

UNIVERSITE LARBI BEN M'HIDI-OUM EL BOUAGHI
DEPARTEMENT DE S.N.V

1^{ère} année S.N.V.

Année 2022/2023.

Module : Mathématiques et Statistique.

TD3 **Calcul des probabilités.**

Exercice 1:

- I. Calculer les réels suivants : $7!$; $7! - 4!$; $(8-5)!$; $\frac{18!}{(18-2)!}$.
- II. Simplifier les expressions suivantes : $\frac{n!}{(n-1)!}$; $\frac{(n+2)!}{n!}$; $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$; $\frac{(n-k+1)!}{(n-k-1)!}$; $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$.
- III. De combien de manières différentes peut-on effectuer une expérience à 4 étapes si la première étape peut se faire de 3 façon, la deuxième étape de 5 façon, la troisième étape de deux façon et la dernière étape se fait d'une seule façon ?
- IV. Soit A l'ensemble des nombres à 5 chiffres ne comportant aucun « 1 ».
Déterminer les cardinaux des ensembles suivants :
- 1) A .
 - 2) A_1 , ensemble des nombres de A ayant 5 chiffres différents.
 - 3) A_2 , ensemble des nombres pairs de A ayant 5 chiffres différents.
- V. Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.
1. Combien de résultats peut-on obtenir ?
 2. Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?
- VI. 1. Démontrer que, pour tous entiers naturels n et k tels que $0 < k < n$, on a :

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$$

2. En déduire que pour tous entiers naturels n et k tels que $1 < k < n-1$, on a : $C_{n-2}^{k-2} + 2C_{n-2}^{k-1} + C_{n-2}^k = C_n^k$

Exercice 2 : Un étudiant en biologie doit au cours d'une étude sur un territoire écologique, visiter 6 villes :

1. S'il se trouve 10 villes dans l'aire écologique à laquelle il s'intéresse, de combien de manière lui est-il possible de choisir un groupe de 6 ville ?
2. Toujours sous la même hypothèse de 10 villes située dans cette air écologique, mais en admettant en outre, que l'ordre dans lequel il visitera les 6 villes choisies présente de l'importance, combien d'itinéraires différents peut-on sélectionner ?
3. En supposant que les 6 villes à visiter aient été choisies mais pas encore l'itinéraire qui leurs est dévolu, de combien de manières peut se dérouler la visite des 6 villes ?

Exercice 3 : Deux postes de biologistes sont offerts dans un laboratoire, postes qui peuvent indifféremment être occupés par un homme ou par une femme. 4 femmes et deux hommes posent leurs candidature et les chances de chacun des 6 postulants sont à priori équivalentes.

1. Quelle est la probabilité pour que les deux postes soient occupés par 2 femmes ?
2. Quelle est la probabilité pour que les deux postes soient occupés par 2 hommes ?
3. Quelle est la probabilité pour que les deux postes soient occupés par 2 deux personnes de même sexe ?
4. Quelle est la probabilité pour que les deux postes soient occupés par 2 deux personnes de sexe différent ?

Exercice 4 (Supplémentaire) : Refaire l'exercice 3 dans le cas où les deux postes sont de taches différentes.

Exercice 5 : Soient A et B deux évènements tels que : $P(A)=1/2$, $P(B)=3/4$ et $P(A \cap B) = 1/3$.
Calculer : $P(A \cup B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(B-A)$, $P(A \cup \bar{B})$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Exercice 6 :

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{5}$ et $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$.

1. Supposons que A et B soient incompatibles. Calculer $P(B)$.
 2. Supposons que A et B soient indépendants. Calculer $P(B)$.
 3. Calculer $P(B)$ en supposant que l'évènement A ne peut être réalisé que si l'évènement B est réalisé.
-

Exercice 7 : Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher :

4 jetons blancs marqués 0 ; 3 jetons rouges marqués 7 ; 2 jetons blancs marqués 2 ; et 1 jeton rouge marqué 5.

1. On tire simultanément 4 jetons du sac. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. On suppose que tous les tirages sont équiprobables, et on considère les évènements suivants :
A : « Les quatre numéros sont identiques ».
B : « Avec les jetons tirés, on peut former le nombre 2000 ».
C : « Tous les jetons sont blancs ».
D : « Tous les jetons sont de la même couleur ».
E : « Au moins un jeton porte un numéro différent des autres ».

- a. Montrer que la probabilité de l'évènement B est : $P(B) = \frac{4}{105}$
 - b. Calculer la probabilité des évènements A, C, D, E.
 - c. On suppose que l'évènement C est réalisé, calculer alors la probabilité de l'évènement B.
-

Exercice 8 (Supplémentaire) : Refaire l'exercice 7 en supposant que le tirage se fait **successivement** et **sans remise**.

Exercice 9 : Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Un test de dépistage donne les résultats suivants :

Chez les individus malades, 95% des tests sont positifs et 5% sont négatifs.

Chez les individus non malades, 1% des tests sont positifs et 99% sont négatifs.

On choisit un individu au hasard.

1. Construire l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
 2. Quelle est la probabilité
 - a. qu'il soit malade et qu'il ait un test positif ?
 - b. qu'il ne soit pas malade et qu'il ait un test négatif ?
 - c. qu'il ait un test positif ?
 - d. qu'il ait un test négatif ?
 3. Calculer la probabilité
 - a. qu'il ne soit pas malade, sachant que le test est positif ?
 - b. qu'il soit malade, sachant que le test est négatif ?
-