المحور السابع : منحنى لورنز و معامل جيني

I- منحنى لورنز

مقدمة

هناك دوما درجة ما من عدم المساواة في متغير من المتغيرات الاقتصادية (الدخل ، الأجور ، الثروة ،...) في مجتمع ما ، و يصبح هذا الوضع موضوع اهتمام الرأي العام و من ثم الاقتصاديين و السياسيين .. .

خلال تاريخ التحليل الاقتصادي ، تم بالفعل اقتراح العديد من المؤشرات للدراسة المعروفة لعدم المساواة ؛ هذه ، ومن ضمنها ما يسمى بمؤشر جيني .

معامل جيني .؟

معامل جيني في علم الاقتصاد ، مقياسًا للتشتت الإحصائي الذي يهدف إلى الوقوف على درجة عدم المساواة الاقتصادية بين السكان بالنسبة لمتغير من المتغيرات الاقتصادية .

- **منحنى لورنز** -Courbe de Lorenz - Lorenz Curve

للمنحنيات الرياضية دور هام في التحليل و التفسير لإحصائي للعديد من المتغيرات الاقتصادية و من ضمن هذه المنحنيات يمكننا ان نذكر: منحنيات العرو الطلب ، منحنى مالتوس Malthus، منحنى لافير **Laffer** ، منحنى فيليبس Phillips ...

ومن ضمنهم منحنى لورنز Lorenz الذي درس عدم المساواة في توزيع الدخل و هذا المنحنى الأخير موضوعنا الحالي

منحنى لورنز ، الذي سمي على اسم مخترعه الاقتصادي الأمريكي ماكس أو. لورنز Max O. Lorenz ،الذي طور هذا المنحنى بهدف تمثيل عدم المساواة في الدخل أي أنه تمثيل رسومي يصور توزيع متغير (دخل، ثروة ، أجر ، قدرة شرائية ، إلخ) داخل مجموعة سكانية.

● التمثيل البياني لمنحنى لورنز

لنفرض ان البيانات التالية تمثل توزيع الأجر الساعي في مؤسسة رجزو -REDZO لألعاب الأطفال :

الأجور xi	10-20	20-40	40-80	80-100	100-160	المجموع
التكرارni	20	32	16	8	4	80

إدراج جدول تلخيصي (تماشيا مع متطلبات منحنى لورنز)

طبيعة المسألة نحتاج فيها 10 اعمدة و عدد أسطر بعدد الفئات +2 (في مثالنا : 5+2 = 7 أسطر)

و بعد صب البيانات الناتجة عن مختلف العمليات الضرورية تماشيا مع ما نحتاجه لرسم منحنى لورنز و يأخذ الصورة التالية (الرمز ↑ يعني تراكم متجمع صاعد :

الأجور	التكرارات	xi	fi %	ni ↑	fi ↑	ni * xi	ni*xi ↑	ni * xi%	ni * xi % ↑
10-20	20	15	25%	20	**25%**	300	300	8,67	**8,67%**
20-40	32	30	40%	52	**65%**	960	1260	27,74	**36,41%**
40-80	16	60	20%	68	**85%**	960	2220	27,75	**64,16%**
80-100	**8**	**90**	**10%**	**76**	**95%**	**720**	**2940**	**20,81**	**84,97%**
100-160	4	130	5%	80	**100%**	520	3460	15,03	**100%**
المجموع	80		100%			3460		100%	

قراءة تحليلية لسطر من الجدول التلخيصي

و ليكن السطر الرابع من جدولنا و لنبدأ بتحليل مكوناته

- القيمة الأولى و المحسوبة بهذا السطر 90 و تعني هناك 8عمال يتقاضون في المتوسط (تقابل متوسط الفئة) 90 د.ج
- القيمة الموالية على نفس السطر 10% و تعني بهذه المؤسسة 10% من عمالها الثمانون يتقاضون اجر ساعي يتراوح بين 80 و 100د.ج
- القيمة الموالية 76 على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 76 عامل يتقاضون أجر ساعي أقل من 100د.ج.

- القيمة الموالية 95% على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 95% من عمالها يتقاضون أجر ساعي أقل من 100د.ج.
- القيمة الموالية 720 على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 8 عمال يتقاضون كتلة نقدية قدرها : 720 د.ج.
- القيمة الموالية2940 على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 76 عامل و الذي يقابل 95% من عمالها يتقاضون كتلة نقدية قدرها : 2940 د.ج.
- القيمة الموالية20,81 على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 20,81% من الكتلة النقدية بهذه المؤسسة هي من نضيب 8عمال .
- القيمة الموالية و الأخيرة 84,97% (اي حوالي 85%) على نفس السطر و تعني بهذه المؤسسة 85%من الكتلة النقدية هي من نصيب من يتقاضون أقل من 100 دج كأجر ساعي أو بتعبير أخر من يتقاضون بين 10و 100د,ج كأجر ساعي و هذا يعني ايضا هناك 5% من العمال يتقاضون 15%من الكتلة النقدية بهذه المؤسسة .

الأعمدة الضرورية لرسم منحنى لورنز

أصبح لدينا جدول كامل يوفر لنا ما نحتاجه ما نحتاجه لإدراج منحنى لورنز . نحتاج فقط لعمودين

- **العمود السادس** و المقابل لـ االتوزيع الكراري النسبي المتجمع الصاعد fi لنسبة عدد العمال بمؤسسة رجزو

و **العمود العاشر** (أي الأخير بالجدول) و المقابل للتوزيع التكراري النسبي المتجمع الصاعد للكتل النقدية المقابلة لأجور عمال مؤسسة رجزو .

ملاحظة : بقية الأعمدة كانت أساس تكوين هذين العمودين .

fi	...	ni * xi %
25%		8,67%
65%		36,41%
85%		64,16%
95%		84,97%
100%		100%
محور OX		محور OY

نرسم الأن محوران :

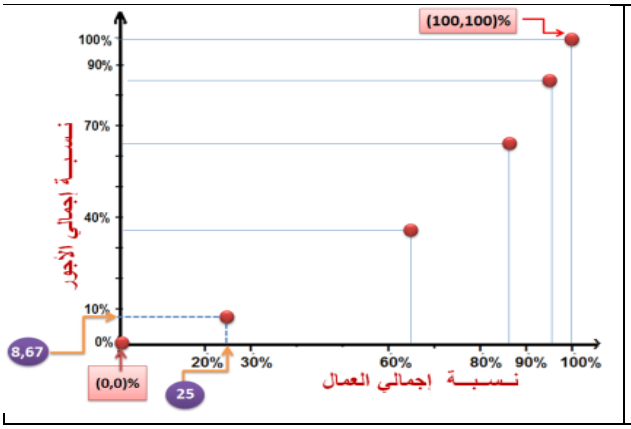
- أولا : المحور السيني (محور السينات OX (fi %)) و عليه تدرج النسب التراكمية (في الغالب مئوية تماشيا مع محور الصادات) للمجتمع محل الدراسة

- ثانيا : المحور الصادي ((محور العينات OY (ni.xi %)) و عليه تدرج النسب التراكمية (في الغالب مئوية) للمتغير محل الدراسة

ثم نسعى إلى تمثيل هذه الثنائيات (xi ,yi) على المحورين اي نعمل على الربط بين كل نسبة من نسب العمال بما يقابلها من كتلة نقدية تدفع لها ,(حسب مثالنا)

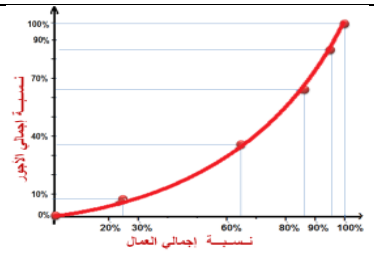
- مثلا **النقطة الأولى** ، طبعا بعد نقطة الأصل ،ذات الإحداثيات (8.67 -25)و تعني أن25% من عمال مؤسسة رجزو (بالضبط 25% من 80 عامل أي 20 عامل) يتقاضون 8,67% من إجمال ما تدفعه مؤسسة رجزو كأجور عن كل ساعة عمل(بالضبط 8,67%من 3460 دج أي 30دج .)

مثلا **النقطةالثانية** ، ذات الإحداثيات (36.41 -65)و تعني أن65% من عمال مؤسسة رجزو (بالضبط 65% من 80 عامل أي 52 عامل) يتقاضون 36,41% من إجمال ما تدفعه مؤسسة رجزو كأجور عن كل ساعة عمل(بالضبط 36,41%من 3460 دج أي 1260دج .)و هكذا دواليك بالنسبة لبقية النقاط الأخرى و إدراجها يعطينا الشكل المقابل :



لنعمل على رسم المنحنى الذي يمر بهذه النقاط من الأصل (0%,0%) إلى اعلى نقطة و هي النقطة المقابلة للأحداثية (100%-100%)و مجموع هذه النقط 6 .

فينتج لدينا الشكل المقابل : و هذا ما يسمى **بمنحى لورنز**. و الذي يعكس خط التمثيل الفعلي لتوزيع الأجر الساعي داخل المؤسسة رجزو

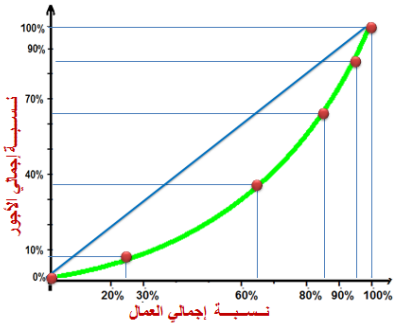


خط المساواة الكاملة (خط العدالة المطلقة).

يستكمل الرسم الحاصل و الممثل بالمنحنى (الأحمر) عادة بخط قطري بزاوية 45° و الذي يعرف بخط المساواة الكاملة (العدالة المطلقة ، المتغير محل الدراسة) .طبعا و المتغير محل الدراسة هو الأجر الساعي في مؤسسة رجزو

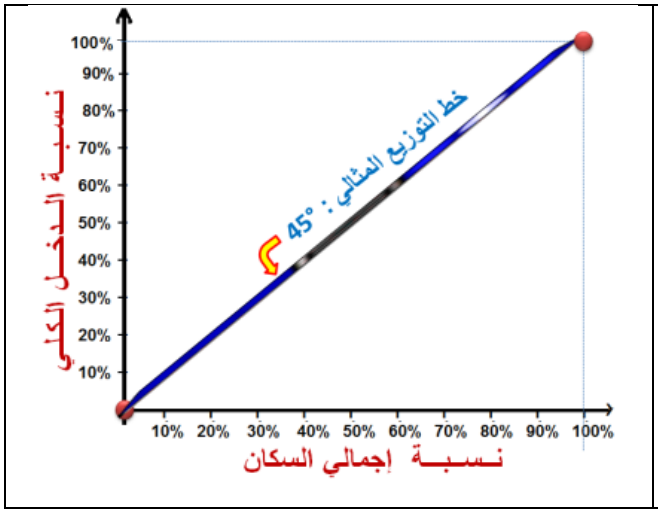
.

وهو الخط الواصل بين الزاوية أسفل المربع من اليسار والزاوية أعلى المربع من اليمين).و عندها ينتج لدينا الشكل المقابل :



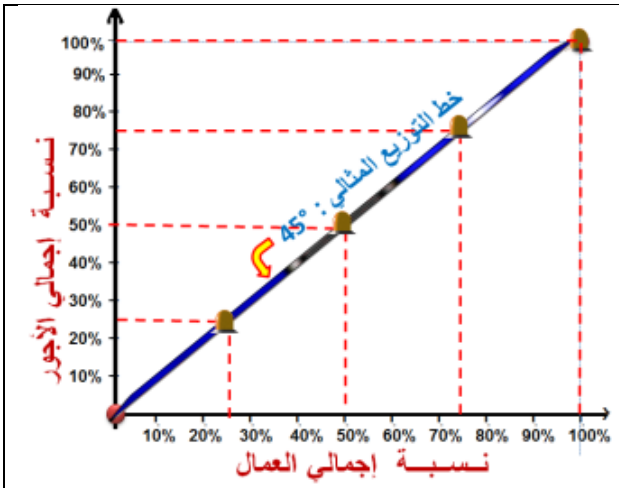
و تشكل المساحة المحصورة بين منحنى لورنز (منحنى التوزيع الفعلي) و خط المساواة الكاملة (منحنى التوزيع المثالي) ما يسمى بمنطقة أو مساحة التمركز

على العموم أغلبية التمثيل البياني في شرح هذا المنحنى تعتمد على تقسيم المحور إلى عشرة كسور أو ما يسمى بالعشير décile و نقوم بتحليل الظاهرة محل الدراسة من خلال التحدث عن الفئات العشرية . فنقول العشير الأول العشير الثاني ...إلخ و هذا ما يبرزه الشكل المقابل . **مع رسم خط التوزيع المثالي على هذا الشكل ، ينتج لدينا الشكل المقابل**



- تتساوى عند هذا الخط قيم الإحداثي الأفقي مع قيم الإحداثي العمودي، وهو بذلك يمثل حالة المساواة التامة في توزيع الدخل،(الأجور في مثالنا) إذ تتساوى فيه النسب المئوية لعدد الأفراد مع النسب المئوية للدخل. بنسبة لمثالنا تتساوى فيه النسب المئوية لعدد العمال مع النسب المئوية للأجور .

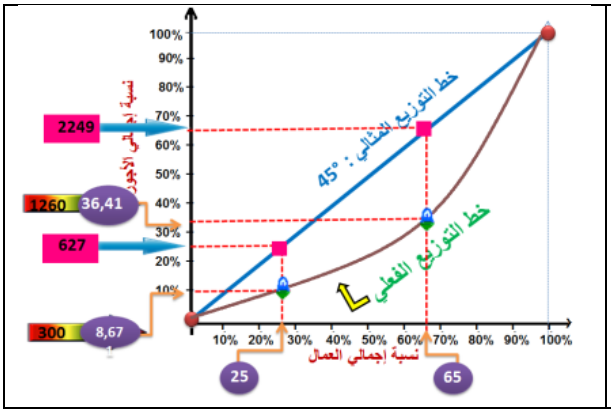
- مثلا 25% من العمال (و هي قيمة تقابل الربيع الأدنى) يحصلون على 25% من الأجر الساعي الموزع على عمال مؤسسة رجزو، اي ربع الكتلة النقدية
- أن 50% من العمال ، (و هي قيمة تمثل الربيع الثاني اي الوسيط)، يحصلون على 50% من الأجر الساعي الموزع على عمال مؤسسة رجزو،أي نصف الكتلة النقدية



ملاحظة :هذه الحالة النظرية أبعد ما تكون عن الممارسات الواقعية التي تميل إلى الابتعاد قليلاً أو كثيرًا عن خط العدالة المطلقة، ومن ثم فإننا كلما ابتعدنا عن هذا الخط (خط المساواة) كلما زادت درجة عدم العدالة في توزيع الدخل إلى أن نصل إلى عدم العدالة المطلقة.

يمكننا شرح مثلا النقطة الأولى انطلاقا من ما توصلنا إليه في مؤسسة رجزو .

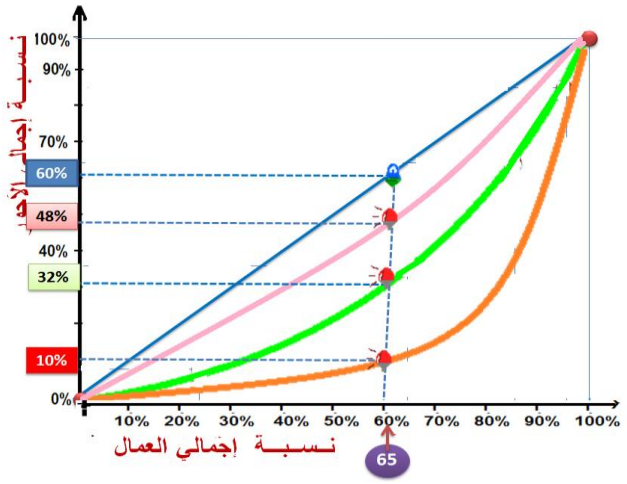
- هذه النقطة المقابلة للسطر الأول في الجدول التلخيصي هذه النقطة إحداثياتها (25-8.67)



المنحنى الفعلي يشير إلى ان 25% من العمال يتقاضون ما نسبته 8,67%من إجمالي ما يدفع كأجر و المقدر بـ : 300د.ج لكن المنحنى المثالي (نقصد خط العدالة) في التوزيع يتطلب أن 25 % من العمال يتوجب ان يتحصلوا على 25%من إجمالي ما يدفع كأجر و المقدر بـ : 625 د.ج

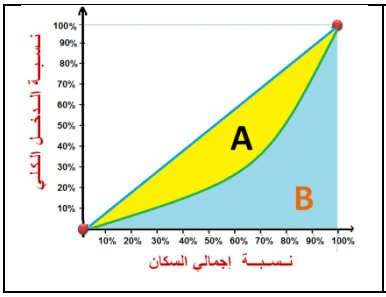
و نلاحظ ان الفرق ما يدفع لـ25%من العمال و ما يتوجب ان يتحصلو ا عليه هو 325.اي ان العمال بهذه المؤسسة يتقاضون نصف ما كان يجب أن يتقاضوه من منظور عدالة التوزيع .
هذا اللاتساوي في توزيع الأجر الساعي بين عمال المؤسسة يمكن الوقوف عليه من خلال كل الثنائيات المقابلة له في المنطقة المحصورة بين خط التوزيع الفعلي و خط التوزيع المثالي

و نلاحظ أنه كلما امتد خط التوزيع الفعلي إلى الأسفل في اتجاه محور السينات كلما كبرت فجوة اللامساواة و العكس كلما اقترب منحنى التوزيع الفعلي من التوزيع المثالي كلما تقلصت فجوة اللامساواة و هذا ما يبرزه الشكل المقابل نلاحظ ان هناك ثلاث منحنيات تقع تحت خط العدالة المطلقة في توزيع الأجر الساعي



و لنأخذ نقطة على محور السينات و لتكن النقطة المقابلة لـ60%من العمال نلاحظ ان هذه النقطة لها أربع نقاط تقابلها على محور الصادات تماشيا مع المنحنيات المدرجة , و لنقرأ الإحداثية الصادية لكل واحدة منها قراءة تقريبية.

II- معامل جيني



ما يهمنا بالأساس هو المساحة المحصورة بين المنحنى الفعلي أي منحنى لورنز و المنصف (خط مثالية التوزيع أو كمايسمى أيضا خط عدالة التوزيع و لنرمز لها بالحرف A و لنرمز لباقي المساحة بالحرف B في الشكل المقابل ومنه فإن معامل جيني و لنرمز له بالحرف G : حيث ان :

$$G = \frac{A}{A+B}$$

و بما ان $A+B=1/2$ و بإجراء عملية التعويض في G يصبح هذا الأخير مساويا إلى :

$$G = \frac{A}{A+B} = \frac{A}{1/2} \Rightarrow G = 2A$$

أي ان معامل جيني يساوي مرتين المساحة المحصورة بين منحنى لورنز و المنصف اي خط المثلوية مع العلم أن :

$0 \le G \le 1$.

لاحظ معي في الغالب يتم التعبير عن G بنسبة مئوية أي : $0\% \le G \le 100\%$ في هذه الحالة يسمى مؤشر جيني بمعامل جيني . بما ان : $A+B=1/2$ هذا يعني أن

$$A+B=1/2 \Rightarrow A = \frac{1}{2} - B$$ ومنه و بإجراء عملية التعويض نجد :

$$G = 2A = 2\left(\frac{1}{2} - B\right) \Rightarrow G = \frac{2}{2} - 2B = 1 - 2B$$

ومنه $G = 1 - 2B$: و هذا يعني انه لدينا ثلاثة طرق لحساب G و منه نخلص إلى ما يلي :

G=A/(A+B)=2A=1-2B

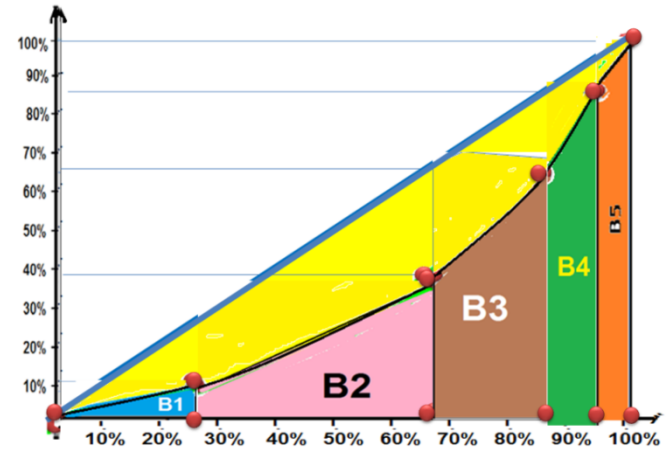
حساب مساحة التمركز - SURFACE DE CONCENTRATION

من اجل حساب مساحة التمركز هناك طريقتان :

- طريقة التكامل ،
- الطريقة البيانية التقريبية

هنا سنعمد إلى استخدام الطريقة البيانية من خلال الاهتمام بالمساحة المكملة لمساحة التمركز لأنها تتكون من مثلث و مجموعة من الأشكال الرباعية و بالذات شبه المنحرف ,

في مثالنا : لدينا : مثلث و أربع أشكال شبه المنحرف .



- الشكل الأول مثلث و ليكن B1 نعرف أن مساحة المثلث هي : (**القاعدة في الأرتفاع**) تقسيم 2

الشكل B2و B3و B4و B5 شبه منحرف ونعرف ان مساحة شبه المنحرف هي :

$$\text{مساحة ش.منحرف} = \frac{(\text{القاعدة الكبرى}+\text{القاعدة الصغرى})}{2} \times \text{الارتفاع}$$

الشكل الأول مثلث B1 : و قلنا و للتذكير أن مساحة المثلث هي القاعدة في الارتفاع تقسيم 2 .و باعتماد معطياتنا نجد : مساحته : $B1 = \frac{0,25 * 0,0876}{2} = 0,0108375$

الشكل الثاني شبه منحرف B2 في مثالنا و بإجراء العملية الحسابية نجد :

$$B2 = \left(\frac{0,0867 + 0,3641}{2}\right) * 0,4 = 0,09016$$

.الشكل الثالث شبه منحرف B3 نحاكي ما قمنا به مع B2 و العملية الحسابية تعطينا :

$$B3 = \left(\frac{0,3641 + 0,6416}{2}\right) * 0,2 = 0,100578$$

الشكل الرابع شبه منحرف B4 و العملية الحسابية تعطينا :

$$B4 = \left(\frac{0,6416 + 0,8497}{2}\right) * 0,1 = 0,07479$$

الشكل الخامس .و الأخير ، شبه منحرف B5

$$B5 = \left(\frac{0,8497 + 1}{2}\right) * 0,05 = 0,0462425$$

ومنه فإن إجمالي السماحة B تساوي إلى مجموع هذه المساحات **B=B1+B2+B3+B4+B5 = 0,3224**

لكن ما يهمنا هو مساحة A مساحة اللامساواة : نعرف أن : A+B=0,5 و منه :

A= 0,5 - B =0,5-0,3224 = 0,1776

و لحساب معامل جيني .لدينا ثلاث معادلات ، كما رأينا سابقا ، تمكننا من حساب A

G= A/(A+B) = 2A =1-2B

و لنختار الأنسب :

بفرض اننا توصلنا إلى B و لم نقم بحساب A هنا الأنسب هي G= 1-2B بالفعل :

$$G = 1 - 2B = 1 - 2(0{,}322398) = 1 - 0{,}64479 = 0{,}3552$$

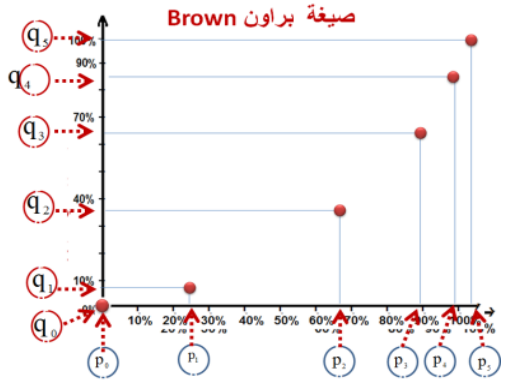
صيغة براون Brown

لاحظ معي هذه المنهجية في حساب المساحة B تمت صياغتها من طرف BROWN و للوقوف على

هذه الصيغة نعتمد مثالنا السابق كما يلي : سنستعمل الرمز:

- pi- للأحداثيات السينية
- qi للإحداثيات العينية

لدينا في مسألتنا و على منحنى لورنز 6 نقاط و هذا يعني أن i=0 ,2,... ,5



- على محور السينات يكون لدينا ما يلي:p0 ، p1 ، p2 ،p3، p4، p5
- على محور العينات (الصادات) يكون لدينا ما يلي:q0 ، q1 ، q2 ،q3، q4، q5 براون إنطلق من الصيغة العامة التالية و المقابلة لأي شكل هندسي ، مثلث كان ام شبه منحرف يتم تكوينه تحت منحنى لورنز $\frac{(q_i + q_{i-1})*(p_i - p_{i-1})}{2}$:

و نعوض بمعطيات مثالنا من خلال التركيز على النقاط الواقعة على منحنى لورنز و استخلاص إحداثياتها من الجدول الذي مكننا من بناء المنحنى و يتم التنقل عبر نقطتين متتاليتين :

- النقطة الأولى هي نقطة الأصل حيث : p0=0 و q0= 0و إجراء عملية تعويض في صيغة براون بمعطيات مثالنا نحصل على ما يلي :

$$\frac{(q_1+q_{1-1})*(p_1-p_{1-1})}{2}=\frac{(q_1+q_0)*(p_1-p_0)}{2}$$

$$=\frac{(0{,}0867+0)*(0{,}25-0)}{2}$$

$$=\frac{0{,}0867*0{,}25}{2}=0{,}0108375$$

و هذا يعني أن : B1=0,0108375

- ننتقل من النقطة الثانية مع الحفاظ على إحداثياتها لاعتمادها في الشكل الموالي إلى النقطة الثالثة.

النقطة الثالثة على منحنى لورنز لها كإحداثيات	$(0{,}65-0{,}3641)$	تماشيا مع مثالنا و هي نقطة تقابلها الإحداثيات	(p_2,q_2)

و بالتعويض في القاعدة العامة في صيغة براون نحصل على ما يلي :

$$\frac{(q_2+q_1)*(p_2-p_1)}{2}=\frac{(0{,}3641+0{,}0867)*(0{,}65-0{,}25)}{2}$$

$$=\frac{0{,}4508*0{,}4}{2}=0{,}09016$$

و هي مساحة شبة المنحرف المقابل لـ B2

و على نفس المنوال السابق ننتقل للنقطة الرابعة ثم الخامسة ثم النقطة الأخيرة في مثالنا و هي النقطة السادسة

الأن يمكننا القيام بعملية الجمع لمختلف المساحات الناتجة عن تطبيق صيغة براون من تغير i من 0 إلى 5 .(عدد النقاط 6)

$$\frac{(q_1+q_0)*(p_1-p_0)}{2}+\frac{(q_2+q_1)*(p_2-p_1)}{2}+\ldots+\frac{(q_5+q_4)*(p_5-p_4)}{2}$$

.و هذا ما يمكن التعبير عنه وبصورة عامة I= 1,2, ...,n (حسب عدد النقاط المكونة للمنحنى) بما يلي :

$$B=\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n}(q_i+q_{i-1}).(p_i-p_{i-1})\right]$$

و بما ان : G = 1-2B فإن صيغة براون تكتب ايضا كما يلي :

$$G=1-\sum_{i=1}^{n}(q_i+q_{i-1}).(p_i-p_{i-1})$$

i	xi	ni	fi	p_i	q_i	$p_i - p_{i-1}$	$q_i + q_{i-1}$	$(q_i + q_{i-1}).(p_i - p_{i-1})$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	15	20	0,25	0,25	0,0867	0,25	0,0867	0,021676
2	30	32	0,40	0,65	0 ,3641	0,40	0,4508	0,180346
3	60	16	0,20	0,85	0,6416	0,20	1,0058	0,201156
4	90	8	0,10	0,95	0,8497	0,1	1,4913	0,149132
5	130	4	0,05	1	1	0,05	1,8497	0,092485
		80	1					0,644797

برمجة صيغة برلون

يمكننا برمجتها على الحاسوب بأي لغة متوفرة لدينا و أبسط برمجة هنا هي EXCEL فقط يجب إضافة سطر في بداية الجدول لإمكانية إجراء العملية الحسابية .

نستحضر العمودين اللذين على أساسهما تم رسم منحنى لورنز مع إضافة سطر و عمود لكي نتمكن من استخدام صيغة براون .

ومنه :

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{n} (q_i + q_{i-1}).(p_i - p_{i-1})$$

بالتعويض نجد :

$$G = 1 - 0,6448 = 0,3552$$

م هي نفس النتيجة التي وجدناها سابقا

و هذا ما حصلنا عليه من خلال برنامج على Excel

xl	nl	fl	nixi	ficc	nixi%	nixi cc%	**Pi-pi-1**	**qi+qi-1**	**Brown**	**B = brown/2**
15	20	0,25	300	0,25	0,0867	0,086705	0,25	0,086705202	0,0216763	0,01083815
30	32	0,4	960	0,65	0,2775	0,364162	0,4	0,450867052	0,1803468	0,09017341
60	16	0,2	960	0,85	0,2775	0,641618	0,2	1,005780347	0,2011561	0,100578035
90	8	0,1	720	0,95	0,2081	0,849711	0,1	1,49132948	0,1491329	0,074566474
130	4	0,05	520	1	0,1503	1	0,05	1,849710983	0,0924855	0,046242775
	80	1	3460		1				0,6447977	0,322398844

G = 1 -

0,6447977 = **0,355202312 G =35.52%**

تطبيق :

تم إجراء امتحان تطبيق (العلامة من 8) فكانت نتائج فوجين من طلاب الاقتصاد كما يلي :

xi	ni						
1	8						
2	13						
3	17						
4	7						
5	5						
	50						

اكمل الجدول بما يمكنك من رسم منحنى لورنز و حساب معامل جيني.:

الحل باعتماد البرمجية Excel يعطينا ما يلي :

xl	nl	fl	nixi	ficc	nixi%	nixi cc%	Pi-pi-1	qi+qi-1	Brown	B = brown/2
1	8	0,16	8	0,16	0,058	0,057971	0,16	0,057971014	0,0092754	0,004637681
2	13	0,26	26	0,42	0,1884	0,246377	0,26	0,304347826	0,0791304	0,039565217
3	17	0,34	51	0,76	0,3696	0,615942	0,34	0,862318841	0,2931884	0,146594203
4	7	0,14	28	0,9	0,2029	0,818841	0,14	1,434782609	0,2008696	0,100434783
5	5	0,1	25	1	0,1812	1	0,1	1,81884058	0,1818841	0,090942029
	50	1	138		1				0,7643478	0,382173913

لو قمنا **G = 1 - Brown = 1 - 0,764338 1-2B = 1- (2 x 0,3821693) = 0,2356614**

بتقريب nixi cc عددين بعد الفاصلة لحصلنا على 0,2357 و في كلتا الحالتين % G=23,57 ,

تمرين:

xl	nl	fl	nixi	ficc	nixi%	nixi cc%	Pi-pi-1	qi+qi-1	Brown	B = brown/2
500	18	0,144	9000	0,144	0,0377	0,037736	0,144	0,03773585	0,005434	0,002716981
1500	60	0,48	90000	0,624	0,3774	0,415094	0,48	0,45283019	0,2173585	0,108679245
2500	30	0,24	75000	0,864	0,3145	0,72956	0,24	1,14465409	0,274717	0,137358491
3500	12	0,096	42000	0,96	0,1761	0,90566	0,096	1,63522013	0,1569811	0,078490566
4500	5	0,04	22500	1	0,0943	1	0,04	1,90566038	0,0762264	0,038113208
	125	1	238500		1				0,730717	0,365358491

G = 1-0,730717 = 0,269283019

و منه فإن قيمة معامل جيني هي :

G =26.93%

ملاحظة :

يمكنكم الوقوف على شرح واف لهذا المحور ، وكذا المحاور السابقة ، بالرجوع إلى اليوتيب : و في خانت البحث أكتب Redjel s