

التقريب العشري للمكان الثاني

التقريب الأول: 8pts
 داخلتي حيث المماس هو $f(x) = \sqrt{1-2\sin x}$

① الشرط المحدود من الرتبة $n=3$ بجوار $x=0$ التقريب الثاني: 6pts

$$I_1 = \int \cos x \sin^2 x dx$$

$$1-2\sin x = 1-2\left(x - \frac{x^3}{6}\right) + o(x^3) \quad ①$$

$$1-2\sin x = 1-2x + \frac{x^3}{3} + o(x^3) \quad ②$$

$$I = \frac{1}{3} \sin^3(x) + C$$

$$I_2 = \int x^2 \ln x dx$$

بالجزء: $u = x^2 \ln x$
 $u' = \frac{1}{x}$
 $v = \frac{1}{3} x^3$ ①

$$I_2 = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \int \frac{1}{3} x^2 dx$$

$$I_2 = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{9} x^3 + C$$

$$\sqrt{1-2\sin x} = \sqrt{1 + \left(-2x + \frac{x^3}{3}\right)} + o(x^3) \quad ②$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \left(-2x + \frac{x^3}{3}\right) - \frac{1}{8} \left(-2x + \frac{x^3}{3}\right)^2 + \frac{1}{16} \left(-2x + \frac{x^3}{3}\right)^3 + o(x^3)$$

$$= 1 - x + \frac{x^3}{6} - \frac{1}{8} (-2x)^2 + \frac{1}{16} (-2x)^3 + o(x^3)$$

$$= 1 - x + \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 + o(x^3) \quad ③$$

حسبنا نشر تايلور - بوضع $x=0$ 3
 $f(x) = f(0) + f'(0) \frac{x}{1!} + f''(0) \frac{x^2}{2!} + \dots$ ④

$$\frac{f''(0)}{2!} = -\frac{1}{2}$$

$$f''(0) = -1$$

$$I_3 = \int \frac{1}{(x+2)^{\frac{5}{2}+1}} dx$$

$\frac{dx}{dy} = 1$ $x+2=y$ $dx=dy$ ⑤

$$I_3 = \int \frac{1}{y^{\frac{5}{2}+1}} dy = \arctan y + C$$

1

$$y_p = e^{2x} \cdot e^{-x}$$

$$y_p = e^x$$

(0.5)

في (1) الحل العام (2) الحل الخاص

$$y = y_p + y_g$$

$$y = ce^{-x} + e^x$$

(1)

$$y(0) = 0$$

(0.5)

$$0 = c + 1 \Rightarrow c = -1$$

$$y = -e^{-x} + e^x$$

(1)

(6pts)

المعادلة التفاضلية

$$y' + y = 2e^x \quad (1)$$

$$y_g = 2e^x \quad (1)$$

$$y' + y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -dx$$

(1.5)

$$\ln y = -x + c$$

$$y = ce^{-x}$$

$$y_g = ce^{-x}$$

والحل الخاص

(2) نقوم بتحويل المعادلة إلى

شكل

$$y_p = c(x)e^{-x}$$

(0.5)

في (1) الحل العام (2) الحل الخاص

$$y_p' + y_p = 2e^x$$

$$c'(x)e^{-x} - c(x)e^{-x} + c(x)e^{-x} = 2e^x \quad (0.5)$$

$$c'(x)e^{-x} = 2e^x$$

$$c'(x) = 2e^{2x}$$

(0.5)

$$c(x) = e^{2x}$$