

EMD 2 in Théorie des Mécanismes

Corrigé type.

2021-2022

Exercice 1

Mécanisme plan, on écrit:

$$W = 3 \times 11 - 2 \times 6 - 1 = 0.5$$

$$n = 11 - 3 = 8$$

$$b = 6$$

$$h = 0$$

$$\Rightarrow W = 2 \text{ d.d.L. } 0.25$$

$$W = 2 \text{ d.d.L.} \equiv 2 \text{ Vains hydrauliques. } 0.5$$

Condition de Grashoff pour le mécanisme ABCD.

$$r_{\text{courte}} + r_{\text{longue}} \leq \sum \text{autres. } 0.5$$

$$BC + CD \leq AB + AD \quad ? \quad 0.5$$

$$\text{On trouve } 82,55 > 78,10$$

La condition n'est pas vérifiée, le mécanisme n'est pas un mécanisme de Grashoff. (La manivelle n'existe pas). 0.5

La barre (10) opposée à la plus courte (BC) est base, le mécanisme est à double balancier. 1

Exercice 2

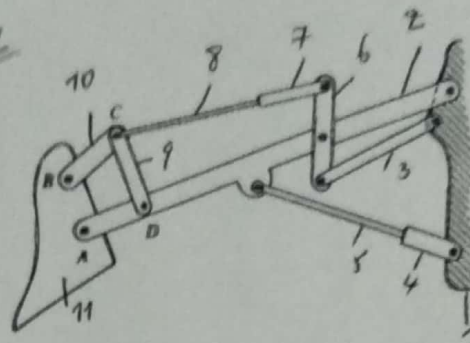
1. Mobilité et nombre cyclomatique du mécanisme.

$$W = 3 \times n - 2b - h = 3 \times (6-1) - 2 \times 7 = 1 \text{ d.d.L. (paramètre d'entrée } \theta_2)$$

$$\lambda = L - N + 1 = 7 - 6 + 1 = 2 \text{ cycles. } \checkmark$$

Cycle (1): OABCO ✓

Cycle (2): CBDC ✓



2.
→ Paramétrage.

$$|\vec{r}_2| = OA \quad x_c = 120 \quad \checkmark$$

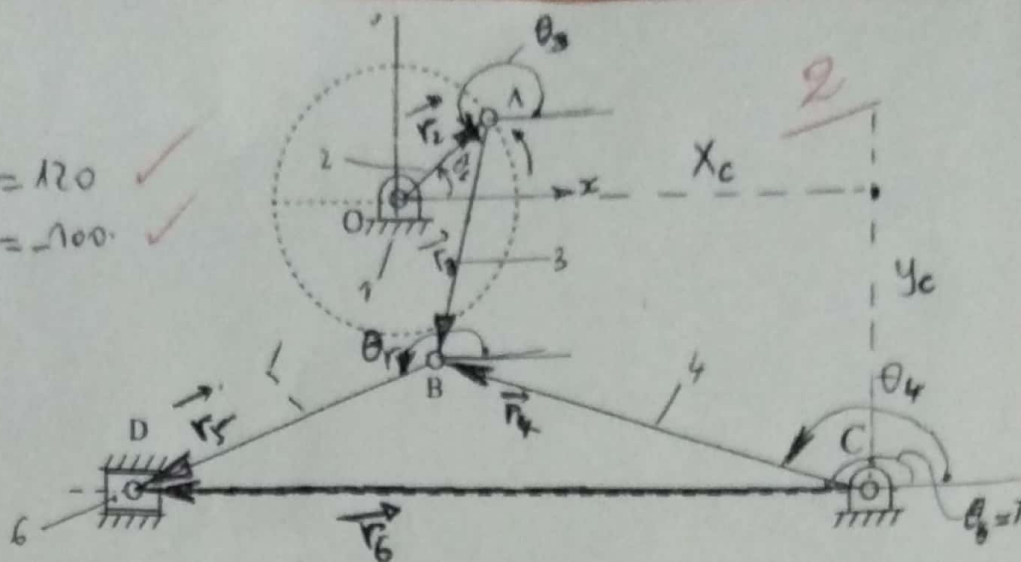
$$|\vec{r}_3| = AB \quad y_c = -100 \quad \checkmark$$

$$|\vec{r}_4| = BC$$

$$|\vec{r}_5| = BD$$

$$|\vec{r}_6| = CD = ?$$

Positions



→ Éq^s de fermeture de boucle:

Cycle (1): $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0}$

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 - \vec{r}_4 - \vec{r}_c = \vec{0} \quad \text{o.i.}$$

$$r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3} - r_4 e^{i\theta_4} - (x_c + iy_c) = \vec{0}$$

$$\theta_2 \begin{cases} r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_4 \cos \theta_4 - x_c = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$\theta_4 \begin{cases} r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4 - y_c = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Cycle (2): $\vec{CB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{0}$

$$\vec{r}_4 + \vec{r}_5 - \vec{r}_6 = \vec{0} \quad \text{o.i.}$$

$$r_4 e^{i\theta_4} + r_5 e^{i\theta_5} - r_6 e^{i\theta_6} = 0 \quad (\theta_6 = \pi)$$

$$\theta_5 \begin{cases} r_4 \cos \theta_4 + r_5 \cos \theta_5 + r_6 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$\theta_6 \begin{cases} r_4 \sin \theta_4 + r_5 \sin \theta_5 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

→ Résolution:

Cycle (1) $x_c = 120; y_c = -100 \quad \checkmark$

$$\begin{cases} r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - x_c = r_4 \cos \theta_4 \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - y_c = r_4 \sin \theta_4 \quad (2) \end{cases}$$

(1)² + (2)² → donne une équation de la forme:

$$a \cos \theta_3 + b \sin \theta_3 = c \quad \text{o.i.}$$

avec

$$a = 2r_2 r_3 \cos \theta_2 - 2x_c r_3$$

$$b = 2r_2 r_3 \sin \theta_2 - 2y_c r_3$$

$$c = -r_4^2 + r_2^2 + r_3^2 + x_c^2 + y_c^2 - 2x_c r_2 \cos \theta_2 - 2y_c r_2 \sin \theta_2$$

Solution:

$$\theta_3 = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) \pm \arctg\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{c}\right)$$

A.N.: $a = -16508,83; b = +23094,17; c = 18568,63$
 $\theta_3 = -103,80^\circ$ ou $256,42^\circ$ o.i.

$$\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \tan \theta_4 = \frac{r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - y_c}{r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - x_c} \quad \text{o.i.}$$

$$\theta_4 = \arctg \left\{ \frac{r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - y_c}{r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - x_c} \right\}$$

o.i. $\theta_4 = -19,88^\circ$ ou $160,12^\circ$
 $\Rightarrow \theta_4 = 160,12^\circ$ o.i.

Cycle (2)

$$\begin{cases} r_4 \cos \theta_4 + r_6 = -r_5 \cos \theta_5 \quad (3) \\ r_4 \sin \theta_4 = -r_5 \sin \theta_5 \quad (4) \end{cases} \quad \text{o.i.}$$

$$3^2 + 4^2 \rightarrow r_6^2 + 2r_4 r_6 \cos \theta_4 + r_4^2 - r_5^2 = 0$$

→ éq^e de la forme: $Ax^2 + Bx + C = 0$

$$\Delta = (2r_4 \cos \theta_4)^2 - 4(r_4^2 - r_5^2)$$

$$\Delta = 17112,25$$

$$r_{6,1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \begin{cases} -97,61 \\ +175,123 \end{cases}$$

o.i. $r_6 = 175,123 \text{ cm}$ o.i.

$$\theta_r = ?$$

$$\frac{(4)}{(3)} \Rightarrow \tan \theta_r = \left\{ \frac{r_4 \sin \theta_4}{r_4 \cos \theta_4 + r_6} \right\}$$

$$\theta_r = \arctan \left\{ \frac{r_4 \sin \theta_4}{r_4 \cos \theta_4 + r_6} \right\}$$

$$\theta_r = \begin{cases} 33,43^\circ \\ \underline{\underline{213,42^\circ}} \end{cases} \text{ Notre configuration}$$

Vitesses : $\frac{d}{dt} (\sum \vec{r}_K = \vec{0})$.

Cycle (1).

$$\begin{cases} r_2 \omega_2 \cos \theta_2 - r_3 \omega_3 \cos \theta_3 + r_4 \omega_4 \cos \theta_4 = 0 \dots (5) \\ r_2 \omega_2 \sin \theta_2 + r_3 \omega_3 \sin \theta_3 - r_4 \omega_4 \sin \theta_4 = 0 \dots (6) \end{cases}$$

inconnues ω_3, ω_4

(5) et (6) se résolvant :

$$\begin{bmatrix} -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \\ r_3 \sin \theta_3 & -r_4 \sin \theta_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_2 \omega_2 \cos \theta_2 \\ -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_3 = \frac{\begin{vmatrix} r_2 \omega_2 \cos \theta_2 & r_4 \cos \theta_4 \\ -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 & -r_4 \sin \theta_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \\ r_3 \sin \theta_3 & -r_4 \sin \theta_4 \end{vmatrix}} = \frac{-r_2 r_4 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_4)}{r_3 r_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \frac{r_2}{r_3} \omega_2 \frac{\sin(\theta_2 - \theta_4)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

$$\omega_4 = \frac{\begin{vmatrix} -r_3 \cos \theta_3 & r_2 \omega_2 \cos \theta_2 \\ r_3 \sin \theta_3 & -r_2 \omega_2 \sin \theta_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -r_3 \cos \theta_3 & r_4 \cos \theta_4 \\ r_3 \sin \theta_3 & -r_4 \sin \theta_4 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 r_3 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_3 r_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

$$\Rightarrow \omega_4 = \frac{r_2}{r_4} \omega_2 \frac{\sin(\theta_2 - \theta_3)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)}$$

A.N. $\omega_3 = -4,04 \text{ rad/s}; \omega_4 = +1,71 \text{ rad/s}$

Cycle (2).

$$\begin{cases} r_4 \omega_4 \sin \theta_4 - r_5 \omega_5 \sin \theta_5 + \dot{r}_6 = 0 \dots (7) \\ r_4 \omega_4 \cos \theta_4 + r_5 \omega_5 \cos \theta_5 = 0 \dots (8) \end{cases}$$

inconnues : $\omega_5; \dot{r}_6$

$$(8) \Rightarrow \omega_5 = - \frac{r_4 \omega_4 \cos \theta_4}{r_5 \cos \theta_5}$$

$$(7) \Rightarrow \dot{r}_6 = r_4 \omega_4 \sin \theta_4 + r_5 \omega_5 \sin \theta_5$$

A.N. : $\omega_5 = -1,71 \text{ rad/s}; \dot{r}_6 = 201,13 \text{ cm/s}$