

التمرين الأول:(7 نقاط)

1) أ - (4,5 نقاط) أوجد نشرًا محدودًا من المرتبة 3 بجوار 0 للتابع:
 $f(x) = 2 \ln(\cos x) + (\tan x)(e^x - 1)$

ب - (2,5 نقاط) أحسب, باستعمال النشر المحدود للتابع f , النهاية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \ln(\cos x) + (\tan x)(e^x - 1)}{x^3} \right)$$

يعطى: بجوار 0

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^3), \quad \tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + o(x^3)$$

التمرين الثاني:(7 نقاط)

1) - (2 نقطة) باستعمال التكامل بالتجزئة, أحسب التكامل: $I = \int_1^e \frac{1}{x^2} \ln x dx$

2) - ليكن التابع: $h(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2(x^2-3x+2)}$

أ) - (3 نقطة) عين الأعداد a, b, c, d حيث:

$$h(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$$

ب) - (2 نقطة) أحسب التكامل: $J = \int h(x) dx$

التمرين الثالث:(6 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $y' + y = 2e^x x^2$ (E)

1) - (3 نقطة) أوجد الحل العام y_h للمعادلة: $y' + y = 0$ (E')

2) - (1+2 نقطة) عين الأعداد α, β, γ حيث يكون: $y_p = e^x(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$ حل خاص للمعادلة (E), ثم استنتج الحل العام y_G للمعادلة (E).

ملاحظة: العلامة المتحصل عليها في التمرين الأول +1, تحتسب في نقطة الأعمال الموجهة.