

(1)- (1,5+2 نقطة) أوجد نشرًا محدودًا من المرتبة 2 بجوار 0 للتتابع:

$$f(x) = \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right), \quad g(x) = \ln(1+x) - x \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

(2)- (1+2 نقطة) أحسب، باستعمال النشور المحدودة السابقة، النهايتين التاليتين:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{x}\right)\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\ln(1+x) - x \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\right)$$

يعطى: بجوار 0

$$(\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2), \quad \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 1 + 2x + 2x^2 + o(x^2))$$

التمرين الثاني:(5,7 نقطة)

(1)- (2 نقطة) باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

(2)- ليكن التابع: $h(x) = \frac{x-11}{(x+1)^2(x^2-x+2)}$

(أ)- (4 نقطة) عين الأعداد a, b, c حيث:

$$h(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{x+1} + \frac{cx-1}{x^2-x+2}$$

(ب)- (1,5 نقطة) أحسب التكامل: $J = \int h(x) dx$

التمرين الثالث:(6 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $xy' - y = x^2 \sin x$ (E)

(1)- (2 نقطة) أوجد الحل العام y_h للمعادلة: $xy' - y = 0$ (E')

(2)- (أ)- (1+2 نقطة) باستعمال طريقة تحريك الثابت، عين حلاً خاصاً y_p للمعادلة (E)، ثم استنتج الحل العام y_G للمعادلة (E).

(ب)- (1 نقطة) عين الحل الخاص y_0 للمعادلة (E) الذي يحقق الشرط: $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

بالتوفيق.