



محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
1-تكاليف الانتاج في الفترة القصيرة
1-1-تعريف تكاليف الإنتاج
1-2- تكاليف الانتاج الثابتة و المتغيرة
1-3-تكاليف الانتاج الثابتة و المتغيرة
1-4- العلاقة بين التكلفة الحدية و التكلفة المتوسطة الكلية
2-تكاليف الانتاج في المدى الطويل
2-1-لتكلفة الكلية في المدى الطويل
2-2- التكلفة المتوسطة في المدى الطويل
3- إيرادات و ارباح المؤسسة
3-1-ايرادات المؤسسة
3-2-ارباح المنتج

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات

تتغير التكاليف حسب الفترة المدروسة، و لهذا سنقسم دراستنا للتكاليف حسب الفترة الزمنية المدروسة.

1- تكاليف الإنتاج في الفترة القصيرة

1-1- تعريف تكاليف الإنتاج :

هي تكاليف عوامل الإنتاج التي ساهمت في عملية الإنتاج، و هي كل ما يتحمله المنتج في سبيل الحصول على عوامل الإنتاج اللازمة لتحقيق مستوى معين من الإنتاج خلال فترة زمنية معينة. فكل عنصر إنتاجي لابد أن يكون له تكلفة، فمثلاً الأيدي العاملة تحتاج إلى اجور، و يحتاج رأس المال الى فائدة، والمنظم يحتاج إلى حصة من الربح ... الخ.

و نعرف مسبقا انه في الفترة القصيرة هناك عوامل انتاج ثابتة و اخرى متغيرة و بما انه لكل عامل انتاج تكلفة فبالتالي في الفترة القصيرة لدينا تكاليف انتاج ثابتة و تكاليف انتاج متغيرة.

1-2- تكاليف الإنتاج الثابتة و المتغيرة

إن تكاليف الإنتاج في المدى القصير تنقسم إلى :

- التكلفة الثابتة (CF) Cout fixe:

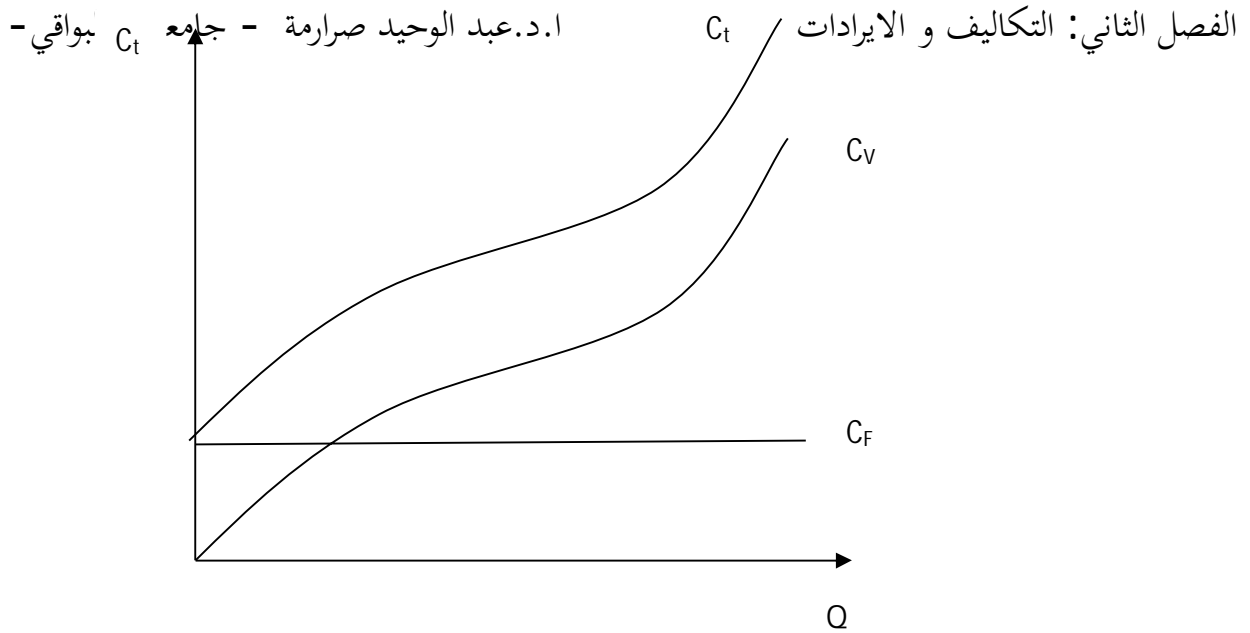
و هي تشمل كل التكاليف التي يتحملها المنتج و المتعلقة بعوامل الإنتاج الثابتة، و يبقى مبلغها الكلي ثابتا في المدى القصير بغض النظر عن حجم الإنتاج، مثل الايجار و الفائدة.

و يتحملها المنتج حتى و لو لم يقم بالانتاج.

- التكاليف المتغيرة (CV) couts variables:

و تمثل تكلفة عوامل الإنتاج المتغيرة، و هي التي يتغير مبلغها الكلي مع تغير حجم الإنتاج. و هي تتغير طرديا مع تغير حجم الإنتاج.

و الشكل التالي يوضح مختلف انواع التكاليف



3-1- دوال التكاليف الكلية و المتوسطة و الحدية

- التكلفة الكلية: Cout total

هي إجمالي التكاليف التي يتحملها المشروع سواء كانت ثابتة أو متغيرة لإنتاج كمية معينة من السلع ، وبذلك التكاليف الكلية هي مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف متغيرة كما يلي :

$$CT = CV + CF$$

التكاليف الكلية = التكاليف المتغيرة + التكاليف الثابتة

كما يمكن اعتبار التكلفة كدالة الانتاج حيث تعتبر التكلفة المتغير المستقل و الكمية المنتجة هي

المتغير التابع و تكتب الدالة كما: $CT = f(Q)$

حيث: $CT =$ تكلفة الانتاج.

$Q =$ كمية الانتاج.

$f =$ دالة.

- متوسط التكلفة الكلية: Cout Total Moyen

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
و هو عبارة عن متوسط تكلفة الوحدة الواحدة و نرسم لها ب CTM و تساوي الى التكاليف الكلية مقسومة على عدد الوحدات المنتجة. أي أن :

متوسط التكلفة الكلية = التكلفة الكلية ÷ عدد الوحدات المنتجة.

$$CTM=CT/Q$$

متوسط التكلفة الكلية = متوسط التكلفة الثابتة + متوسط التكلفة المتغيرة

$$CTM=CVM+CFM \quad \text{أي ان:}$$

- متوسط التكلفة الثابتة: Cout Fixe Moyen

و هي حصة الوحدة الواحدة من التكلفة الثابتة و تساوي

متوسط التكلفة الثابتة = التكلفة الكلية الثابتة ÷ عدد الوحدات المنتجة.

$$CFM=CF/Q$$

- متوسط التكلفة المتغيرة: Cout Variable Moyen

و هي ما تتحمله الوحدة الواحدة من تكلفة متغيرة و تساوي

متوسط التكلفة المتغيرة = التكلفة الكلية المتغيرة ÷ عدد الوحدات المنتجة.

$$CVM=CV/Q$$

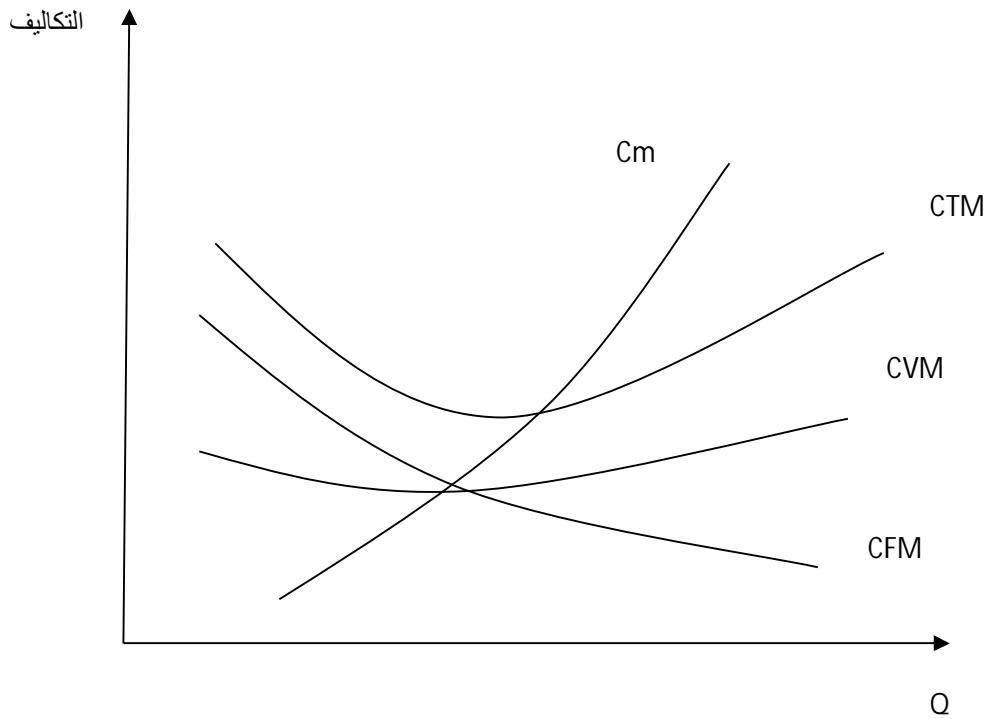
- التكلفة الحدية: Cout marginal

و هي عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية عند تغير كمية الانتاج بوحدة واحدة. و هي مشتق دالة التكلفة بالنسبة لكمية الانتاج.

$$Cm = \frac{\delta CT}{\delta Q}$$

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
1.د.عبد الوحيد صرارمة - جامعة ام البواقي -
أي ميل دالة التكلفة الكلية أو ميل دالة التكلفة المتغيرة، لأن ميل دالة التكلفة الكلية هو نفس ميل
دالة التكلفة المتغيرة.

وبالنسبة للتكلفة الثابتة فهي ثابتة حتى لو تغير حجم الإنتاج، بعكس متوسط التكلفة الثابتة فهو
غير ثابت، فهو ينخفض كلما ارتفع حجم الانتاج.
و الشكل التالي يوضح مختلف انواع التكلفة:



على المحور العمودي وضعنا مختلف التكاليف ، وعلى المحور الأفقي الكمية المنتجة ثم
رسمنا منحنيات التكلفة :

نلاحظ ان متوسط التكاليف الثابتة CFM يتناقص مع تزايد حجم الإنتاج ، اما متوسط التكلفة
المتغيرة CVM فهو ينخفض حتى يصل لاقل قيمة له ثم يرتفع بعد ذلك و نفس الشيء بالنسبة
لمنحني متوسط التكلفة الكلية CTM اما منحنى التكلفة الحدية Cm فينخفض اولاً ثم يرتفع و
يقطع منحنى متوسط التكلفة المتغيرة في ادنى قيمة له.

مثال

اكمل الجدول التالي:

Cm	CVM	CFM	CTM	CV	Cf	Ct	Q
					36	36	0
					36	45	1
					36	53	2
					36	60	3
					36	66	4
					36	71	5
					36	78	6
					36	87	7
					36	99	8
					36	117	9

الحل

Cm	CVM	CFM	CTM	CV	Cf	Ct	Q
0	0	0	0	0	36	36	0
9	9	36	45	9	36	45	1
8	8,5	18	26,5	17	36	53	2
7	8	12	20	24	36	60	3
6	7,5	9	16,5	30	36	66	4
5	7	7,2	14,2	35	36	71	5
7	7	6	13	42	36	78	6
9	7,28	5,14	12,42	51	36	87	7
12	7,87	4,5	12,37	63	36	99	8
18	9	4	13	81	36	117	9

1-4- العلاقة بين التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة الكلية :

هو أن التكلفة الحدية يقطع متوسط التكلفة المتغيرة وكذلك متوسط التكلفة الكلية عند أدنى مستوى لهما . و إذا كان متوسط التكلفة المتغيرة متناقص نلاحظ أن التكلفة الحدية أقل من متوسط التكلفة المتغيرة .

ونفس الشيء بالنسبة للعلاقة بين متوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية ، نجد انه عندما يكون متوسط التكلفة الكلية يتناقص نجد أن التكلفة الحدية أقل منه . و إذا كان متوسط التكلفة المتغيرة متزايد فلا بد أن تكون التكلفة الحدية أكبر من متوسط التكلفة المتغيرة.

الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
 1.د.عبد الوحيد صرارمة - جامعة ام البواقي -
 وكذلك العلاقة بين التكلفة الكلية والتكلفة الحدية ، نلاحظ ان دالة التكلفة الكلية بدأت تتزايد ولكن بمعدل متناقص ، وهذا يعني أن التكلفة الحدية متناقصة ، ثم بعد ذلك لاحظنا أن التكلفة الكلية بعد ذلك بدأت تتزايد بمعدل متزايد وهذا راجع إلى أن التكلفة الحدية متزايدة.

2- تكاليف الانتاج في المدى الطويل

في المدى الطويل تصبح المؤسسة قادرة على تغيير قدرتها الانتاجية و بالتالي تصبح كل التكاليف متغيرة. و التكلفة في المدى الطويل هي عبارة عن وضعيات مختلفة للتكلفة في المدى القصير.

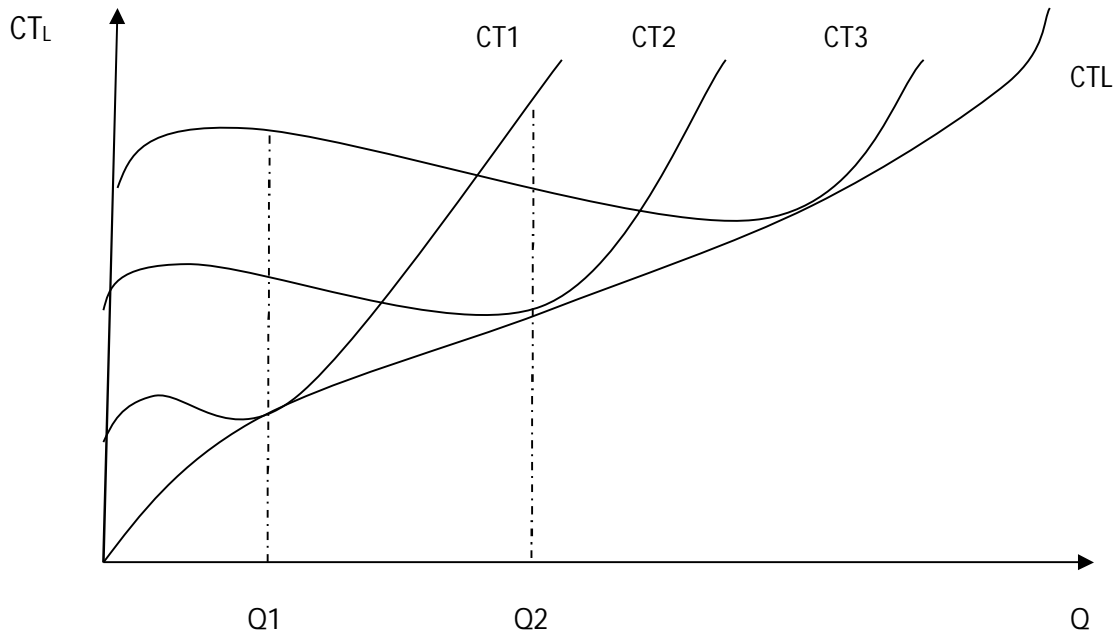
2-1- التكلفة الكلية في المدى الطويل:

التكلفة الكلية يعبر عنها بواسطة حجم الانتاج و الطاقة الانتاجية و تكتب كما يلي:

$$CT=f_1(Q)+f_2(T)=f(Q,T)$$

حيث يمثل T الطاقة الانتاجية.

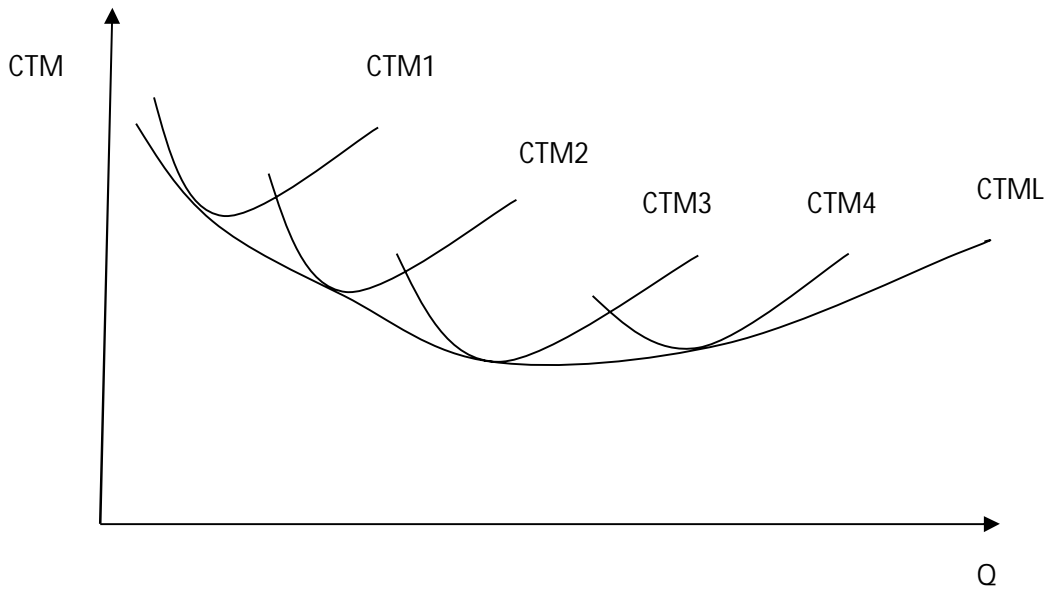
و تختف التكلفة حسب اختلاف الطاقة الانتاجية كما يوضحه الشكل التالي:



الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
 1.د.عبد الوحيد صرارمة - جامعة ام البواقي -
 نلاحظ انه لانتاج الكمية Q1 يمكن انتاجها بالطاقة الانتاجية الاولى او الثانية او الثالثة و لكل
 طاقة انتاجية تكلفة معينة فيختار المنتج الطاقة الانتاجية التي تحقق له اقل تكلفة و هي الطاقة
 الانتاجية الاولى. و نفس الشيء بالنسبة للكمية Q2.

2-2- التكلفة المتوسطة في المدى الطويل:

ان منحنى متوسط التكلفة في المدى الطويل هو غلاف لكل منحنيات التكلفة في المدى القصير
 و لكن لما تكون هذه الاخيرة في ادنى مستوى لها. و كل منحنى متوسط تكلفة في المدى
 القصير يمثل طاقة انتاجية معينة. كما يوضحه الشكل التالي:



التمرين :

لنفترض أن دالة الإنتاج لمؤسسة ما تكتب بالصيغة الرياضية التالية: $Q=KL$

إذا علمت أن: سعر الفائدة على رأس المال $r=20$, الأجر $w=5$

المطلوب:

- 1- اوجد دوال الطلب على عوامل الإنتاج
- 2- أوجد الكميات من L و K التي تسمح بتدنية التكاليف من أجل إنتاج قدره: 100 وحدة؟
- 3- اوجد دالة التكلفة

الحل:

1- نقوم اولا بتشكيل دالة لاغرانج كما يلي :

$$L = rK - wL + \lambda(Q_0 - KL)$$

نستخرج المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى:

$$L'_L = w - \lambda K = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$L'_K = r - \lambda L = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$L'_\lambda = Q_0 - KL = 0 \dots\dots\dots(3)$$

بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نحصل على ما يلي:

$$\frac{w}{r} = \frac{\lambda K}{\lambda L} =$$

$$\rightarrow K = \frac{w}{r} L \dots\dots\dots(4)$$

نعوض المعادلة (4) في المعادلة (3) فنجد:

$$Q_0 = \left(\frac{w}{r} L\right) L = \left(\frac{w}{r}\right) L^2$$

$$L^* = \left(\frac{w}{r} Q_0\right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(5)$$

نعوض المعادلة (5) في المعادلة (4) فنحصل على:

$$K^* = \left(\frac{r}{w} Q_0\right)^{\frac{1}{2}}$$

2- بالتالي الكميات المطلوبة من عوامل الإنتاج هي:

$$K=5 \quad L=20$$

3- دالة التكلفة تكتب كما يلي:

$$Ct = rK^* + wL^* = 2(rwQ_0)^{\frac{1}{2}}$$

تمرين:

لدينا دالة تكلفة كلية لمؤسسة ما من الشكل: $CT=Q^2+6Q+16$

المطلوب

- 1- اوجد دالة التكلفة الثابتة
- 2- اوجد دالة التكلفة المتغيرة
- 3- اوجد دالة متوسط التكلفة الكلية
- 4- اوجد دالة التكلفة الحدية
- 5- حدد ادنى متوسط تكلفة كلية

الحل

- 1- دالة التكلفة الثابتة $Q=0 \Rightarrow CF=16$
- 2- اوجد دالة التكلفة المتغيرة $CV=CT- CF \Rightarrow CV= Q^2+6Q$
- 3- دالة متوسط التكلفة الكلية $CTM=Q+6+16/Q$
- 4- دالة التكلفة الحدية $Cm= 2Q+6$
- 5- ادنى متوسط تكلفة كلية

$$CTM=Cm \Rightarrow Q=4 \Rightarrow CTM_{min} = 14$$

3- إيرادات و ارباح المؤسسة Revenus et Profits de l'Entreprise

3-1- إيرادات المؤسسة Revenus de l'Entreprise

تعرف الإيرادات على انها المبالغ التي يحصل عليها المنتج او المؤسسة نتيجة قيامه ببيع منتجاته في السوق هي ما ، وهناك ثلاثة مقاييس للإيرادات كما في حالة التكاليف، وهي:

- **الإيراد الكلي Revenu Total**: هو إجمالي المبالغ التي يحصل عليها المنتج نتيجة لبيعه عدد معين من الوحدات المنتجة و نرسم له بالرمز (RT)، وبذلك الإيراد الكلي هو حاصل ضرب السعر في الكمية ويساوي :

$$RT = P \times Q$$

حيث يمثل P السعر و Q الكمية

و اذا كان لدينا اكثر من منتج فان الايراد الكلي يساوي:

$$RT = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 + \dots + P_n Q_n$$

- **الإيراد المتوسط (RM) Revenu Moyen** : هو نصيب الوحدة المنتجة من الإيرادات الكلية و نرسم له بالرمز (RM) و يساوي الى :

والإيراد المتوسط = الإيرادات الكلية ÷ عدد الوحدات المنتجة

$$RM = RT \div Q$$

- **الإيراد الحدي (Rm) Revnu marginal** : هو مقدار التغير في الإيراد الكلي نتيجة لتغير الإنتاج بمقدار وحدة واحدة، و نرسم له ب Rm و هو ايضا مشتق الايراد الكلي بالنسبة للكمية المباعة

$$Rm = \frac{\delta RT}{\delta Q}$$

3-2- ربح المنتج Profit du producteur

يقارن المنتج بين إيراداته وتكاليفه للتعرف على نتيجة اعماله، وتقدير حجم الأرباح التي يجنيها من الإنتاج ، و الربح هو عبارة الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية : (الأرباح = الإيراد الكلي - التكاليف الكلية)

$$\pi = RT - CT$$

و يعتبر الربح كدالة بالنسبة للكمية المباعة

$$\pi = f(Q)$$

و لتعظيم الربح نقوم باشتقاق دالة الربح

$$\frac{\delta \pi}{\delta Q} = \frac{\delta RT}{\delta Q} - \frac{\delta CT}{\delta Q} = 0$$

$$\frac{\delta RT}{\delta Q} = \frac{\delta CT}{\delta Q}$$

$$R_m = C_m$$

اي ان المنتج يعظم ربحه لما يتساوى الايراد الحدي مع التكلفة الحدية.

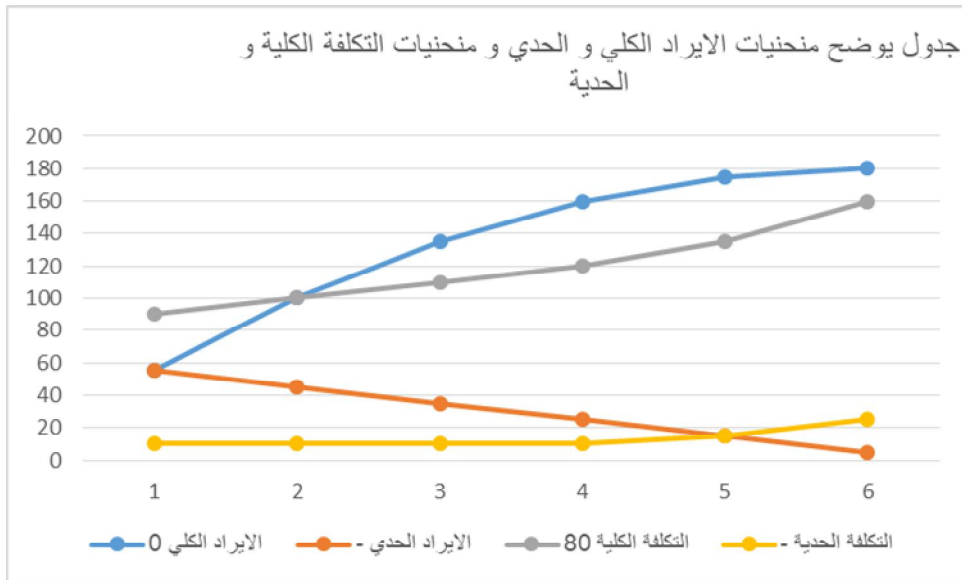
مثال:

لدينا الجدول التالي :

يمكن الحصول على باقي المجاهيل من الايراد الكلي و التكلفة الكلية

الكمية	السعر	الإيراد الكلي	الإيراد الحدي	التكلفة الكلية	التكلفة الحدية	ربح أو خسارة
0	60	00	-	80	-	80-
1	55	55	55	90	10	35-
2	50	100	45	100	10	0
3	45	135	35	110	10	25
4	40	160	25	120	10	40
5	35	175	15	135	15	45
6	30	180	5	160	25	20

نلاحظ ان اكبر ربح يحققه المنتج عند بيعه 5 وحدات حيث يحقق 45 وحدة نقدية عندها الإيراد الحدي يساوي التكلفة الحدية. كما يوضحه الشكل التالي:



الفصل الثاني: التكاليف و الإيرادات
 ا.د.عبد الوحيد صرارمة - جامعة ام البواقي -
 لو أخذنا الكمية المنتجة نجد عندما يكون الانتاج مساويا للصفر فان ثمن الوحدة يساوي 60
 ديناراً والتكاليف الكلية تساوي 80 ديناراً و بالتالي المؤسسة تحقق خسارة مقدارها 20 ديناراً.
 اما عندما تنتج المؤسسة وحدة واحدة فتحقق ايراداً قدره 55 ديناراً و تتحمل تكلفة قدرها 90
 ديناراً و تحقق خسارة تقدر ب 35 ديناراً و عندما تباع وحدتين فتكون الايرادات مساوية
 للتكاليف و تحقق التعادل و بعد ذلك تبدأ في تحقيق الربح لتصل الى اعظم ربح عند الوحدة
 الخامسة بربح قدرة 45 ديناراً ، كما يوضحه الشكل الموالي:

