جامعة العربي بلمهيدي – أم البواقي
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات والإعلام الآلي

الامتحان الاستدراكي في مادة :الجبر2 **يوم 10 12 2020 15 : 10 - 15 : 11**

المستوى : جذع مشترك رياضيات وإعلام آلي **السنة الجامعية : 2019 – 2020**

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول (08 نقاط

1) لدينا Ker g مولد بشعاع وحيد ومنه Dim (Ker g) = 1 (0.5)
حسب مبرهنة الرتبة لدينا : Dim (Ker g) + rg(g) = 4 ومنه rg(g) = 3 (01)
2) الأساس القانوني لـ E هو $\{P_0, P_1, P_2\}$ حيث: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = x^2$ (01)
$\psi(P_0) = (1,0,0)$ ، $\psi(P_1) = (0,1,0)$ ، $\psi(P_2) = (0,0,2)$ (1.5)
المصفوفة المرفقة بالتطبيق ψ وفق الأساسين القانونيين لـ E و IR^3 هي : $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (01)

3) مصفوفة ضد تناظرية : $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (1.5)

4) $^tB = B$ ومنه B تناظرية إذن : $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 5 & 6 & -1 \\ 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (1.5)

التمرين الثاني (12 نقطة)

لدينا : $f(1,0,0) = (1,1,1)$, $f(1,0,0) = (1,1,0)$, $f(0,0,1) = (0,1,1)$ (1.5)
من أجل كل $(x, y, z) \in IR^3$ لدينا :

$f(x, y, z) = xf(1,0,0) + y\ f(1,0,0) + zf(0,0,1) = (x + y, x + y + z, x + z)$ (0.5)

1) $(x, y, z) = (0,0,0) \Leftarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y + z = 0 \Leftarrow f(x, y, z) = (0,0,0) \\ x + z = 0 \end{cases}$ (01)

نستنتج أن f متباين وبالتالي تقابلي لأن بعد مجموعة البدء يساوي بعد مجموعة الوصول (01)

2) لدينا : $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ، $P^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ، $P^3 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ (1.5)

(0.5) ومنه : $P^3-3P^2+2P=I_3$.

$P^3-3P^2+2P=I_3$ ومنه $P(P^2-3P+2I_3)=I_3$ ومنه P قابلة للقلب ومقلوبها

(02) $$P^{-1}=P^2-3P+2I_3=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&-1\\-1&1&0\end{pmatrix}$$

3) المصفوفة المرفقة بالتطبيق $f\circ f$ هي : (0.5) $$P^2=\begin{pmatrix}2&2&1\\3&2&2\\2&1&1\end{pmatrix}$$

المصفوفة المرفقة بالتطبيق $f\circ f\circ f$ هي : (0.5) $$P^3=\begin{pmatrix}5&4&3\\7&5&4\\4&3&2\end{pmatrix}$$

المصفوفة المرفقة بالتطبيق f^{-1} هي : (0.5) $$P^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&-1\\-1&1&0\end{pmatrix}$$

المصفوفة المرفقة بالتطبيق $6f$ هي : (0.5) $$6P=\begin{pmatrix}6&6&0\\6&6&6\\6&0&6\end{pmatrix}$$

4) نذكر أنه إذا كانت A و B مصفوفتين مربعتين من نفس الدرجة وقابلتين للقلب فإن المصفوفة AB قابلة للقلب و مقلوبها هو $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$.

(01) $P^2=P\times P$ و P قابلة للقلب ومنه P^2 و $$(P^2)^{-1}=(P\times P)^{-1}=P^{-1}\times P^{-1}=\begin{pmatrix}0&-1&2\\1&0&-1\\-1&2&-2\end{pmatrix}$$

$P^3=P^2\times P$ و P^2 و P قابلتان للقلب ومنه P^3 قابلة للقلب و

(01) $$(P^3)^{-1}=(P^2\times P)^{-1}=P^{-1}\times\left(P^2\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1&1\\2&-2&1\\1&1&-3\end{pmatrix}$$