

Université L'arbi Ben M'hidi

Faculté: Sciences exactes et sciences de la nature et de la vie

Département: MI

Année universitaire: 2021/2022

Module: Algèbre 2

Examen d'Algèbre 2

Exercice 1:

Parmi les ensembles suivants, lesquels sont, ou ne sont pas, des sous-espaces vectoriels?

$$\begin{aligned} F_1 &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + 3z = 0\} \\ F_2 &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + 3z = 2\} \\ F_3 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy = 0\} \\ F_4 &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x = y = 2z = 4t\} \end{aligned}$$

Exercice 2 :

On considère l'application $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ définie par

$$f(x, y, z) = (-3x - y + z, 8x + 3y - 2z, -4x - y + 2z)$$

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer une base du $\ker f$ et sa dimension.
3. L'application f est-elle injective?
4. Donner le rang de f . L'application f est-elle surjective?
5. Déterminer une base de $\text{Im}(f)$

Exercice 3 : Soient les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

- (1) Calculer le produit AB, AC . (si c'est possible).
- (2) La matrice C est-elle inversible ? Justifier. Si oui, Déterminer C^{-1} .

Bonne chance.

Rezzag.S