UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI
DEPARTEMENT DE S.N.V

1ère année S.N.V. Année 2022/2023.

Module : Mathématiques et Statistique. TD4 **Variables aléatoires discrètes.**

Exercice 1: Une urne U1 contient 4 jetons blancs et 3 noirs et une urne U2 contient 17 jetons blancs et 18 noirs.

1. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît, on tire un jeton de l'urne U1 sinon on tire un jeton de l'urne U2 .

a. Déterminer la probabilité de tirer un jeton blanc (on considérera les événements A : "On a obtenu 6 en jetant le dé" et B : "On obtient un jeton blanc".)

b. On a tiré un jeton blanc ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U1.

c. On a tiré un jeton noir ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U2.

2. On tire successivement et sans remise les 7 jetons de l'urne U1.

X est la variable aléatoire qui prend pour valeur k si le premier jeton blanc apparaît au k-ième tirage.

Donner la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 2 : Une boîte contient 8 cubes : 1 gros rouge et 3 petits rouges, 2 gros verts et 1 petit vert, 1 petit jaune.

Un enfant choisit au hasard et simultanément 3 cubes de la boîte. On admettra que la probabilité de tirer un cube donné est indépendante de sa taille et de sa couleur.

1. On note A l'événement : "Obtenir des cubes de couleurs différentes" et B l'événement : "Obtenir au plus un petit cube".

a. Calculer la probabilité de A. b. Vérifier que la probabilité de B est égale à 2/7.

2. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de petits cubes rouges tirés par l'enfant.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique de X.

3. L'enfant répète 5 fois l'épreuve "tirer simultanément 3 cubes de la boîte", en remettant dans la boîte les cubes tirés avant de procéder au tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

On note p la probabilité que l'événement B soit réalisé.

a. Déterminer la probabilité que B soit réalisé au moins une fois à l'issue des 5 épreuves.

b. Déterminer la probabilité que l'événement B soit réalisé exactement 3 fois.

Exercice 3 : Un lot de tulipes a un pouvoir germinatif de 80% ; cela signifie que l'on considère que chaque bulbe a une probabilité égale à 4/5 de produire une fleur et cela indépendamment des autres bulbes.

Chaque bulbe contient l'un des trois gènes R (rouge), B (blanc) et J (jaune) qui détermine la couleur de la future fleur éventuelle.

On suppose que la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène R est 1/2, la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène B est1/10, et la probabilité pour qu'un bulbe possède le gène J est 2/5.

1. a. Tracer un arbre pondéré traçant la floraison d'un bulbe.

b. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur rouge ?

c. Quelle est la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur blanche ?

2. On appelle X la variable aléatoire qui associe le nombre k de fleurs rouges obtenues après avoir planté 5 bulbes.

a. Démontrer qu'il s'agit d'un schéma de Bernouilli dont on donnera les éléments caractéristiques.

b. Déterminer la loi de probabilité de X et Calculer E(X).

3. Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

On désigne par p_n la probabilité de n'obtenir aucune tulipe blanche après avoir planté n bulbes.

Calculer p_n.

4. Combien de bulbes doit-on planter, au minimum, pour obtenir au moins une tulipe blanche, avec une probabilité supérieure ou égale à 19/20?