم القياسي ؟**

لا فرق بين الإصطلاحين , حيث ان كلا منهما يقيس التغير في ظاهرة معينة بين فترتين زمنيتين (أو سوقين) الفرق يكمن في تركيبة كل منهما :

- منسوب السعر ينحصر في سلعة واحدة ,

- الرقم القياسي ينصب في الغالب على أكثر من سلعة إذ يقيس التغير في عدة سلع سويا .

- الفترة عند الرقم القياسي .

عند تشكيل الأرقام القياسية نعتمد دوما فترتين متمايزيتن فترة الأساس و فترة المقارنة .

-1- فترة الأساس

الفترة التي نقارن التغير بالنسبة لها هي :

- فترة الأساس " فترة القاعدة، فترة المرجع " - Période de base Période de référence

وهذا بالنسبة للأرقام القياسية الزمنية .

و تسمى بوضعية الأساس أو المرجع "بالنسبة للأرقام القياسية المكانية، و سنرمز لها دوما بـ: 0، يعتمد أحيانا الرمز: t_0 للدلالة على فترة الأساس حيث ان :

- t يدل على الزمن :temps ،
- الدليل 0 يدل على فترة الأساس (المرجعية) .

كيف يتم اختيار فترة الأساس ؟

لكي تكون الأرقام القياسية معبرة بصورة صحيحة يجب أن تختار فترة الأساس:

- بحيث تكون فترة طبيعية ومستقرة بعيدة عن الأحداث الطارئة (الظروف الشاذة : مثل الكوارث , الحروب ,الأوبئة ...إلخ).
- أن تكون قريبة نسبيا من فترة المقارنة حتى لا تختلف الظروف بين فترتي أساس والمقارنة وبالتالي يفقد الرقم القياسي أهميته في التعبير عن التغير في الظاهرة.

ب-- فترة المقارنة

هي الفترة موضوع المقارنة (عموما تأتي لاحقا).و سنرمز لها دوما بـ: t

يعتمد أحيانا الرمز: t_i للدلالة على فترة المقارنة حيث ان i يدل على الفترة المقرنة

الفترة قد تكون : يوما , شهرا , سنة , ...إلخ(الغالب أن الفترة هي سنة)

- ### أنواع الأرقام القياسية .

الأرقام القياسية كثيرة و تختلف حسب طريقة إنشاؤها او حسب الظواهر التي يقارنها، يمكن ضمها تحت صنفين :

- **أرقام قياسية بسيطة (أولية) simple كمية واحدة (كمية مفردة) مثال: مؤشر SMIG**
- **أرقام قياسية تركيبية – Synthetiques(عدة مؤشرات بسيطة) مثلا : الاستهلاك العائلي .**

II- الأرقام القياسية البسيطة (المناسيب) .

تعتبر الأرقام القياسية البسيطة سهلة للغاية و هي عبارة عن نسبة قيمة ظاهرة واحدة في عام المقارنة إلى عام الأساس أو مكان الأساس مضروبة في 100 .
و هذا ما يمكن التعبير عنه بما يلي :

$$I_{t/0} = \frac{G_t}{G_0} \times 100$$

حيث أن :

G_0 :هي مقياس الظاهرة في الفترة 0 (قيمة الظاهرة عند فترة الأساس بالأسعار أو الكميات).

G_t : هي قيمة الظاهرة في الفترة t (قيمة الظاهرة عند فترة المقارنة بالأسعار أو الكميات).

ملاحظة :

المؤشر الإحصائي هو مؤشر ليس له وحدة . نادرا ما تكون هناك مؤشرات بسيطة في الحياة الاقتصادية ، فهي في الغالب مركبة Composites .

أ- الأرقام القياسية البسيطة للأسعار.

. فإذا كان سعر سلعة ما في سنة المقارنة هو P_t , وسعرها في سنة الأساس هو Po . فإن الرقم القياسي البسيط لهذه السلعة يعرف كما يلي:

$$I_{t/0} = \frac{P_t}{P_0} \times 100$$

مثلا : تطور السعر بين عامي 2000 و 2005 (قاعدة 100 سنة 2000)

$$I_{2005/2000} = \frac{P_{2005}}{P_{2000}} \times 100$$

- نسبة سعر بين منطقة ما " الشرق الجزائري " و الجزائر ككل (قاعدة 100 لمجموع الوطن الجزائري)

- $$I_{Est/Alg} = \frac{P_{Est}}{P_{Alg}} \times 100$$

- إذا كان سعر السلعة A عام 1995 هو 60 دج و سعرها عام 2000 هو 96 دج , لنحسب الرقم القياسي البسيط لهذه السلعة A باعتبار عام 1995 سنة الأساس.

فيكون الرقم القياسي البسيط للسلعة A كما يلي :

$$I_{t/0} = \frac{P_t}{P_0} x100 = I_{2000/1995} = \frac{96}{60} x100 = 160$$

وهذا يعني ان سعر السلعة A في عام 2000 يشكل 160% من سعرها عام 1995 و بمعنى أخر أن سعر السلعة A زاد في سنة المقارنة (2000) بمقدار: 60 % عما كان عليه سعر هذه السلعة في سنة الأساس 1995

ب- الأرقام القياسية البسيطة للكميات .

فإذا كانت كمية سلعة ما في سنة المقارنة هي Qt, والكمية من نفس السلعة في سنة الأساس هي Qo ،
فإن الرقم القياسي البسيط للكمية بالنسبة لهذه السلعة يعرف كما يلي:

$$I_{t/0}=\frac{Q_t}{Q_0}x100$$

مثال : إذا كان إنتاج السلعة A عام1995 هو 40 طنا وإنتاجها عام 2000 هو 74 طنا , لنحسب الرقم القياسي البسيط لإنتاج هذه السلعة A باعتبار عام 1995 سنة الأساس فيكون الرقم القياسي البسيط لإنتاج السلعة A كما يلي :

$$I_{t/0}=\frac{Q_t}{Q_0}x100=I_{2000/1995}=\frac{74}{40}x100=185$$

وهذا يعني أن إنتاج السلعة A زاد في سنة المقارنة (2000) بمقدار: 85 % عما كان عليه إنتاج هذه السلعة في سنة الأساس 1995

ج: الأرقام القياسية البسيطة للقيم .

يمكن ان نتتبع تطور مقدار q بين تاريخ t و تاريخ 0. هذا المقدار قد يلاحظ عنه تطور في الكمية (من q0إلى q1) و لكن ايضا في سعره ((من p0إلى p1) فالمؤشر الإجمالي يسمى أيضا مؤشر القيمة

- **القيمة = السعر × الكمية ⇐ V = P x Q**

فإذا كانت كمية سلعة ما في سنة المقارنة هي Qt وسعرها Pt, و الكمية في سنة الأساس هي Qo و سعرها هو Po . فإن الرقم القياسي البسيط للقيمة يعرف كما يلي:

$$I_{t/o} = \frac{Q_t \ x \ P_t}{Q_o \ x \ P_o} \ x \ 100$$

وهذا ما يمكن أن نعبر عنه باختصار,كما يلي :

$$I_{t/0}=\frac{V_t}{V_0}x100$$

أي :

$$I_{t/0}=\frac{V_t}{V_0}x100=\frac{P_t xQ_t}{P_0 xQ_0}x100=\left(\left(\frac{P_t}{P_0}\right)x\left(\frac{Q_t}{Q_0}\right)\right)x100$$

مثال 2 : لنفرض انه لدينا ما يلي :

	السعر	الكمية	القيمة =الكمية x السعر
سنة الأساس : 1995	60	40	2400
سنة المقارنة : 2000	96	74	7104

لنحسب الرقم القياسي للقيم بالنسبة للسلعة A .

$$I_{t/0}=\frac{P_t xQ_t}{P_0 xQ_0}x100=\frac{V_t}{V_0}x100=\left(\left(\frac{P_t}{P_0}\right)x\left(\frac{Q_t}{Q_0}\right)\right)x100$$

باعتماد المعطيات الواردة بالمثال (2) وبإجراء عملية التعويض نجد :

$$I_{2000/1995}=\frac{96x74}{60x40}x100=\frac{7104}{2400}x100=296$$

$$=\left(\left(\frac{96}{60}\right)x\left(\frac{74}{40}\right)\right)x100=(1.60x1.85)x100=296$$

الرقم القياسي البسيط للقيم= الرقم القياسي البسيط للأسعار × الرقم القياسي البسيط للكميات

III- الأرقام القياسية التجميعية

1: الأرقام القياسية التجميعية البسيطة

و قد يتعلق الأمر بتطور عدة مقادير فيكون المؤشر الإجمالي كما يلي :

$$I_{t/0}(pq)=\frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_0^i q_0^i}\times 100$$

هذا المؤشر الإجمالي يجعل من الممكن التأكيد على أن القيمة قد انتقلت من مؤشر 100 في الوقت t0 إلى مؤشر في الوقت t1 ، مما يعني أن معدل النمو بين هذين الزمنين هو x % مثلا

لكن

تكمن مشكلة هذا المؤشر في أنه لا يمكن عزو سبب التغيير: يمكن أن يكون أي مجموعة من الأسعار أو الكميات.

وبالتالي من الضروري القضاء على تأثير الأسعار لحساب مؤشر الكمية والقضاء على تأثير الكميات لحساب مؤشر الأسعار. على سبيل المثال لمؤشر أسعار بسيط لسلعة ما:

$$I_{t/o}(p) = \frac{p_{i,t}q_{i,o}}{p_{i,o}q_{i,o}} \times 100$$

و يسمى هذا المؤشر التركيبي للأسعار

لاحظ هنا ما يتغير هو السعر مع ثبات الكميات بينما المؤشر التركيبي للكميات هو :

$$I_{t/o}(q) = \frac{p_{i,o}q_{i,t}}{p_{i,o}q_{i,o}} \times 100$$

هنا نلاحظ ثبات الأسعار و ما يتغير هو الكمية .

1- الأرقام القياسية التجميعية البسيطة

إن الأرقام القياسية البسيطة , المعرفة سلفا , لا تأخذ بعين الإعتبار سوى تغير مركبة واحدة من مركبات الظاهرة (مثلا سعر المادة الأولية A) . إلا أنه من النادر جدا أن تفسر مركبة واحدة تطور ظاهرة إقتصادية معقدة (مثلا التضخم لا يمكن إعتباره فقط نتيجة تغير سعر المادة الأولية A , و لكن نتيجة تغير أسعار مواد أخرى و خدمات) و بالتالي كان من الأحرى البحث عن أداة إحصائية تأخذ بعين الإعتبار عدة مركبات .

تستجيب الأرقام القياسية التجميعية إلى هذا الإنشغال , من خلال إحداث توفيقة للتطور المتتالي لعدة ظواهر, بحيث أن كل واحدة منها محسوبة على أساس الرقم القياسي البسيط .

لنفرض انه لدينا المقدار X الذي يتكون من k مقدار بسيط :

$$X = \{x_1, x_2, ..., x_k\}$$

و نهتم هنا بصفتين للمقادير xi :

- الأسعار : $p_i = \{p_1, p_2, ..., p_k\}$

- الكميات $q_i = \{q_1, q_2, ..., q_k\}$ التي تم شراؤها في فترتين مختلفتين o و t .

فهذا يعني :

- $p_{i,0}$: فهو يمثل سعر المقدار i في تاريخ 0

- $p_{i,t}$ سعر نفس المقدار بتاريخ t

- $q_{i,0}$ الكمية التي تم شراؤها بتاريخ 0

- $q_{i,t}$ الكمية التي تم شراؤها بتاريخ t

و نسعى لمعرفة تطور المقدار X بين تاريخين ، تطور السعر و تطور الكمية .

يمكننا ان نتعامل هنا إجمالي المصاريف و نقوم بحساب مؤشر القيمة بتاريخ t على اساس السنة 0

$IVA_{t/0} = I_{t/0}(\mathbf{pq}) = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{\mathbf{i,t}} q_{\mathbf{i,t}}}{\sum_{i=1}^{k} p_{\mathbf{i,0}} q_{\mathbf{i,0}}} x100$ وهو ما يمكن ان نعبر عنه باختصار بما يلي :

$$L^{p.q} = \frac{\sum P_t . Q_t}{\sum P_o . Q_o} \text{ x } 100$$

مثال 3:

لنفرض أن أربعة أنواع من السلع قد عرفت تطورا في الأسعار و الكميات كما يبرزه الجدول الموالي .

السنوات	1999		2000	
السلع	الأسعار	الكمية	الأسعار	الكمية
A	12	120	15	110
B	17	90	20	85
C	25	60	28	58
D	38	40	42	38

يمكننا حساب الرقم القياسي المرجح لـ:لاسبير

- بالنسبة للقيم .

$$L^{p.q}_{t/o} = \frac{\sum P_t . Q_t}{\sum P_o . Q_o} \text{ x } 100$$

وهذا يعني أننا بحاجة إلى المقدار $\sum P_t.Q_t$ في البسط و المقدار $\sum P_0.Q_0$ في المقام ، و لنجري العمليات الحسابية الضرورية مع تلخيصها بجدول هنا تتم عملية إضافة فقط عمود يقابل $\sum P_0.Q_1$ إلى الجدول السابق فقط .

السنوات / السلع	1999 الأسعار	1999 الكمية	2000 الأسعار	2000 الكمية	$P_0.Q_t$	$P_t.Q_t$
A	12	120	15	110	1320	1650
B	17	90	20	85	1445	1700
C	25	60	28	58	1450	1624
D	38	40	42	38	1444	1596
					5990	**6570**

و بإجراء عملية التعويض في المعادلة نجد :

$$L^{p.q} = \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_0} \times 100 = \frac{6570}{5990} \times 100 \rightarrow L^{p.q} = 1{,}096828047 \times 100 \Rightarrow L^{p.q} = 109{,}6829$$

هذا المؤشر و بهذه الصورة يمكننا من الوقوف على التغير الذي حدث في المصاريف الكلية بين تاريخ 0 و تاريخ لاحق t لكن تكمن مشكلة هذا المؤشر في أنه لا يمكن عزو سبب التغيير: يمكن أن يكون أي مجموعة من الأسعار أو الكميات. أي انه لا يعطينا اي صورة عن أسباب هذا التغير,

- تغير في الأسعار ؟
- تغير في الكميات ؟'
- التغير في الإثنين معا و بأي مقدار ؟

وبالتالي من الضروري القضاء على تأثير الأسعار لحساب مؤشر الكمية والقضاء على تأثير الكميات لحساب مؤشر الأسعار و بتعبير أخر يمكننا هنا التفرقة على اساس أثر الأسعار أو التفرقة على أساس أثر الكميات و هذا يعني ضرورة اعتبار احد المتغيرين ثابت (السعر أو الكمية)

متى يتم تثبيت الأسعار أو الكميات ؟

- عند مستواهم بتاريخ 0
- عند مستواهم بتاريخ t
- أو عند مستواهم بتاريخ بين 0 و t.

حالة 1: تثبيت السعر

- إذا انصب اهتمامنا على تغير الأسعار لمجموعة السلع محل الدراسة بين t0و0 نقوم بالتحليل من خلال هيكل استهلاكي معطى

هنا :

نثبت الكميات المستهلكة عند المستوى الذي بلغته بتاريخ t .

- الكميات : $q_{1,t}\ q_{2,t},\ldots,q_{k,t}$

ومنه فتغير الأسعار بين 0 و t يتم قياسه بالمؤشر التالي :

$$IP_{t/0}=\frac{\sum_{i=1}^{k}p_{in}\mathbf{q_{it}}}{\sum_{i=1}^{k}p_{i0}\mathbf{q_{it}}}x100$$

هنا الأسعار تم الحصول عليها من خلال ترجيح سعر كل سلعة بالكمية المستهلكة من هذه السلعة بتاريخ t.

- **إذا انصب اهتمامنا على تغير الكميات لمجموعة السلع المستهلكة محل الدراسة بين 0وt نقوم بالتحليل من خلال هيكل سعري معطى**

هنا نثبت أسعار السلع المستهلكة عند المستوى الذي بلغته بتاريخ t .

- **الكميات :** $p_{1,t}\ p_{2,t},\ldots,p_{k,t}$

ومنه فتغير الكميات بين 0 و t يتم قياسه بالمؤشر التالي :

$$IQ_{n/0}=\frac{\sum_{i=1}^{k}\mathbf{p_{i,t}}q_{i,k}}{\sum_{i=1}^{k}\mathbf{p_{i,t}}q_{i,0}}x100$$

هنا الكميات المشترات تم الحصول عليها من خلال ترجيح كمية كل سلعة بالسعر بتاريخ t.

2- الأرقام القياسية المرجحة

هنا يتم التركيز على **إختيار الأوزان المناسبة و نظام الترجيح** .

تمثل الترجيحات الأهمية النسبية التي تعطى لكل مادة من المواد عند حساب الرقم القياسي.فمثلا نفرض أن سعر الخبز إرتفع عشرة بالمئة ،وإرتفع سعر الشوكولاتة عشرة بالمئة أيضا.إن كل من السعرين إرتفعا بنفس النسبة و لكن أيهما يؤثر تأثيرا أكبر على إنفاق المستهلكين و الأسر ؟و بالطبع إن إرتفاع سعر الخبز ذو أهمية أكبر بكثير من إرتفاع سعر الشوكولاتة حيث المستهلك يشعر بوطأة إرتفاع الخبز أكثر بكثير من شعوره بارتفاع الشوكولاتة،حيث الكميات التي يستهلكها من الخبز أكثر بكثير من الكميات التي يستهلكها من الشوكولاتة.وإذا يجب عند حساب الرقم القياسي أن نرجح كل مادة بما يتناسب مع أهمية الإنفاق و الإستهلاك

كلمة مرجح تشير إلى أن الرقم القياسي يأخذ الأهمية النسبية للسلعة بعين الإعتبار، أستعملت لأول مرة .من طرف LASPYRES و PAASCHE ويستخدم هذا الرقم للتغلب على عيوب الرقم القياسي التجميعي البسيط وهو الأكثر إستعمالا، وفي هذه الطريقة يمكننا أن نرجح.

- بكميات سنة الأساس

- أو سنة المقارنة أو أي سنة أخرى مختارة أو متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة أو مجموعهما،ومن أهم هذه الأرقام القياسية

1- مؤشر لاسبير LASPYRES (الأرقام القياسية التجميعة المرجحة لـ:لاسبير)

هو الرقم القياسي التجميعي المرجح (باستخدام سنة الأساس(و هو عبارة عن وسط حسابي مرجح بالنسبة لقيمة سنة الأساس.) وهناك صيغتان لهذا الرقم : سعري و كمي .

مؤشر لاسبيير السعري ب(يرمز له بالرمز :(Lp)

وهو عبارة عن وسط حسابي مرجح بالنسبة لكميات سنة الأساس، و يرمز له بالرمز من(Lp) أو L^P

- L^P الرقم القياسي لـ:لاسبير (L نقصد به لاسبير والدليل P نقصد به السعر) و يؤخذ الصورة التالية :

$$\mathbf{L}^{P}_{t/o} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it}\,\mathbf{q}_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0}\,\mathbf{q}_{i0}} x100$$

يختصر في التعبير الرياضي بما يلي :

$$L^{p}_{t/o} = \frac{\sum P_t \cdot Q_o}{\sum P_o \cdot Q_o} \text{ x } 100$$

ملاحظة :

هنا من فترة لأخرى الأسعار ستتغير بينما ستبقى الكميات ثابتة بالتعريف .

كما يشير

- البسط numérateur إلى ما يمكن ان يكلف في تاريخ t الكميات المستهلكة في تاريخ 0
- المقام dénominateur إلى ما كلف في تاريخ 0 الكميات المستهلكة في تاريخ 0

مثال: يعكس الجدول الموالي الأسعار P_i والكميات Q_i لمادتين عند الفترات t_0 ، t_1 و t_2 .

الفترات→	t_o		t_1		t_2	
المواد ↓	p_o	q_o	p_1	q_1	p_2	q_2
A	3	5	4	2	6	6
B	4	4	3	5	5	2

لنحسب الرقم القياسي المرجح التجميعي لـ:لاسبير بالنسبة للأسعار.

رأينا أن الصيغة العامة المقابلة لهذا الرقم هي كما يلي :

$$L_{t/o}^{p} = \frac{\sum P_t \cdot Q_o}{\sum P_o \cdot Q_o} \text{ x } 100$$

و بتطبيق هذ ه الصيغة على معطياتنا نجد :

$$I_{1/o}^{p} = \frac{(4x5)+(3x4)}{(3x5)+(4x4)} x100 = \frac{32}{31} x100 = 103{,}2$$

$$I_{2/o}^{p} = \frac{(6x5)+(5x4)}{(3x5)+(4x4)} x100 = \frac{50}{31} x100 = 161{,}3$$

بطبيعة الحال فإن : $L_{o/o}^{P} = 100$

ومنه فإن الرقم القياسي المرجح التجميعي للاسبير بالنسبة للأسعار يكون كمايلي :

$$L_{t/0}^{P} = \left(\frac{31+32+50}{31+31+31}\right) x100 = \frac{113}{93} x100 = 121.505$$

- **مؤشر لاسبيير الكمي :**

الرقم القياسي التجميعي المرجح للاسبير(بالنسبة للكميات) هو عبارة عن وسط حسابي مرجح بالنسبة لأسعار سنة الأساس يكتب من الشكل التالي :	$L_{t/o}^{q} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{i0}} x100$

هذا يعني من فترة لأخرى الكميات ستتغير بينما ستبقى الأسعار ثابتة بالتعريف و نعبر عنه بما يلي :

$$L_{t/o} = \frac{\sum Q_t \text{ x } P_o}{\sum Q_o \text{ x } P_o} \text{ x } 100$$

هنا يشير:

- البسط numérateur إلى ما كان يمكن ان يكلف في تاريخ 0 الكميات المستهلكة في تاريخ t
- المقام dénominateur إلى ما كلف في تاريخ 0 الكميات المستهلكة في تاريخ 0

مثال :

لنفرض أن أربعة أنواع من السلع قد عرفت تطورا في الأسعار و الكميات كما يبرزه الجدول الموالي .

2000		1999		السنوات
الكمية	الأسعار	الكمية	الأسعار	السلع
110	15	120	12	A
85	20	90	17	B
58	28	60	25	C
38	42	40	38	D

لنحسب الرقم القياسي المرجح لـ: لاسبير في الحالتين :

- بالنسة للأسعار:

$$L^{p}_{t/o} = \frac{\sum P_t.Q_o}{\sum P_o.Q_o} \text{ x } 100$$

وهذا يعني أننا بحاجة إلى المقدار $\sum P_t.Q_0$ في البسط و المقدار $\sum P_0.Q_0$ في المقام ، و لنجر العمليات الحسابية الضرورية مع تلخيصها بجدول .

$P_0.Q_0$	$P_t.Q_0$	2000		1999		السنوات
		الكمية	الأسعار	الكمية	الأسعار	السلع
1440	1800	110	15	120	12	A
1530	1800	85	20	90	17	B
1500	1680	58	28	60	25	C
1444	1680	38	42	40	38	D
5990	**6960**					

و بإجراء عملية التعويض في المعادلة نجد :

$$L^{p} = \frac{\sum P_t.Q_0}{\sum P_0.Q_0} \text{ x } 100 = \frac{6960}{5990} \text{ x } 100 \rightarrow L^{p} = 1{,}161936561 \text{ x } 100 \Rightarrow L^{p} = 116{,}1937$$

- بالنسبة للكميات :

$$L^{q}_{t/0} = \frac{\sum P_0.Q_t}{\sum P_0.Q_0} \text{ x } 100$$

وهذا يعني أننا بحاجة إلى المقدار $\sum P_0.Q_t$ في البسط و المقدار $\sum P_0.Q_0$ في المقام ، و لنجر العمليات الحسابية الضرورية مع تلخيصها بجدول . هنا تتم عملية إضافة فقط عمود يقابل $\sum P_0.Q_t$ إلى الجدول السابق فقط .

السنوات	1999		2000		$P_t.Q_0$	$P_0.Q_0$	$P_0.Q_t$
السلع	الأسعار	الكمية	الأسعار	الكمية			
A	12	120	15	110	1800	1440	1320
B	17	90	20	85	1800	1530	1445
C	25	60	28	58	1680	1500	1450
D	38	40	42	38	1680	1444	1444
					6960	**5990**	**5659**

و بإجراء عملية التعويض في الصيغة المقابلة نجد :

$$L^q = \frac{\sum P_0.Q_t}{\sum P_0.Q_0} \text{ x } 100 = \frac{5659}{5990} \text{ x } 100 \rightarrow L^q = 0,944741235 \text{ x } 100 \Rightarrow L^q = 94,4741$$

2- مؤشرات باش -:Paasche

الأرقام القياسية التجميعية المرجحة لـ: باش -Paasche. (إحصائي ألماني (1851-1925)

تسمح مؤشرات Paasche من قياس تطور متغير بأخذ السنة الأخيرة (t) كسنة أساس (سنة المقارنة).

هو الرقم القياسي التجميعي المرجح باستخدام سنة المقارنة. وله أيضًا صيغتان كما في رقم لاسبير

ا- مؤشر باش السعري **و الذي يرمزله أحيانا بما يلي : $P_{t/0}(p)$ هو عبارة عن :**	$$P^P_{t/o} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{it}} \text{x}100$$

و هو ما يعبر عنه بصورة مختصرة بما يلي :

$$P_{t/o} = \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_t} \text{ x } 100$$

هنا من فترة لأخرى الأسعار ستتغير بينما ستبقى الكميات ثابتة بالتعريف

هنا يشير:

- البسط numérateur إلى ما كلفتنا في تاريخ t الكميات في تاريخ t
- المقام dénominateur ما كان يكلفنا في تاريخ 0 ما تم استهلاكه في تاريخ t

مثال

لنفرض أن أربعة أنواع من السلع قد عرفت تطورا في الأسعار و الكميات كما يبرزه الجدول الموالي .

السنوات	1999		2000	
السلع	الأسعار	الكمية	الأسعار	الكمية
A	12	120	15	110
B	17	90	20	85
C	25	60	28	58
D	38	40	42	38

و لنرجع إلى المعطيات المتعلقة بالمثال (5-15) و نحسب الرقم القياسي التجميعي المرجح لـ: باش بالنسبة للأسعار. رأينا أن الصيغة العامة المقابلة لهذا الرقم هي كما يلي :

$$P_{t/o} = \frac{\sum P_t . Q_t}{\sum P_o . Q_t} \text{ x } 100$$

وهذا يعني أننا بحاجة إلى المقدار $\sum P_t.Q_t$ في البسط و المقدار $\sum P_0.Q_t$ في المقام ، و لنجر العمليات الحسابية الضرورية مع تلخيصها بجدول .

السنوات	1999		2000		$P_0.Q_t$	$P_t.Q_t$
السلع	الأسعار	الكمية	الأسعار	الكمية		
A	12	120	15	110	1320	1650
B	17	90	20	85	1445	1700
C	25	60	28	58	1450	1624
D	38	40	42	38	1444	1596
					5659	**6570**

و بإجراء عملية التعويض في المعادلة (5-22) نجد :

$$P^p = \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_t} \text{ x } 100 = \frac{6570}{5659} \text{ x } 100 \rightarrow P^p = 1{,}160982506 \text{ x } 100 \Rightarrow P^p = 116{,}0983$$

مؤشر باش الكمي :

ويكتب من الشكل : حيث يأخذ الترجيح بالنسبة t للأسعار في سنة المقارنة ; و يعبر عنهن بما يلي :

$$\mathbf{P}^q_{t/o} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mathbf{p}_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} \mathbf{p}_{it} q_{i0}} \text{x}100$$

و هو ما يعبر عنه بما يلي :

$$P_{t/o} = \frac{\sum Q_t \text{ x } P_t}{\sum Q_o \text{ x } P_t} \text{ x } 100$$

هنا من فترة لأخرى الكميات ستتغير بينما ستبقى الأسعار ثابتة بالتعريف

و يشير:

- البسط numérateur إلى ما كلفتنا في تاريخ t الكميات المستهلكة في تاريخ t
المقام dénominateur ما كان يكلفنا في تاريخ t ما تم استهلاكه في تاريخ 0

مثال : و لنرجع إلى المعطيات المتعلقة بالمثال السابق و نحسب الرقم القياسي التجميعي المرجح لـ: باش بالنسبة للكميات. رأينا أن الصيغة العامة المقابلة لهذا الرقم هي كما يلي :

$$P_{t/o} = \frac{\sum Q_t \times P_t}{\sum Q_o \times P_t} \times 100$$

وهذا يعني أننا بحاجة إلى المقدار $\sum P_t.Q_t$ في البسط و المقدار $\sum P_t.Q_0$ في المقام ، و لنجر العمليات الحسابية الضرورية مع تلخيصها بجدول .

السنوات	1999		2000		$P_t.Q_0$	$P_t.Q_t$
السلع	الأسعار	الكمية	الأسعار	الكمية		
A	12	120	15	110	1800	1650
B	17	90	20	85	1800	1700
C	25	60	28	58	1680	1624
D	38	40	42	38	1680	1596
					6960	**6570**

و بإجراء عملية التعويض في المعادلة (5-23) نجد :

$$P^q = \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_t.Q_0} \times 100 = \frac{6570}{6960} \times 100 \rightarrow P^q = 0,943965517 \times 100 \Rightarrow P^q = 94,3966$$

3- مؤشرات فيشر Fisher

(الأرقام القياسية التجميعية المرجحة لـ:فيشر - Fisher)

ففي عام 1922 إقترح الإقتصادي الأمريكي إيرفين فيشر- Irving Fisher رقم قياسي تجميعي إعتبره " مثالي " و يتم اشتقاقه من الرقمين السابقين للاسبير و باش و هو عبارة عن الوسط الهندسي لهما .

1 - بالنسبة للأسعار يمكن أن نعبرعن هذا الرقم بما يلي :	$F^P_{t/0} = \sqrt{\frac{\sum P_t.Q_0}{\sum P_0.Q_0} \times \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_t}} \times 100$

وهذا ما يمكن التعبير عنه بصورة مختصرة كما يلي :

$$F_{t/0}(p) = \sqrt{L_{t/0}(p) \cdot P_{t/0}(p)}$$:

مثال : لنعتمد نتائج المثال السابق و المتعلقة بالرقم القياسي التجميعي المرجح لـ: لاسبير بالنسبة للأسعار ونتائجه و المتعلقة بالرقم القياسي التجميعي المرجح لـ: باش بالنسبة للأسعارو باعتماد الرقم القياسي لفيشر و المعرف بمعادلة فيشر:

$$F^{P}_{t/0}=\sqrt{\frac{\sum P_t.Q_0}{\sum P_0.Q_0}\ \mathrm{x}\ \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_t}}\ \mathrm{x}\ 100$$

فإن عملية التعويض تعطينا :

$$F^{P}_{t/0}=\sqrt{\frac{\sum P_t.Q_0}{\sum P_0.Q_0}\ \mathrm{x}\ \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_0.Q_t}}\ \mathrm{x}\ 100=\sqrt{\frac{6960}{5990}\ \mathrm{x}\ \frac{6570}{5659}}\mathrm{x}100$$

$$=\sqrt{\frac{45727200}{33897410}}\mathrm{x}100=\sqrt{1.34898802}\mathrm{x}100$$

$$=1{,}161459435\ \mathrm{x}100\Rightarrow F^{P}_{t/0}=116{,}1459$$

فإن عملية التعويض تعطينا :

$$F^{P}_{t/0}=\sqrt{L^{P}_{t/0}\ \mathrm{x}\ P^{P}_{t/0}}=\sqrt{116{,}1957\ \mathrm{x}\ 116{,}0983}=\sqrt{13490{,}12324}\Rightarrow F^{P}_{t/0}=116{,}1469$$

2- بالنسبة للكميات

يمكن أن نعبر عن هذا الرقم بما يلي :

$$F^{q}_{t/0}=\sqrt{\frac{\sum P_0.Q_t}{\sum P_0.Q_0}\ \mathrm{x}\ \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_t.Q}}\ \mathrm{x}\ 100$$

وهذا ما يمكن التعبير عنه بصورة مختصرة كما يلي :

$$F^{q}_{t/o}=\sqrt{L^{q}_{t/o}\ .P^{q}_{t/o}}$$

مثال : لنعتمد نتائج المثال السابق و المتعلقة بالرقم القياسي التجميعي المرجح لـ لاسبير بالنسبة للكميات و النتائج و المتعلقة بالرقم القياسي التجميعي المرجح لـ باش بالنسبة للكميات و باعتماد الرقم القياسي لفيشر نجد :

$$F^{q}_{t/0}=\sqrt{\frac{\sum P_0.Q_t}{\sum P_0.Q_0}\ \mathrm{x}\ \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_t.Q}}\ \mathrm{x}\ 100$$

$$F^{q}_{t/0}=\sqrt{\frac{\sum P_0.Q_t}{\sum P_0.Q_0}\ \mathrm{x}\ \frac{\sum P_t.Q_t}{\sum P_t.Q_0}}\ \mathrm{x}\ 100=\sqrt{\frac{5659}{5990}\ \mathrm{x}\ \frac{6570}{6960}}\mathrm{x}100$$

$$=\sqrt{\frac{37179630}{41690400}}\mathrm{x}100=\sqrt{0.891803148}\mathrm{x}100$$

$$=0{,}944353296\ \mathrm{x}100\Rightarrow F^{q}_{t/0}=94{,}4353$$

فإن عملية التعويض تعطينا :

$$F^{q}_{t/0}=\sqrt{L^{q}_{t/0}\ \mathrm{x}\ P^{q}_{t/0}}=\sqrt{94{,}4741\ \mathrm{x}\ 94{,}3966}=\sqrt{8918{,}033828}\Rightarrow F^{q}_{t/0}=94{,}4353$$

ملاحظة : يمكنكم الوقوف على شرح واف لهذا المحور بالرجوع إلى اليوتيب حيث سيتم وضعه قريبا إن شاء الله :. و في خانت البحث أكتب Redjel s