

**Université L'arbi Ben M'hidi**

**Faculté:** Sciences exactes et sciences de la nature et de la vie

**Département:** MI

**Année universitaire:** 2021/2022

**Module:** Algèbre 2

**Examen d'Algèbre 2**

**Exercice 1:**

Parmi les ensembles suivants, lesquels sont, ou ne sont pas, des sous-espaces vectoriels?

$$\begin{aligned} F_1 &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + 3z = 0\} \\ F_2 &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + 3z = 2\} \\ F_3 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy = 0\} \\ F_4 &= \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x = y = 2z = 4t\} \end{aligned}$$

**Exercice 2 :**

On considère l'application  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  définie par

$$f(x, y, z) = (-3x - y + z, 8x + 3y - 2z, -4x - y + 2z)$$

1. Montrer que  $f$  est une application linéaire.
2. Déterminer une base du  $\ker f$  et sa dimension.
3. L'application  $f$  est-elle injective?
4. Donner le rang de  $f$ . L'application  $f$  est-elle surjective?
5. Déterminer une base de  $\text{Im}(f)$

**Exercice 3 :** Soient les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

- (1) Calculer le produit  $AB, AC$ . (si c'est possible).
- (2) La matrice  $C$  est-elle inversible ? Justifier. Si oui, Déterminer  $C^{-1}$ .

**Bonne chance.**

**Rezzag.S**